ФГОС

ФЕДЕРАЛЬНЫЕ ГОСУДАРСТВЕННЫЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ СТАНДАРТЫ

Поурочное планирование

СРЕДНЯЯ ШКОЛА

ГЕОМЕТРИЯ

8 класс

ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЕ КАРТЫ УРОКОВ

ПО УЧЕБНИКУ Л. С. АТАНАСЯНА, В. Ф. БУТУЗОВА, С. Б. КАДОМЦЕВА, Э. Г. ПОЗНЯКА, И. И. ЮДИНОЙ

Издательство «УЧИТЕЛЬ»

ИЗДАТЕЛЬСТВО «УЧИТЕЛЬ»

ГЕОМЕТРИЯ

8 класс

Технологические карты уроков по учебнику Л. С. Атанасяна, В. Ф. Бутузова, С. Б. Кадомцева, Э. Г. Позняка, И. И. Юдиной

Автор-составитель **Г. Ю. Ковтун**

Волгоград

УДК 372.016:514*08
ББК 74.262.21
Г36

Автор-составитель Г. Ю. Ковтун

Геометрия. 8 класс : технологические карты уроков по учебнику Л. С. Атанасяна,
Г36 В. Ф. Бутузова, С. Б. Кадомцева, Э. Г. Позняка, И. И. Юдиной / авт.-сост. Г. Ю. Ковтун. – Волгоград : Учитель, 2015. – 208 с.
ISBN 978-5-7057-4026-0

В пособии представлены технологические карты уроков по геометрии для 8 класса, разработанные в соответствии с ФГОС ООО и ориентированные на работу с учебником Л. С. Атанасяна, В. Ф. Бутузова, С. Б. Кадомцева, Э. Г. Позняка, И. И. Юдиной (М.: Просвещение, 2014).

Технологические карты уроков отражают современные виды и формы деятельности, способствующие развитию познавательной активности и коммуникативной компетенции, побуждающие учащихся осуществлять регулятивно-оценочные функции, формулировать учебно-практические задачи и находить пути их решения.

Предназначено учителям математики, руководителям методических объединений.

УДК 372.016:514*08
ББК 74.262.21

Пособия издательства «Учитель» допущены к использованию в образовательном процессе Приказом Министерства образования и науки РФ № 16 от 16.01.2012 г.

ISBN 978-5-7057-4026-0

Издание 2015 г.

ВВЕДЕНИЕ

Геометрия является одним из опорных предметов основной школы: она обеспечивает изучение дисциплин естественно-научного и гуманитарного циклов; практические умения и навыки геометрического характера необходимы для трудовой деятельности и профессиональной подготовки школьников.

Геометрическая подготовка необходима для понимания принципов устройства и использования современной техники, восприятия научных и технических понятий и идей. Развитие у школьников правильных представлений о сущности и происхождении геометрических абстракций, соотношении реального и идеального, характере отражения математической наукой явлений и процессов реального мира, месте геометрии в системе наук и роли математического моделирования в научном познании и в практике способствует формированию научного мировоззрения учащихся, развитию качеств мышления, необходимых для адаптации в современном информационном обществе.

Требуя от учащихся умственных и волевых усилий, концентрации внимания, активного воображения, геометрия развивает нравственные черты личности (настойчивость, целеустремленность, творческую активность, самостоятельность, ответственность, трудолюбие, дисциплинированность и критичность мышления) и умение аргументированно отстаивать свои взгляды и убеждения, способность принимать самостоятельные решения.

Геометрия расширяет кругозор учащихся, знакомя их с дедукцией и индукцией, обобщением и конкретизацией, анализом и синтезом, классификацией и систематизацией, абстрагированием, аналогией. Активное использование задач на всех этапах учебного процесса развивает творческие способности детей. Геометрия занимает ведущее место в формировании научно-теоретического мышления школьников, вносит значительный вклад в эстетическое воспитание учащихся*.

В пособии представлены технологические карты уроков по геометрии для 8 класса, разработанные в соответствии с ФГОС ООО.

Цель данного пособия – практическая помощь учителю, особенно молодому, в выборе путей построения урока и форм организации учебной деятельности учащихся.

Планирование дается из расчета 2 часа в неделю (70 часов) в соответствии с распределением часов, предлагаемым Программой общеобразовательных учреждений. Структура пособия соответствует структуре базового учебника «Геометрия. 7–9 классы» Л. С. Атанасяна, В. Ф. Бутузова, С. Б. Кадомцева, Э. Г. Позняка, И. И. Юдиной (М.: Просвещение, 2014).

В пособии содержатся основные теоретические сведения, разнообразный дидактический материал, а также контрольные работы.

При отборе учебного материала автор-составитель преследовал цель совершенствовать практические навыки и умения учащихся, развивать их познавательную активность и коммуникативную компетентность, побуждать школьников осуществлять регулятивно-оценочную деятельность, формулировать учебно-практические задачи и находить пути их решения.

Надеемся, что предложенные поурочные планы окажут существенную помощь в подготовке и проведении уроков тем, кто будет работать по учебному пособию.

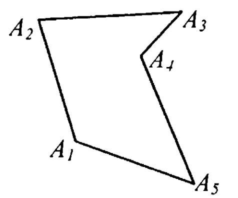
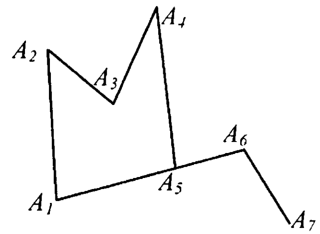
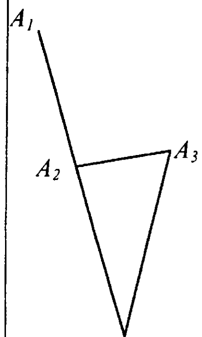
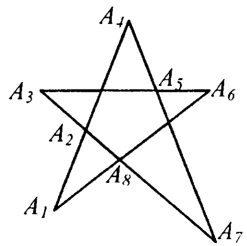
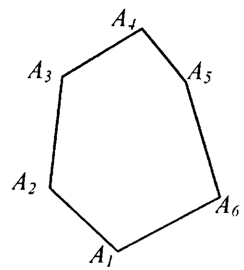
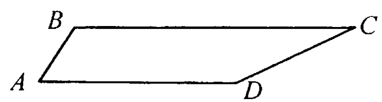
---

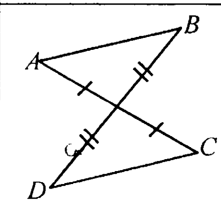
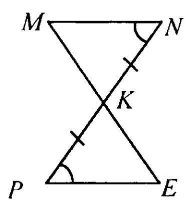
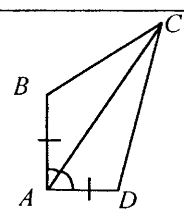
* Геометрия. Сборник рабочих программ. 7–9 классы: пособие для учителей общеобразоват. учреждений / сост. Т. А. Бурмистрова. М.: Просвещение, 2011. С. 3–4.

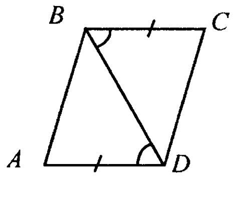
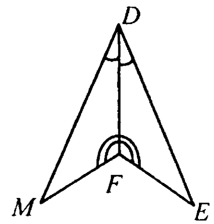
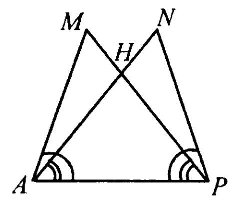
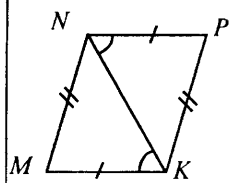
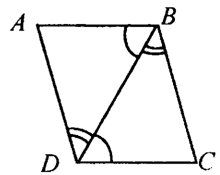
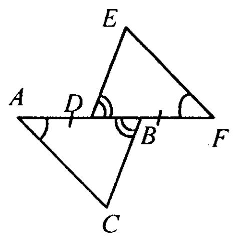
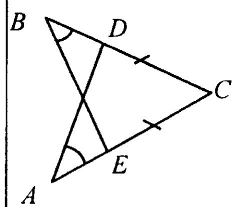
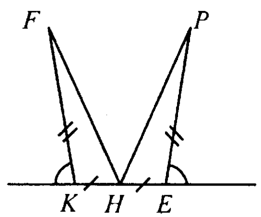
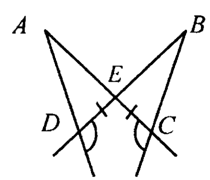
ГЛАВА V. ЧЕТЫРЕХУГОЛЬНИКИ

Урок 1. Тема: МНОГОУГОЛЬНИКИ

Цель деятельности учителя	Создать условия для формирования представлений о многоугольниках, о выпуклом многоугольнике, умений объяснять, какая фигура называется многоугольником, и называть его элементы; для рассмотрения четырехугольника как частного вида многоугольника; для повторения в ходе решения задач признаков равенства треугольников	
Термины и понятия	Выпуклый, невыпуклый многоугольник	
Планируемые результаты		
Предметные умения	**Универсальные учебные действия**	
Умеют объяснять, что такое ломаная, многоугольник, его вершины, смежные стороны, диагонали; изображают и распознают многоугольники на чертежах; показывают элементы многоугольников, внутреннюю и внешнюю области многоугольников	*Познавательные:* умеют ясно, точно, грамотно излагать свои мысли в устной и письменной речи; воспринимают устную речь, проводят информационно-смысловой анализ текста и лекции, осмысливают ошибки и устраняют их. *Регулятивные:* понимают смысл поставленной задачи. *Коммуникативные:* выстраивают аргументацию, участвуют в диалоге, приводят примеры и контрпримеры. *Личностные:* выражают интерес к изучению предметного курса, проявляют готовность и способность к саморазвитию, имеют мотивацию к обучению и познанию	
Организация пространства		
Формы работы	Фронтальная (Ф); индивидуальная (И)	
Образовательные ресурсы	• Геометрия. 7–9 классы: учеб. для общеобразоват. учреждений / Л. С. Атанасян, В. Ф. Бутузов, С. Б. Кадомцев, Э. Г. Позняк, И. И. Юдина. М.: Просвещение, 2014. • Задания для фронтальной и индивидуальной работы	
I этап. Актуализация опорных знаний		
Цель деятельности	Совместная деятельность	
Повторить основные элементы треугольника	(Ф) Напомнить учащимся определение треугольника. Вспомнить элементы треугольника (сторона, вершина, угол)	
II этап. Мотивация к деятельности		
Цель деятельности	Постановка учебной задачи	
Ввести понятие многоугольника	(И/Ф) Рассмотреть рис. 150, 151 и 152 из учебника на с. 97–98. Что общего у этих геометрических фигур?	
III этап. Учебно-познавательная деятельность		
Изучение нового материала		
Цель деятельности	Совместная деятельность	
Ознакомить с выпуклыми и невыпуклыми многоугольниками	(И/Ф) 1. Рассмотреть элементы многоугольника (вершины, стороны, диагонали, углы). (Ф) 2. Отметить, что каждый многоугольник разделяет плоскость на две области – внутреннюю и внешнюю. (Ф) 3. Дать понятие выпуклого многоугольника	

Закрепление изученного материала		
Цель деятельности	Обучающие и развивающие задания и упражнения	Диагностические задания
Закрепить полученные знания	 *Рис. 1*  *Рис. 2*  *Рис. 3*  *Рис. 4*  *Рис. 5*  *Рис. 6*	(Ф) 1. Ответить на вопросы *(устно)*: Какие фигуры, изображенные на доске, являются многоугольниками? Какие многоугольники являются выпуклыми? (И) 2. Задание для каждого ряда: Начертить выпуклый семиугольник, восьмиугольник, девятиугольник и провести все диагонали из какой-нибудь его вершины. (Ф) Сколько получилось треугольников?

IV этап. Повторение		
Цель деятельности	Обучающие и развивающие задания и упражнения	Диагностические задания
1	2	3
Повторить изученный материал	 *Рис. 7*  *Рис. 8*  *Рис. 9*	(И/Ф) Найти пары равных треугольников и доказать их равенство. Решение: Рис. 7. Назовем точку пересечения отрезков AC и BD точкой O. Тогда $\Delta AOB = \Delta COD$ (по первому признаку). Рис. 8. Так как $\angle N = \angle P$, $\angle MKN = \angle PKE$, как вертикальные, $NK = KP$ по условию, значит, $\Delta MKN = \Delta EKP$ (по второму признаку).

1	2	3
	 *Рис. 10*  *Рис. 11*  *Рис. 12*  *Рис. 13*  *Рис. 14*  *Рис. 15*  *Рис. 16*  *Рис. 17*  *Рис. 18*	Рис. 9. AC – общая, $AB = AD$, $\angle BAC = \angle CAD$, значит, $\Delta ABC = \Delta ADC$ (по первому признаку). Рис. 10. BD – общая, $AD = BC$, $\angle ADB = \angle CBD$, значит, $\Delta ABD = \Delta CDB$ (по первому признаку). Рис. 11. DF – общая, $\angle MFD = \angle EFD$, $\angle MDF = \angle EDF$, тогда $\Delta MDF = \Delta EDF$ (по второму признаку). Рис. 12. AP – общая, $\angle NAP = \angle NPA$, $\angle MAP = \angle MPA$, тогда $\Delta MAP = \Delta NAP$ (по второму признаку). Рис. 13. NK – общая, $MN = KP$, $NP = KM$, значит, $\Delta MNK = \Delta PKN$ (по третьему признаку). Рис. 14. DB – общая, $\angle ADB = \angle CBD$, $\angle ABD = \angle CDB$, значит, $\Delta ADB = \Delta$CBD (по второму признаку). Рис. 15. Так как $AD = BF$, а DB – общая, то $AB = DF$, $\angle EDF = \angle CBA$, $\angle EFD = \angle CAB$, тогда $\Delta DEF = \Delta BCA$ (по второму признаку). Рис. 16. $AC = BC$, $\angle C$ – общий, $\angle B = \angle A$, значит, $\Delta CBE = \Delta CAD$ (по второму признаку). Рис. 17. $KH = HE$, $FK = PE$, углы, равные смежным, тоже равны, значит, $\angle FKH = \angle PEH$ и тогда $\Delta FKH = \Delta PEH$ (по первому признаку). Рис. 18. $DE = EC$, углы, равные смежным, тоже равны, тогда $\angle ADE = \angle BCE$, $\angle AED = \angle BEC$ (как вертикальные), следовательно, $\Delta ADE = \Delta BCE$ (по второму признаку)

V этап. Итоги урока. Рефлексия

Деятельность учителя	Деятельность учащихся
(Ф/И) – Какая фигура называется многоугольником? – Что такое вершина, сторона, диагонали и периметр многоугольника? – Какой многоугольник называется выпуклым? – Какой этап урока оказался наиболее трудным для вас и почему?	(И) Домашнее задание: п. 40 прочитать; № 364, 365

Урок 2. Тема: ВЫПУКЛЫЙ МНОГОУГОЛЬНИК

Цель деятельности учителя	Создать условия для выведения формулы суммы углов выпуклого многоугольника, решения задачи с помощью выведенной формулы, повторения признаков параллельности прямых и свойств углов при параллельных прямых и секущей при решении задач
Термины и понятия	Выпуклый, невыпуклый многоугольник; сумма углов многоугольника

Планируемые результаты

Предметные умения	**Универсальные учебные действия**
Умеют объяснять, что такое ломаная, многоугольник, его вершины, смежные стороны, диагонали; изображают и распознают многоугольники на чертежах; показывают элементы многоугольников, внутреннюю и внешнюю области многоугольников; формулируют и доказывают утверждение о сумме углов выпуклого многоугольника	*Познавательные:* проводят информационно-смысловой анализ текста и лекции; осмысливают ошибки и устраняют их. *Регулятивные:* понимают смысл поставленной задачи. *Коммуникативные:* выстраивают аргументацию, участвуют в диалоге, приводят примеры и контрпримеры. *Личностные:* проявляют критичность мышления; распознают логически некорректные высказывания

Организация пространства

Формы работы	Фронтальная (Ф); парная (П); индивидуальная (И)
Образовательные ресурсы	• Учебник. • Задания для парной и фронтальной работы

I этап. Актуализация опорных знаний

Цель деятельности	Совместная деятельность
Повторить основные элементы треугольника	(Ф) 1. Какая фигура называется четырехугольником? 2. Какие вершины многоугольника называются соседними? Какие – противоположными? 3. Что такое диагонали многоугольника? Напомнить учащимся определение треугольника. Вспомнить элементы треугольника (сторона, вершина, угол)

II этап. Учебно-познавательная деятельность

Мотивация к деятельности

Цель деятельности	Постановка учебной задачи
Вывести формулу суммы углов многоугольника	(П/Ф) 1. Чему равна сумма углов выпуклого пятиугольника? *(Возникает проблемная ситуация.)*

Изучение нового материала

Цель деятельности	Совместная деятельность
1	2
Вывести формулу суммы углов многоугольника	– Как зависит сумма углов многоугольника от числа треугольников, на которые он разбивается диагоналями, проведенными из одной вершины?

Продолжение табл.

1	2

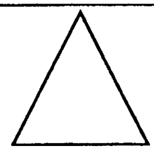


Рис. 1

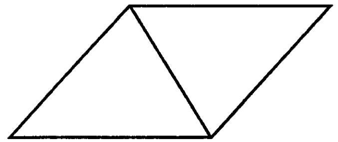


Рис. 2

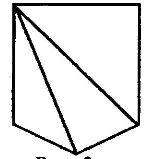


Рис. 3

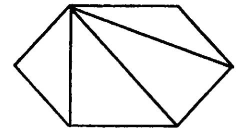


Рис. 4

Вывод:

Многоугольник	1	2	3	4
Число углов	3	4	5	6
Число треугольников	1	2	3	4
Сумма углов	180°	360°	540°	720°

Значит, сумма внутренних углов n-угольника равна $180° \cdot (n - 2)$, где n – число сторон многоугольника.

Сумма внешних углов n-угольника не зависит от количества сторон и всегда равна 360°. Объясните: почему?

Закрепление изученного материала

Цель деятельности	Деятельность учителя	Деятельность учащихся
Закрепить полученные знания	(Ф) 1. Найдите сумму углов выпуклого: а) восьмиугольника; б) двенадцатиугольника. (Ф) 2. Сколько сторон имеет выпуклый многоугольник, если его сумма углов равна 2340°? (И) 3. Решить № 364 (в), 365	1. а) $n = 8$; $(8 - 2) \cdot 180° = 1080°$. б) $n = 12$; $(12 - 2) \cdot 180° = 1800°$. 2. $(n - 2) \cdot 180 = 2340$ $n - 2 = 13$ $n = 15$ Ответ: многоугольник имеет 15 сторон. **№ 364.** в) $n = 10$; $(10 - 2) \cdot 180° = 1440°$ **№ 365.** а) $\alpha = 90°$; $(n - 2) \cdot 180° = 90°\, n$; $n = 4$ б) $\alpha = 60°$; $(n - 2) \cdot 180° = 60°\, n$; $n = 3$ в) $\alpha = 120°$; $(n - 2) \cdot 180° = 120°\, n$; $n = 6$ г) $\alpha = 108°$; $(n - 2) \cdot 180° = 108°\, n$; $n = 5$

III этап. Повторение

Цель деятельности	Деятельность учителя	Деятельность учащихся
1	2	3
Повторить изученный материал	(Ф) 1. Параллельны ли прямые a, b и c?	1. Параллельны.

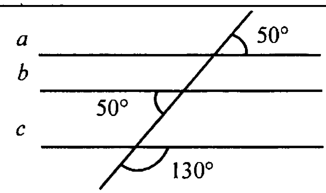
<table>
<tr><th>1</th><th>2</th><th>3</th></tr>
<tr><td></td><td>

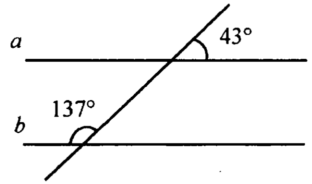
Рис. 5
(Ф) 2. Параллельны ли прямые a и b?


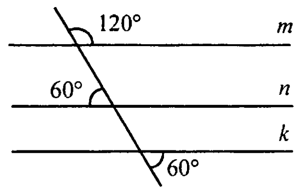
Рис. 6
(Ф) 3. Параллельны ли прямые m и n, n и k, m и k?


Рис. 7</td><td>2. Да.

3. Да</td></tr>
</table>

<table>
<tr><th colspan="2">IV этап. Итоги урока. Рефлексия</th></tr>
<tr><td>Деятельность учителя</td><td>Деятельность учащихся</td></tr>
<tr><td>(Ф/И)
– Что нового узнали на уроке?
– Какой этап урока оказался для вас самым сложным?
– Оцените свою работу на уроке</td><td>(И) Домашнее задание: вопросы 3–5, с. 113; № 368, 369</td></tr>
</table>

Урок 3. Тема: ПАРАЛЛЕЛОГРАММ. СВОЙСТВА ПАРАЛЛЕЛОГРАММА

Цель деятельности учителя	Создать условия для введения определения параллелограмма и его свойств
Термины и понятия	Параллелограмм, противолежащие стороны, противолежащие углы

Планируемые результаты	
Предметные умения	**Универсальные учебные действия**
Умеют объяснять, какой многоугольник называется параллелограммом, точно и грамотно выражать свои мысли в устной и письменной речи с применением математической терминологии	*Познавательные:* проводят информационно-смысловой анализ текста и лекции; осознанно владеют логическими действиями определения понятий, обобщения, установления аналогий, умением устанавливать причинно-следственные связи; понимают и используют наглядность для иллюстрации примеров, интерпретации математических фактов, аргументации собственного суждения. *Регулятивные:* принимают и сохраняют цели и задачи учебной деятельности; осуществляют планирование и контроль. *Коммуникативные:* договариваются и приходят к общему решению в совместной деятельности, в том числе в ситуации столкновения интересов. *Личностные:* проявляют способность к эмоциональному восприятию математических объектов, задач, решений, рассуждений

Организация пространства	
Формы работы	Фронтальная (Ф); индивидуальная (И)
Образовательные ресурсы	• Учебник. • Задания для самостоятельной работы

I этап. Проверка домашнего задания	
Цель деятельности	Совместная деятельность
Выявить трудности у учащихся при выполнении домашней работы	Обсудить выполнение домашней работы (решение задач), ответить на вопросы учащихся

II этап. Самостоятельная работа	
Цель деятельности	Задания для самостоятельной работы
1	2
Выявить у учащихся умение находить сумму углов многоугольников	(И) **Вариант I** 1. Найдите сумму углов выпуклого тринадцатиугольника. *(1980°.)* 2. Каждый угол выпуклого многоугольника равен 135°. Найдите число сторон этого многоугольника. *(8.)* **Вариант II** 1. Найдите сумму углов выпуклого двенадцатиугольника. *(1800°.)* 2. Сумма углов выпуклого многоугольника с равными углами равна 1260°. Найдите число сторон этого многоугольника. *(9.)*

Продолжение табл.

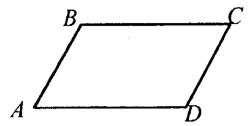
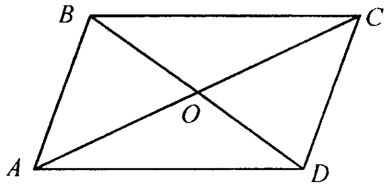
<table>
<tr><td>1</td><td colspan="2">2</td></tr>
<tr><td></td><td colspan="2">Вариант III (для более подготовленных учащихся)
Каждый угол данного выпуклого многоугольника равен 150°. Найдите сумму углов выпуклого многоугольника, число сторон которого в два раза меньше, чем число сторон данного многоугольника. ($(n - 2) \cdot 180° = 150n$; $n = 12$ – число сторон исходного многоугольника; 6 сторон у второго многоугольника. Сумма его углов 720°.)</td></tr>
<tr><td colspan="3">III этап. Учебно-познавательная деятельность</td></tr>
<tr><td colspan="3">Изучение нового материала</td></tr>
<tr><td>Цель деятельности</td><td colspan="2">Совместная деятельность</td></tr>
<tr><td>Дать определение параллелограмма и доказать его свойства</td><td colspan="2">(Ф/И) 1. Дать определение параллелограмма. Воспроизвести рис. 157 из учебника (один учащийся – на доске, остальные – в тетрадях) и сделать запись: «Параллелограмм ABCD».


Рис. 1
Предложить учащимся записать пары параллельных сторон: $AB \parallel CD$, $BC \parallel AD$.
(Ф) 2. Рассмотреть свойства параллелограмма:
• В параллелограмме противоположные стороны и противоположные углы равны.
• Диагонали параллелограмма точкой пересечения делятся пополам.
(Ф) 3. Доказать любое свойство параллелограмма в классе, на дом предложить доказательство второго свойства</td></tr>
<tr><td colspan="3">Закрепление изученного материала</td></tr>
<tr><td>Цель деятельности</td><td>Деятельность учителя</td><td>Деятельность учащихся</td></tr>
<tr><td>Закрепить полученные знания</td><td>(Ф/И)
1. Докажите, что сумма углов, прилежащих к одной стороне параллелограмма, равна 180°.
2. Решите задачи № 376 (а) (устно); № 376 (б), 372 (а).</td><td>№ 376 (а). $\angle A = \angle C = 84°, \angle B = \angle D = 180° - 84° = 96°$.
№ 376 (б). Можно решить системой уравнений:
$\angle A - \angle B = 55°$; $\angle A + \angle B = 180°$; $\angle A = 117{,}5°$, $\angle B = 62{,}5°$
№ 372 (а). Пусть одна сторона x см, тогда вторая $(x + 3)$ см. Так как периметр равен 48 см, то составим и решим уравнение: $(x + x + 3) \cdot 2 = 48$; $x = 10{,}5$; таким образом, одна сторона равна 10,5 см, вторая – 13,5 см</td></tr>
<tr><td colspan="3">IV этап. Итоги урока</td></tr>
<tr><td>Цель деятельности</td><td>Деятельность учителя</td><td>Деятельность учащихся</td></tr>
<tr><td>1</td><td>2</td><td>3</td></tr>
<tr><td>Подвести итог изученному теоретическому материалу</td><td>(Ф) Если в условии задачи дано, что ABCD – параллелограмм, то можно использовать его свойства:</td><td></td></tr>
</table>

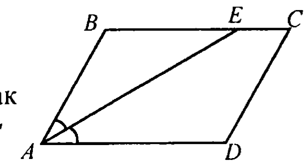
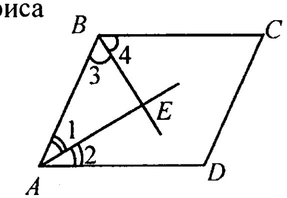
Окончание табл.

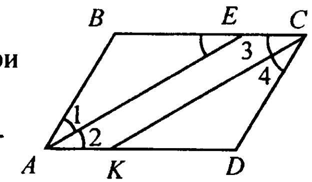
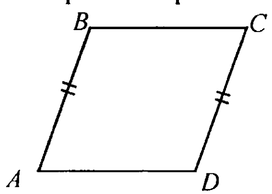
1	2	3
	$AB \parallel CD$, $BC \parallel AD$; $AB = CD$, $BC = AD$; $\angle A = \angle C$, $\angle B = \angle D$; $\angle A + \angle B = 180°$ и т. д.; $AO = OC$, $BO = OD$.  *Рис. 2*	
V этап. Рефлексия		
Деятельность учителя	Деятельность учащихся	
(Ф/И) Составьте синквейн к уроку	(И) Домашнее задание: вопросы 6–8, с. 113; № 372 (б), 376 (в, г), 374; доказать одно из свойств параллелограмма (то, которое в классе не доказывали)	

Урок 4. Тема: ПРИЗНАКИ ПАРАЛЛЕЛОГРАММА

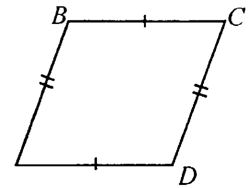
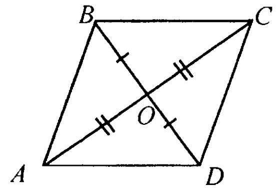
Цель деятельности учителя	Создать условия для рассмотрения признаков параллелограмма и закрепления полученных знаний в процессе решения задач
Термины и понятия	Параллелограмм, противолежащие стороны, противолежащие углы
Планируемые результаты	
Предметные умения	**Универсальные учебные действия**
Умеют объяснять, какой многоугольник называется параллелограммом, точно и грамотно выражать свои мысли в устной и письменной речи с применением математической терминологии	*Познавательные:* проводят информационно-смысловой анализ текста и лекции; осознанно владеют логическими действиями определения понятий, обобщения, установления аналогий, умением устанавливать причинно-следственные связи; понимают и используют наглядность для иллюстрации, интерпретации, аргументации. *Регулятивные:* принимают и сохраняют цели и задачи учебной деятельности. *Коммуникативные:* договариваются и приходят к общему решению в совместной деятельности, в том числе в ситуации столкновения интересов. *Личностные:* проявляют способность к эмоциональному восприятию математических объектов, задач, решений, рассуждений
Организация пространства	
Формы работы	Фронтальная (Ф); групповая (Г); индивидуальная (И)
Образовательные ресурсы	• Учебник. • Задания для индивидуальной работы

Продолжение табл.

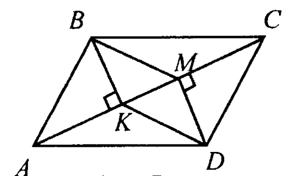
I этап. Актуализация опорных знаний		
Цель деятельности	Деятельность учителя	Деятельность учащихся
1	2	3
Повторить основные элементы параллелограмма, его свойства и признаки	(Ф/И) 1. Дает задание подготовить у доски свойства параллелограмма с доказательством (для учащихся со слабым уровнем подготовки). *(Выслушать индивидуально каждого отвечающего.)* (Ф/И) 2. Дает задание доказать самостоятельно следующие свойства параллелограмма (для учащихся с высоким уровнем подготовки): 1) Биссектриса угла параллелограмма отсекает от него равнобедренный треугольник. 2) Биссектрисы соседних углов параллелограмма перпендикулярны, а биссектрисы противоположных углов параллельны или лежат на одной прямой. *(После подготовки выслушать доказательства дополнительных свойств параллелограмма.)* *Наводящие вопросы:* – Сформулируйте признак равнобедренного треугольника. – Какие углы в ΔBAE могут быть равными? Почему?	1) *Дано:* $ABCD$ – параллелограмм, AE – биссектриса $\angle BAD$. *Доказать:* ΔABE – равнобедренный.  *Рис. 1* *Доказательство:* так как $ABCD$ – параллелограмм, значит $BC \parallel AD$, тогда $\angle EAD = \angle BEA$, как накрест лежащие при параллельных прямых BC и AD и секущей AE. AE – биссектриса $\angle BAD$, значит $\angle BAE = \angle EAD$, поэтому $\angle BAE = \angle BEA$. В ΔABE $\angle BAE = \angle BEA$, значит, ΔABE – равнобедренный с основанием AE. 2а) *Дано:* $ABCD$ – параллелограмм, BE – биссектриса $\angle CBA$, AE – биссектриса $\angle BAD$. *Доказать:* $BE \perp AE$.  *Рис. 2* *Доказательство:* AE – биссектриса, следовательно $\angle 1 = \angle 2$. BE – биссектриса $\Rightarrow \angle 3 = \angle 4$. В параллелограмме сумма углов, прилежащих к одной стороне, равна 180°, поэтому $\angle ABC + \angle BAD =$ $= 180°$, то есть $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 + \angle 4 = 180°$ Так как $\angle 1 = \angle 2$, $\angle 3 = \angle 4$, то $2 \cdot (\angle 1 + \angle 3) = 180°$, $\angle 1 + \angle 3 = 90°$. В ΔABE $\angle AEB = 180° - (\angle 1 + \angle 3) = 90°$, то есть $BE \perp AE$.

1	2	3
	Наводящие вопросы: – Когда прямые AE и CK будут параллельными? – Равны ли $\angle BEA$ и $\angle 3$? Почему? – В каком случае AE и CK совпадут?	2б) *Дано:* $ABCD$ – параллелограмм, AE, CK – биссектрисы $\angle A = \angle C$. *Доказать:* $AE \parallel CK$ или AE и CK совпадают. *Доказательство:* так как $ABCD$ – параллелограмм, то $\angle 2 = \angle BEA$, как накрест лежащие при параллельных прямых BC и AD и секущей AE. В параллелограмме противолежащие углы равны, следовательно, $\angle BAD = \angle BCD$, значит, $\angle 1 = \angle 2 = \angle 3 = \angle 4$. Так как $\angle 2 = \angle BEA$, $\angle 2 = \angle 3$, то $\angle BEA = \angle 3 \Rightarrow$ прямые AE и CK параллельны по признаку параллельности прямых. Прямые AE и CK совпадут, если в параллелограмме смежные стороны равны  *Рис. 3*
II этап. Мотивация к деятельности		
Цель деятельности	Постановка учебной задачи	
Создать условия для введения признаков параллелограмма	(Ф) – Что означают слова «свойства» и «признак»? Приведите примеры. – Какую теорему называют обратной? – Всегда ли верно утверждение, обратное данному? Приведите примеры	
III этап. Учебно-познавательная деятельность		
Изучение нового материала		
Цель деятельности	Совместная деятельность	
Сформулировать признаки параллелограмма	(Ф) – Сформулируйте утверждения, обратные свойствам параллелограмма. Всегда ли они верны? (Г/Ф) *Далее учащихся можно распределить на группы (по рядам) для учебно-исследовательской работы. Обсудить доказательства, сделать запись на доске и в тетради.* 1. Если $AB = CD$ и $AB \parallel CD$, то $ABCD$ – параллелограмм.  *Рис. 4*	

Продолжение табл.

1	2
	2. Если $AB = CD$ и $BC = AD$, то $ABCD$ – параллелограмм.  *Рис. 5* 3. Если $AC \cap BD = O$, $AO = OC$ и $BO = OC$, то $ABCD$ – параллелограмм.  *Рис. 6*

Закрепление изученного материала

Цель деятельности	Деятельность учителя	Деятельность учащихся
Закрепить полученные знания	(Ф/И) 1. Решите задачу № 379 (на доске и в тетради). (И) 2. Решите задачу № 380 (самостоятельно)	*Дано:* $ABCD$ – параллелограмм, $BK \perp AC$, $DM \perp AC$. *Доказать:* $BMDK$ – параллелограмм.  *Рис. 7* *Доказательство:* 1) $\Delta BKM = \Delta DMA$ по гипотенузе и острому углу ($\angle BCK = \angle DAC$, как накрест лежащие углы при параллельных прямых AD и BC и секущей AC, $BC = AD$, как противолежащие стороны параллелограмма, ΔBKC и ΔDMA прямоугольные), значит $MD = BK$. 2) ΔBMK и ΔDKM – прямоугольные, $\Delta BMK = \Delta DKM$ по двум катетам ($MD = BK$, KM – общий катет), значит, $BM = DK$. 3) В четырехугольнике $BMDK$ противолежащие стороны равны ($MD = BK$ и $BM = DK$), следовательно, $BMDK$ – параллелограмм

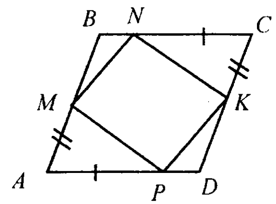
IV этап. Итоги урока. Рефлексия

Деятельность учителя	Деятельность учащихся
(Ф/И) Если в задаче необходимо доказать, что $ABCD$ – параллелограмм, то применяют один из признаков:	(И) Домашнее задание: выучить признаки параллелограмма; решить № 382, 383

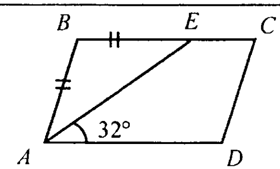
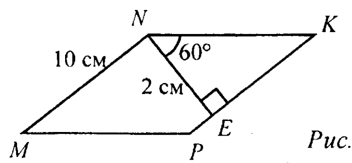
1	2
1. Если $AB = CD$ и $AB \parallel CD$, то $ABCD$ – параллелограмм. 2. Если $AB = CD$ и $BC = AD$, то $ABCD$ – параллелограмм. 3. Если $AC \cap BD = O$, $AO = OC$ и $BO = OC$, то $ABCD$ – параллелограмм. – На каком этапе урока у вас возникли трудности?	

Урок 5. Тема: РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ ПО ТЕМЕ «ПАРАЛЛЕЛОГРАММ»

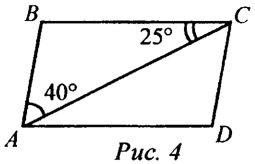
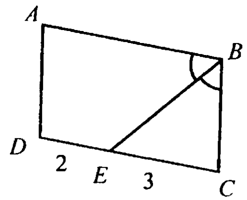
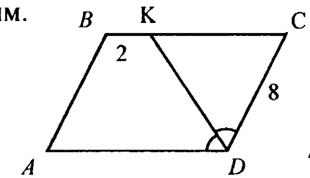
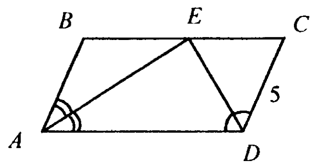
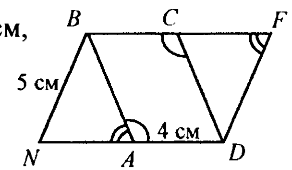
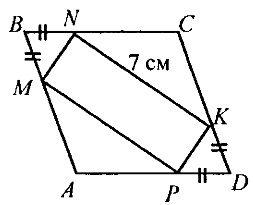
Цель деятельности учителя	Создать условия для закрепления знаний о свойствах и признаках параллелограмма в процессе решения задач
Термины и понятия	Выпуклый, невыпуклый многоугольник
Планируемые результаты	
Предметные умения	**Универсальные учебные действия**
Умеют точно и грамотно выражать свои мысли в устной и письменной речи с применением математической терминологии	*Познавательные:* умеют ясно, точно, грамотно излагать свои мысли в устной и письменной речи; воспринимают устную речь; проводят информационно-смысловой анализ текста и лекции; осмысливают ошибки и устраняют их. *Регулятивные:* понимают смысл поставленной задачи. *Коммуникативные:* договариваются и приходят к общему решению в совместной деятельности, в том числе в ситуации столкновения интересов. *Личностные:* выражают интерес к изучению предметного курса; проявляют готовность и способность к саморазвитию; имеют мотивацию к обучению и познанию
Организация пространства	
Формы работы	Фронтальная (Ф); парная (П); индивидуальная (И)
Образовательные ресурсы	• Учебник. • Задания для работы по индивидуальным карточкам, для самостоятельной работы по вариантам, для парной работы
I этап. Актуализация опорных знаний	
Цель деятельности	Задания для самостоятельной работы
Повторить основные свойства и признаки параллелограмма	(И) Работа по индивидуальным карточкам (3–6 человек). **1-й уровень.** 1. Точки E и K – середины сторон AB и CD параллелограмма $ABCD$. Докажите, что $AECK$ – параллелограмм. 2. Диагонали четырехугольника $ABCD$ пересекаются в точке O, причем $AC = 2$ дм, $AO = 10$ см, $BD = 1{,}5$ дм, $BO = 1$ см. Выясните, является ли $ABCD$ параллелограммом.

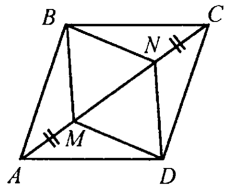
1	2
	2-й уровень. 1. В параллелограмме $ABCD$ на сторонах AB и CD отмечены соответственно точки M и N так, что $\angle BMC = \angle AND$. Докажите, что $AMCN$ – параллелограмм. 2. Точки A и B делят диагональ MK параллелограмма $MNKP$ на три равные части. Является ли четырехугольник $ANBP$ параллелограммом? Ответ обоснуйте. **3-й уровень.** *Дано:* $ABCD$ – параллелограмм, $AM = CK$, $AP = CN$ *(рис. 1)*. *Доказать:* $MNKP$ – параллелограмм.  *Рис. 1* (И) Остальные учащиеся выполняют самостоятельную работу по вариантам. **Вариант I** 1. В четырехугольнике $ABCD$ $AB \parallel CD$ и $AB = CD$, $AC = 10$ см, $BD = 5$ см, $AB = 6{,}5$ см. Диагонали четырехугольника пересекаются в точке O. Найти периметр треугольника COD. 2. В параллелограмме $ABCD$ из вершины B тупого угла ABC проведен перпендикуляр BK к стороне AD ($K \in AD$) и $BK = 0{,}5AB$. Найти углы параллелограмма. **Вариант II** 1. В четырехугольнике $ABCD$ O – точка пересечения диагоналей и $BC = AD$, $AB = CD$, $AC = 16$ см, $BD = 14$ см, $P_{\Delta AOB} = 25$ см. Найти AB. 2. В параллелограмме $ABCD$ из вершины B тупого угла опущен перпендикуляр BK на сторону AD и $AK = BK$. Найти углы параллелограмма

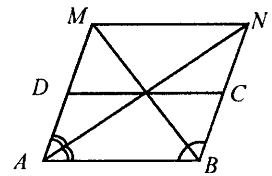
II этап. Решение задач по готовым чертежам

Цель деятельности	Деятельность учителя	Деятельность учащихся
1	2	3
Повторить основные свойства и признаки параллелограмма	(П) 1. $ABCD$ – параллелограмм. Найти: $\angle C$, $\angle D$.  *Рис. 2* 2. $MNKP$ – параллелограмм. Найти: MP, PK.  *Рис. 3*	1. $\angle C = 64°$, $\angle D = 116°$. 2. $MP = 4$ см, $PK = 10$ см.

Продолжение табл.

1	2	3
	3. Найти углы параллелограмма $ABCD$.  *Рис. 4*	3. $\angle B = \angle D = 115°$, $\angle A = \angle C = 65°$.
	4. $ABCD$ – параллелограмм. Найти: P_{ABCD}.  *Рис. 5*	4. $P_{ABCD} = 16$ см.
	5. $ABCD$ – параллелограмм. Найти: AD.  *Рис. 6*	5. $AD = 10$ см.
	6. $ABCD$ – параллелограмм. Найти: P_{ABCD}, $\angle AED$.  *Рис. 7*	6. $P_{ABCD} = 30$ см, $\angle AED = 90°$.
	7. $NBFD$ – параллелограмм. $AD = 4$ см, $NB = 5$ см. Найти: BC, CD.  *Рис. 8*	7. $BC = 4$ см, $CD = 5$ см.
	8. $ABCD$ – параллелограмм. $PMNKP = 20$ см. Найти: MN, MP.  *Рис. 9*	8. $MN = 3$ см, $MP = 1$ см.

1	2	3
	9. $BNDM$ – параллелограмм. $AB : BC = 4 : 5$, $P_{ABCD} = 18$ см. Найти: AD, DC.  *Рис. 10*	9. $AD = 5$ см, $DC = 4$ см

III этап. Итоги урока. Рефлексия	
Деятельность учителя	Деятельность учащихся
(Ф/И) – Какие свойства и признаки параллелограмма повторили на уроке? – Оцените свою работу на уроке	(И) Домашнее задание: разобрать по учебнику № 385 (Теорему Фалеса), решить задачу: *Дано:* $ABCD$ – параллелограмм. AN – биссектриса $\angle BAD$, BM – биссектриса $\angle ABC$. *Доказать:* $ABNM$ – параллелограмм. 

Урок 6. Тема: ТРАПЕЦИЯ

Цель деятельности учителя	Создать условия для введения понятий «трапеция», «равнобокая трапеция», «прямоугольная трапеция»; для рассмотрения решения задач, в которых раскрываются свойства трапеции
Термины и понятия	Трапеция, основания трапеции, боковые стороны

Планируемые результаты	
Предметные умения	**Универсальные учебные действия**
Умеют объяснять, какой многоугольник называется трапецией, точно и грамотно выражать свои мысли в устной и письменной речи с применением математической терминологии	*Познавательные:* проводят информационно-смысловой анализ текста и лекции; осознанно владеют логическими действиями определения понятий, обобщения, установления аналогий, умением устанавливать причинно-следственные связи. *Регулятивные:* принимают и сохраняют учебную задачу. *Коммуникативные:* умеют применять индуктивные и дедуктивные способы рассуждений, видеть различные стратегии решения задач, работать в группе. *Личностные:* умеют контролировать процесс и результат учебной математической деятельности

<table>
<tr><td colspan="3">Организация пространства</td></tr>
<tr><td>Формы работы</td><td colspan="2">Фронтальная (Ф); индивидуальная (И); групповая (Г)</td></tr>
<tr><td>Образовательные ресурсы</td><td colspan="2">• Учебник.
• Задания для индивидуальной работы</td></tr>
<tr><td colspan="3">I этап. Проверка домашнего задания</td></tr>
<tr><td>Цель деятельности</td><td colspan="2">Совместная деятельность</td></tr>
<tr><td>Выявить трудности, возникшие при выполнении домашнего задания</td><td colspan="2">(Ф) 1. Сформулируйте и докажите теорему Фалеса.
2. Сформулируйте свойства параллелограмма.
3. Сформулируйте признаки параллелограмма</td></tr>
<tr><td colspan="3">II этап. Учебно-познавательная деятельность</td></tr>
<tr><td colspan="3">Изучение нового материала</td></tr>
<tr><td>Цель деятельности</td><td colspan="2">Совместная деятельность</td></tr>
<tr><td>Ввести понятие трапеции, ее оснований и боковых сторон</td><td colspan="2">(Ф/И) 1. В тетрадях учащихся и на доске рисунок трапеции и записи:

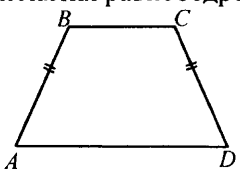

Рис. 1
ABCD – трапеция, если BC || AD, AB и CD – боковые стороны, BC и AD – основания.
2. Ввести понятия равнобедренной и прямоугольной трапеции.


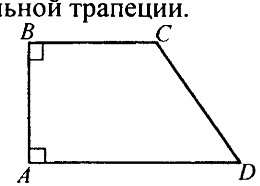
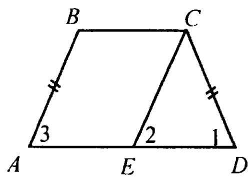
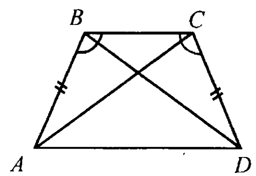
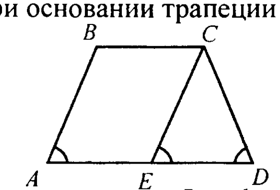
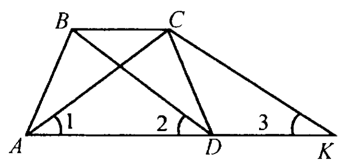
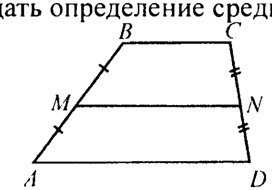
Рис. 2


Рис. 3</td></tr>
<tr><td colspan="3">Учебно-исследовательская деятельность</td></tr>
<tr><td>Цель деятельности</td><td>Деятельность учителя</td><td>Деятельность учащихся</td></tr>
<tr><td>1</td><td>2</td><td>3</td></tr>
<tr><td>Сформулировать свойства равнобедренной трапеции</td><td>(Г) Класс разбивается на несколько групп для обсуждения свойств и признаков равнобедренной трапеции.
З а д а н и е : исследовать углы равнобедренной трапеции, диагонали трапеции.</td><td></td></tr>
</table>

Продолжение табл.

1	2	3
	Результаты исследований выслушать и обсудить, на доске и в тетрадях выполнить запись: **Свойства равнобедренной трапеции:** 1. В равнобедренной трапеции углы при каждом основании равны.  *Рис. 4*	*Доказательство:* Проведем $CE \parallel AB$. $ABCE$ – параллелограмм ($AB \parallel CE$, $BC \parallel AD$). $CD = AB = CE$, ΔCDE – равнобедренный, $\angle 1 = \angle 2$. $AB \parallel CE$, тогда $\angle 2 = \angle 3$. $\angle 1 = \angle 2 = \angle 3$. $\angle ABC = 180° - \angle 3 = 180° - \angle 1 = \angle BCD$
	2. В равнобедренной трапеции диагонали равны.  *Рис. 5*	*Доказательство:* $\Delta ABC = \Delta DCB$ ($AB = DC$, BC – общая сторона, $\angle ABC = \angle DCB$), тогда $AC = BD$.
	З а д а н и е : сформулируйте утверждения, обратные свойствам равнобедренной трапеции, и докажите их справедливость. Результаты исследований выслушать и обсудить, на доске и в тетрадях выполнить запись:	
	1. Если углы при основании трапеции равны, то она равнобедренная.  *Рис. 6*	*Доказательство:* Проведем $CE \parallel AB$. $ABCE$ – параллелограмм, тогда $AB = CE$, $\angle A = \angle CED$. ΔCED – равнобедренный ($\angle D = \angle CED$), тогда $CE = CD$. $AB = CE = CD$, тогда $ABCD$ – равнобедренная трапеция.
	2. Если диагонали трапеции равны, то она равнобедренная.  *Рис. 7*	*Доказательство:* Проведем $CK \parallel BD$. $BCKD$ – параллелограмм ($CK \parallel BD$, $BC \parallel AK$). ΔACK – равнобедренный ($AC = BD = CK$), $\angle 1 = \angle 2$. $CK \parallel BD$, $\angle 2 = \angle 3$, тогда $\angle 1 = \angle 3$. $\Delta ABD = \Delta DCA$ ($AC = BD$, AD – общая сторона, $\angle 1 = \angle 3$), тогда $AB = CD$, то есть $ABCD$ – равнобедренная трапеция

Окончание табл.

III этап. Решение задач		
Цель деятельности	Обучающие и развивающие задания и упражнения	Диагностические задания
Ввести понятие средней линии трапеции	(Ф) № 386 (по теореме Фалеса). После решения этой задачи можно дать определение средней линии трапеции.  *Рис. 8* M – середина AB, N – середина CD, MN – средняя линия трапеции	**№ 386.** *Доказательство:* Пусть M – середина AB. Проведем $MN \parallel AD \parallel BC$. Точка N – середина CD (по теореме Фалеса). Докажем, что MN – единственная. Через точки M и N можно провести только одну прямую (по аксиоме), то есть отрезок, соединяющий середины боковых сторон, единственен и $MN \parallel AD \parallel BC$

IV этап. Итоги урока	
Деятельность учителя	Деятельность учащихся
(Ф) 1. Какой четырехугольник называется трапецией? 2. Назовите элементы трапеции и ее виды. 3. В решении задач на трапецию можно использовать свойства углов при параллельных прямых и секущей	

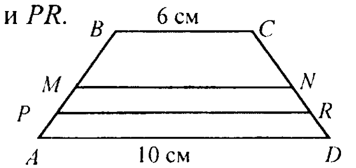
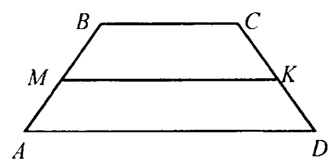
V этап. Рефлексия	
Деятельность учителя	Деятельность учащихся
(Ф/И) 1. Оцените свою работу на уроке. 2. Какой этап урока вызвал у вас наибольшее затруднение и почему? 3. Составьте синквейн к уроку	(И) Домашнее задание: выучить теоретическую часть; решить № 384, 387

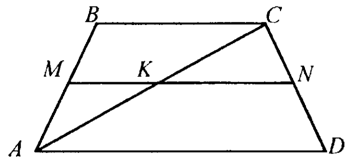
Урок 7. Тема: РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ ПО ТЕМЕ «ПАРАЛЛЕЛОГРАММ. ТРАПЕЦИЯ»

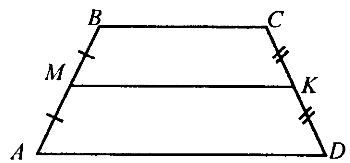
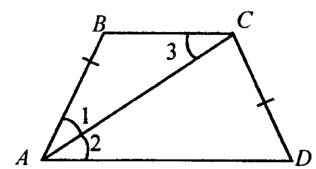
Цель деятельности учителя	Создать условия для закрепления понятий «трапеция», «равнобокая трапеция», «прямоугольная трапеция»; для рассмотрения решения задач, в которых раскрываются свойства трапеции
Термины и понятия	Трапеция, основания трапеции, боковые стороны, параллелограмм, свойства, признаки

Планируемые результаты	
Предметные умения	**Универсальные учебные действия**
Умеют объяснять, какой многоугольник называется трапецией, точно и грамотно выражать свои мысли в устной и письменной речи с применением математической терминологии	*Познавательные:* проводят информационно-смысловой анализ текста и лекции; осознанно владеют логическими действиями определения понятий, обобщения, установления аналогий, умением устанавливать причинно-следственные связи. *Регулятивные:* принимают и сохраняют учебную задачу.

Продолжение табл.

		Коммуникативные: умеют применять индуктивные и дедуктивные способы рассуждений, видеть различные стратегии решения задач, работать в группе. *Личностные:* умеют контролировать процесс и результат учебной математической деятельности
Организация пространства		
Формы работы	Фронтальная (Ф); индивидуальная (И)	
Образовательные ресурсы	• Учебник. • Задания для фронтальной, индивидуальной, парной работы	
I этап. Проверка домашнего задания		
Цель деятельности	Совместная деятельность	
Выявить трудности, возникшие при выполнении заданий домашней работы; проверить уровень усвоения теоретического материала	(Ф) 1. Дайте определение трапеции. 2. Какие виды трапеций существуют? 3. Перечислите свойства равнобедренной трапеции	
II этап. Решение задач		
Цель деятельности	Деятельность учителя	Деятельность учащихся
1	2	3
Создать условия для применения теоретических знаний при решении задач	(Ф/И) *Дано:* $ABCD$ – трапеция, MK – средняя линия. $BC = 13$, $MK = 25$. *Найти:* AD. Решение задач по готовому чертежу *(устно)*: 1. MN – средняя линия трапеции $ABCD$, PR – средняя линия трапеции $AMND$. $BC = 6$ см, $AD = 10$ см. Найти: MN и PR.  *Рис. 2*	 *Рис. 1* *Решение:* Так как $MK = (BC + AD) : 2 = 25$, то $BC + AD = 50$, $AD = 50 - 13 = 37$ см. О т в е т : 37 см. 1. $MN = 8$ см, $PR = 9$ см.

1	2	3
	2. Чем являются отрезки MK и KN, если MN – средняя линия трапеции $ABCD$?  *Рис. 3*	2. MK – средняя линия ΔABC, KN – средняя линия ΔACD

III этап. Работа в парах	
Цель деятельности	Задания для самостоятельной работы
1	2
Создавать условия для формирования навыков решения задач	На каждом столе расположен листок с напечатанными задачами. З а д а ч а 1. Большее основание трапеции равно 8 см, а меньшее на 3 см меньше средней линии. *Найти:* BC, MK. *Дано:* $ABCD$ – трапеция, $AD = 8$ см, MK – средняя линия. BC – ? на 3 см меньше MK. *Найти:* BC, MK.  *Рис. 4* *Решение:* Пусть $BC = x$ см, тогда $MK = (x + 3)$ см $MK = (AD + BC) : 2$; $x + 3 = (x + 8) : 2$; $2x + 6 = x + 8$; $x = 2$. $BC = 2$ см, $MK = 2 + 3 = 5$ (см) О т в е т : $BC = 2$ см, $MK = 5$ см. З а д а ч а 2. В равнобокой трапеции диагональ делит острый угол пополам. Периметр трапеции равен 54 дм, большее ее основание – 1,8 м. Вычислите меньшее основание трапеции. *Дано:* $ABCD$ – равнобокая трапеция. P – 54 дм. $AD = 1{,}8$ м $= 18$ дм. *Найти:* BC.  *Рис. 5* *Решение:* $\angle 1 = \angle 2$ так как AC – биссектриса $\angle A$; $\angle 2 = \angle 3$, как внутренние накрест лежащие углы.

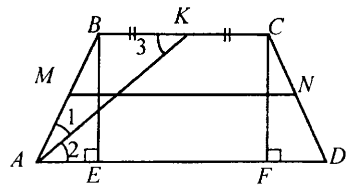
<table>
<tr><th>1</th><th>2</th></tr>
<tr><td></td><td>
$\angle 1 = \angle 2$ и $\angle 2 = \angle 3 \Rightarrow \angle 1 = \angle 3 \Rightarrow \Delta ABC$ – равнобедренный.
Пусть $AB = BC = CD = x$.
Уравнение:
$3x + 18 = 54$
$3x = 54 - 18$
$3x = 36$
$x = 12$
Ответ: BC =12 дм.
Задача 3.
В равнобокой трапеции с острым углом 60° биссектриса этого угла делит меньшее основание, равное 16 см, пополам. Найдите среднюю линию трапеции.
Дано:
$ABCD$ – равнобокая трапеция, BC – 16 см.
AK – биссектриса $\angle A$
$BK = KC$
MN – средняя линия
$\angle A = 60°$
Найти: MN.


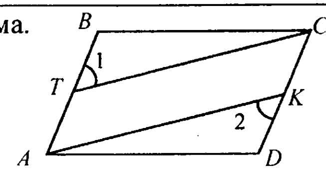
Рис. 6
Решение:
Так как K – середина BC, то $BK = KC = BC : 2 = 16$ см $: 2 = 8$ см.
Так как AK – биссектриса $\angle A$, то $\angle 1 = \angle 2$; $\angle 2 = \angle 3$ как внутренние накрест лежащие углы.
$\angle A = \angle D$, $AB = CD$, $\Delta ABE = \Delta DCF$ (по гипотенузе и острому углу).
Значит, $AE = DF$, $\angle ABE = 30°$, ΔABE – прямоугольный.
$AE = AB : 2$; $AE = 8 : 2 = 4$ см.
$DF = 4$ см, $EF = BC = 16$ см, $AD = 16 + 4 + 4 = 24$ см.
$MN = (BC + AD) : 2 = (16 + 24) : 2 = 20$ см.
Ответ: $MN = 20$ см
</td></tr>
<tr><td colspan="2">IV этап. Самостоятельная работа</td></tr>
<tr><td>Цель деятельности</td><td>Задания для самостоятельной работы</td></tr>
<tr><td>Повторить свойства и признаки параллелограмма</td><td>
(И) 1. В параллелограмме один из углов в два раза меньше другого. Найти углы параллелограмма.
2. На рисунке $ABCD$ – параллелограмм.
$\angle 1 = \angle 2$. Докажите, что $ATCK$ – параллелограмм.


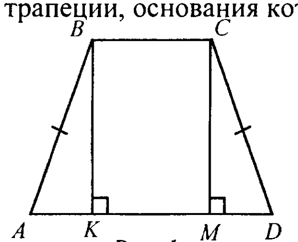
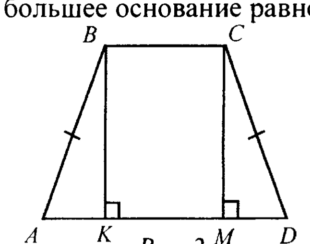
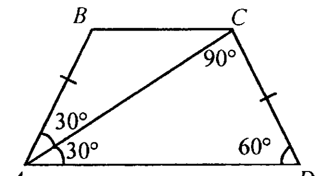
Рис. 7
</td></tr>
</table>

Окончание табл.

IV этап. Итоги урока. Рефлексия	
Деятельность учителя	Деятельность учащихся
(Ф/И) – Составьте синквейн к уроку. – Оцените свою работу на уроке	(И) Домашнее задание: № 379, 380

Урок 8. Тема: ТРАПЕЦИЯ. ЗАДАЧИ НА ПОСТРОЕНИЕ

Цель деятельности учителя	Создать условия для решения задач, в которых применяются свойства и признаки трапеции	
Термины и понятия	Трапеция, основания трапеции, боковые стороны, равнобедренная трапеция, прямоугольная трапеция, теорема Фалеса	
Планируемые результаты		
Предметные умения	**Универсальные учебные действия**	
Умеют применять полученные знания при решении задач и доказательстве	*Познавательные:* осознанно владеют логическими действиями определения понятий, обобщения, установления аналогий, умением устанавливать причинно-следственные связи; понимают и используют средства наглядности. *Регулятивные:* принимают и сохраняют учебную задачу. *Коммуникативные:* умеют организовывать учебное сотрудничество и совместную деятельность с учителем и сверстниками. *Личностные:* проявляют познавательный интерес к изучению предмета	
Организация пространства		
Формы работы	Фронтальная (Ф); индивидуальная (И)	
Образовательные ресурсы	• Учебник. • Задания для самостоятельной работы	
I этап. Проверка домашнего задания		
Цель деятельности	Деятельность учителя	Деятельность учащихся
Выявить трудности, возникшие при выполнении домашнего задания	(Ф) 1. Сформулируйте теорему Фалеса. 2. Сформулируйте свойства равнобедренной трапеции	1. Если на одной из двух прямых отложить последовательно несколько равных отрезков и через их концы провести параллельные прямые, пересекающие вторую прямую, то они отсекут на второй прямой равные между собой отрезки. 2. В равнобедренной трапеции углы при основаниях равны, диагонали равны

II этап. Самостоятельная работа	
Цель деятельности	Задания для самостоятельной работы
Проверить степень усвоения теоретического материала и умение его применять при решении задач	(И) **Вариант I** Найдите боковые стороны равнобедренной трапеции, основания которой равны 14 см и 8 см, а один из углов равен 120°.  *Рис. 1* BC = 8 см, $AK = MD$ = 3 см $CD = 2MD$ = 6 см, так как MD – катет, лежащий против угла 30°, равен половине гипотенузы. **Вариант II** Найдите меньшее основание равнобедренной трапеции, если ее большее основание равно 16 см, боковая сторона –10 см, а один из углов равен 60°.  *Рис. 2* AD = 16 см, CD = 10 см, $\angle D$ = 60°, тогда $MD = 0{,}5CD$ = 5 см, $AK = MD$ = 5 см, значит, $BC = KM$ = 16 – 10 = 6 см. **Вариант III** Диагональ АС равнобедренной трапеции $ABCD$ делит пополам угол BAD. Найти периметр трапеции, если основание AD равно 12 см, а $\angle ADC$ равен 60°.  *Рис. 3* $CD = 0{,}5AD$, значит, CD = 6 см. ΔABC – равнобедренный, ВС = 6 см, P_{ABCD} = 6 + 6 + 6 + 12 = 30 см. Далее проводится взаимопроверка

III этап. Решение задач на построение	
Цель деятельности	Совместная деятельность
1	2
Повторить основные этапы решения задач на построение	(Ф) 1. Напомнить основные этапы решения задач на построение: 1) Анализ задачи. 2) Выполнение построения по намеченному плану.

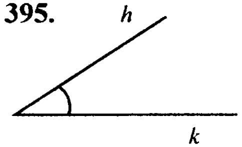
3) Доказательство того, что построенная фигура удовлетворяет условиям задачи.

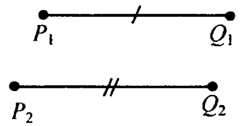
4) Исследование задачи.

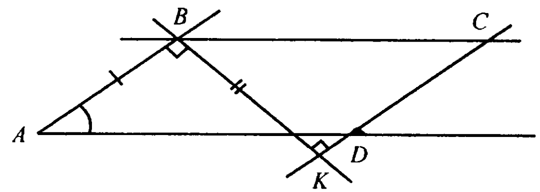
(Ф/И) 2. Решить № 393 (в), 395, 397 (а).

№ 393 (в) – решение в учебнике на с. 106–107.

№ 395.







Построить $ABCD$ – параллелограмм.

$\angle A = \angle hk$, $AB = P_1Q_1$

P_2Q_2 – расстояние между AB и CD.

Устно провести анализ, доказательство и исследование, в тетрадях – только построение:

1) построить $\angle A$, равный данному $\angle hk$;

2) отложить на его стороне отрезок $P_1Q_1 = AB$ и отметить точку B;

3) через точку B провести прямую, перпендикулярную прямой AB, и отложить отрезок $BK = P_2Q_2$;

4) через точку B провести прямую, параллельную другой стороне угла;

5) через точку K провести прямую, параллельную стороне AB;

6) $ABCD$ – параллелограмм по определению.

№ 397 (а).

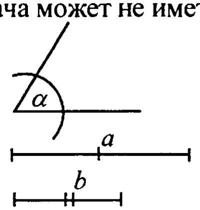
Дано: $\angle A = \alpha$, $AD = a$, $AB = b$

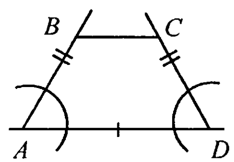
Построить: равнобедренную трапецию $ABCD$.

Построение:

1. На прямой с отложить отрезок $AD = a$.
2. Построить $\angle A = \alpha$, $\angle D = \alpha$.
3. На лучах AB и DC отложить отрезки, равные b $(AB = DC = b)$.
4. Соединить B и C отрезком. $ABCD$ – искомая трапеция.

Задача может не иметь решения, если точки B и C совместятся или точки B и C расположены за точкой пересечения лучей AB и DC.

а) 

б) 

Окончание табл.

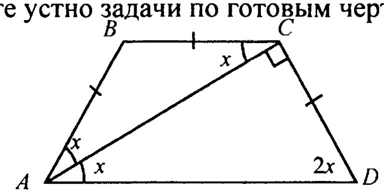
IV этап. Итоги урока. Рефлексия	
Деятельность учителя	Деятельность учащихся
(Ф/И) – Оцените свою работу на уроке. – Какой этап урока вызвал у вас наибольшее затруднение и почему?	(И) Домашнее задание: решить задачи № 394, 398, 393 (б)

Урок 9. Тема: ПРЯМОУГОЛЬНИК

Цель деятельности учителя	Создать условия для введения определения прямоугольника, изучения свойств прямоугольника	
Термины и понятия	Прямоугольник, диагонали прямоугольника	
Планируемые результаты		
Предметные умения		**Универсальные учебные действия**
Умеют работать с геометрическим текстом, точно и грамотно выражать свои мысли в устной и письменной речи с применением математической терминологии и символики		*Познавательные:* умеют выдвигать гипотезы при решении учебных задач и понимать необходимость их проверки; понимают и используют наглядность в решении учебных задач. *Регулятивные:* проявляют познавательный интерес к изучению предмета. *Коммуникативные:* умеют организовывать учебное сотрудничество и совместную деятельность с учителем и сверстниками. *Личностные:* умеют контролировать процесс и результат учебной математической деятельности
Организация пространства		
Формы работы	Фронтальная (Ф); индивидуальная (И); групповая (Г)	
Образовательные ресурсы	• Учебник. • Задания для индивидуальной работы	

I этап. Проверка домашнего задания		
Цель деятельности	Деятельность учителя	Деятельность учащихся
1	2	3
Выявить трудности, возникшие при выполнении домашнего задания	(И/Ф) 1. Сформулируйте теорему Фалеса. 2. Сформулируйте свойства равнобедренной трапеции.	 1. Если на одной из двух прямых отложить последовательно несколько равных отрезков и через их концы провести параллельные прямые, пересекающие вторую прямую, то они отсекут на второй прямой равные между собой отрезки. 2. В равнобедренной трапеции углы при основаниях равны, диагонали равны.

Продолжение табл.

1	2	3
	3. Решите устно задачи по готовым чертежам. 	3. ΔABC – равнобедренный. $\angle BAC = \angle BCA = x°$, как внутренние накрест лежащие при $BC \parallel AD$ и секущей AC, $\angle BAD = \angle CDA = 2x°$. Из прямоугольного ΔACD: $\angle CAD + \angle CDA = 90° \Rightarrow x = 30°$. В трапеции $ABCD$ $\angle BAC = \angle CAD = 60°$, $\angle BCD = 120°$

II этап. Изучение нового материала

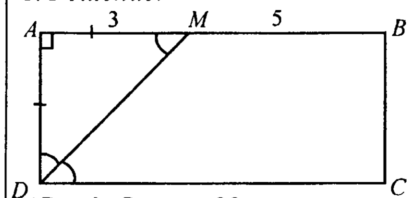
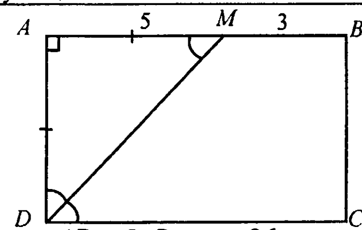
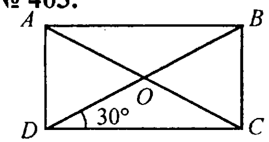
Цель деятельности	Совместная деятельность
1	2
Ввести понятие прямоугольника, доказать свойства и признаки прямоугольника	1. Ввести понятие прямоугольника. Учащиеся знакомы с прямоугольником еще с начальной школы, поэтому ввести понятие прямоугольника можно в процессе беседы по вопросам: – Какой четырехугольник называется прямоугольником? *(Ученики могут дать различные ответы, например: «Это четырехугольник, у которого все углы прямые»; «Это четырехугольник, у которого противолежащие стороны равны».)* – Можно ли утверждать, что прямоугольник – это параллелограмм, и почему? – Чем отличается произвольный параллелограмм от прямоугольника? – Закончите предложение: «Прямоугольник – это параллелограмм, у которого...» – Сформулируйте свойства прямоугольника. (И/Г) 2. Рассмотреть особое свойство диагоналей прямоугольника. – Исследуйте стороны, углы и диагонали прямоугольника и заполните таблицу.

	Параллелограмм	Прямоугольник
Стороны	1. 2.	1. 2.
Углы	1. 2.	1. 2. 3.
Диагонали	1.	1. 2.

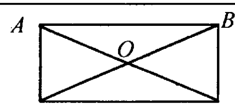
(И/Ф) 3. Рассмотреть признак прямоугольника.
– Как определить, является ли данный параллелограмм прямоугольником? Ответ обоснуйте. *(Дать учащимся 3–5 минут на обдумывание и обсудить варианты ответов.)*
(Ф) – Выберите верные утверждения *(устно)*:
а) Если в четырехугольнике диагонали равны и делятся точкой пересечения пополам, то этот четырехугольник – прямоугольник.
б) Если в четырехугольнике противоположные стороны параллельны, а все его углы прямые, то этот четырехугольник – прямоугольник.

1	2
	в) Если в четырехугольнике диагонали равны, то этот четырехугольник – прямоугольник. г) Если в параллелограмме два угла прямых, то этот параллелограмм – прямоугольник. д) Если в четырехугольнике два прямых угла и две стороны равны, то этот четырехугольник – прямоугольник. е) Если в четырехугольнике диагонали равны, а один угол прямой, то этот четырехугольник – прямоугольник

III этап. Решение задач

Цель деятельности	Деятельность учителя	Деятельность учащихся
Совершенствовать навыки решения задач, опираясь на полученные знания	(И/Ф)1. Решите задачу: В прямоугольнике $ABCD$ биссектриса угла D пересекает сторону AB в точке M. Докажите, что ΔADM – равнобедренный. Найдите периметр прямоугольника, если сторона AB оказалась разбита на отрезки длиной 3 см и 5 см. Сколько решений имеет задача? 2. Решите № 403. *Дано:* $ABCD$ – прямоугольник, $AC \cap BD = O$, $\angle CAD = 30°$, $AC = 12$ см. *Найти:* P_{AOB}	1. *Решение:*  $AD = 3$, $P_{ABCD} = 22$ *Рис. 1*  $AD = 5$, $P_{ABCD} = 26$ *Рис. 2* **№ 403.**  *Рис. 3* *Решение:* ΔACD – прямоугольный, в нем $\angle CAD = 30°$, значит, $CD = \frac{AC}{2} = 6$ см, тогда $AB = CD = 6$ см. В прямоугольнике диагонали равны и точкой пересечения делятся пополам, то есть $AO = \frac{AC}{2} = \frac{BD}{2} = BO = 6$ см. $P_{AOB} = AO + BO + AB = 6 + 6 + 6 = 18$ см. Ответ: $P_{AOB} = 18$ см

IV этап. Итоги урока. Рефлексия

Деятельность учителя	Деятельность учащихся
1	2
(Ф) $\boxed{ABCD \text{ – прямоугольник}} \Rightarrow \boxed{\begin{array}{l} AB \parallel CD,\ BC \parallel AD, \\ AB = CD,\ BC = AD, \\ AO = OC,\ BO = OD \end{array}}$  *Рис. 4*	(И) Домашнее задание: п. 46 прочитать, решить № 401, 404

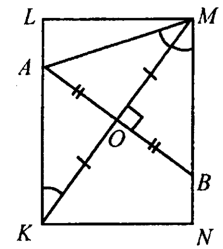
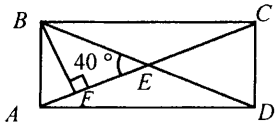
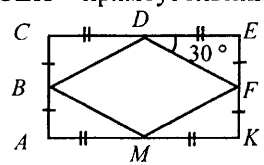
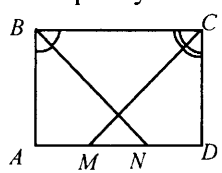
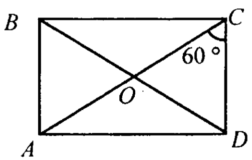
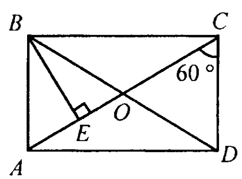
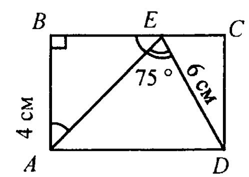
Окончание табл.

1	2
$ABCD$ – параллелограмм, $\angle A = \angle B = \angle C = \angle D = 90°$ $\Rightarrow$ $ABCD$ – прямоугольник $ABCD$ – параллелограмм, $AC = BD$ $\Rightarrow$ $ABCD$ – прямоугольник	

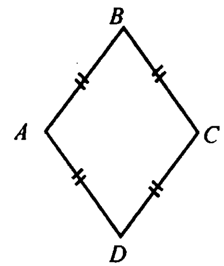
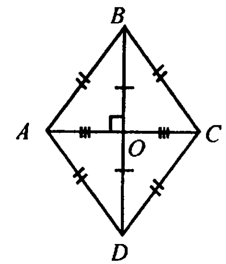
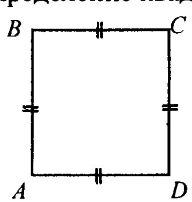
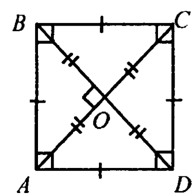
Урок 10. Тема: РОМБ. КВАДРАТ

Цель деятельности учителя	Создать условия для введения понятий ромба и квадрата как частных видов параллелограмма, для рассмотрения свойств и признаков ромба и квадрата; показать их применение в процессе решения задач	
Термины и понятия	Ромб, квадрат, диагонали, углы	
Планируемые результаты		
Предметные умения	**Универсальные учебные действия**	
Умеют работать с геометрическим текстом, точно и грамотно выражать свои мысли в устной и письменной речи с применением математической терминологии и символики	*Познавательные:* умеют выдвигать гипотезы при решении учебных задач и понимать необходимость их проверки; понимают и используют наглядность в процессе решения задач. *Регулятивные*: проявляют познавательный интерес к изучению предмета. *Коммуникативные:* умеют организовывать учебное сотрудничество и совместную деятельность с учителем и сверстниками. *Личностные:* умеют контролировать процесс и результат учебной математической деятельности	
Организация пространства		
Формы работы	Фронтальная (Ф); индивидуальная (И); групповая (Г)	
Образовательные ресурсы	• Учебник. • Задания для фронтальной, групповой работы	
I этап. Проверка домашнего задания		
Цель деятельности	Совместная деятельность	
1	2	
Выявить трудности, возникшие при выполнении домашнего задания	(Ф) 1. Дайте определение прямоугольника. 2. Перечислите свойства прямоугольника. Докажите одно из них. 3. Перечислите признаки прямоугольника. 4. Решите задачу: Через середину диагонали KM прямоугольника $KLMN$ перпендикулярно этой диагонали проведена прямая, пересекающая стороны KL и MN в точках A и B соответственно. Известно, что $AB = BM = 6$. Найдите бóльшую сторону прямоугольника.	

Продолжение табл.

1	2
	а) Прямоугольные ΔMOB и ΔKOA равны по катету и прилежащему к нему острому углу ($KO = MO$, так как O – середина диагонали KM; $\angle BMO = \angle AKO$, как накрест лежащие при параллельных прямых KL и MN и секущей KM), тогда $AO = OB = 3$ см ($AB = 6$ см), $AK = MB = 6$ см. б) $\Delta AMO = \Delta BMO$ по двум катетам ($AO = BO$, MO – общая сторона, $\angle AOM = \angle MOB = 90°$), тогда $AM = MB = 6$ см и ΔAMB – равносторонний. в) $\angle AMO = \angle BMO = 30°$, так как ΔAMB – равносторонний, MO – медиана, высота и биссектриса ΔAMB. г) $\angle KLM = 90°$, $\angle AMO = 30°$, $\angle BMO = 30°$, тогда $\angle AML = 30°$. д) ΔALM – прямоугольный, в нем $\angle AML = 30°$, $AM = 6$ см, тогда $AL = 3$ см. е) $AK = 6$ см, $AL = 3$ см, тогда $KL = 9$ см. О т в е т: $KL = 9$ см.  *Рис. 1* 5. Решите задачи по готовым чертежам: 1) $ABCD$ – прямоугольник. *Найти:* $\angle ABF$.  *Рис. 2* 2) $ACEK$ – прямоугольник, $BC = 5$ см. *Найти:* P_{BDFM}.  *Рис. 3* 3) $ABCD$ – прямоугольник. *Доказать:* $AM = ND$.  *Рис. 4* 4) $ABCD$ – прямоугольник. *Найти:* $\angle AOB$, $\angle BOC$.  *Рис. 5* 5) $ABCD$ – прямоугольник. *Найти:* AC, AB.  *Рис. 6* 6) $ABCD$ – прямоугольник. *Найти:* AD.  *Рис. 7*

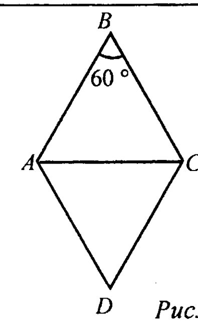
Продолжение табл.

II этап. Учебно-познавательная деятельность	
Изучение нового материала	
Цель деятельности	Совместная деятельность
1	2
Ввести понятия ромба, квадрата, рассмотреть свойства и признаки этих фигур	(Ф) 1. Введение понятия ромба. Рисунок и записи на доске и в тетрадях учащихся: *ABCD* – ромб, если *ABCD* – параллелограмм и $AB = BC = CD = DA$. – Верно ли утверждение: «Четырехугольник, у которого все стороны равны, является ромбом»?  *Рис. 8* (Г/Ф) 2. Свойства ромба, признак ромба. – Перечислите все свойства ромба как частного вида параллелограмма. – Выясните, каким еще свойством обладают диагонали ромба, кроме того, что они точкой пересечения делятся пополам. *(Работа в группах с последующим обсуждением свойства диагоналей ромба.)* На доске и в тетрадях записать: **Свойства ромба** *(рис. 9)*: Если *ABCD* – ромб, то: а) $AB = BC = CD = AD$; б) $AB \parallel CD$, $AD \parallel BC$; в) $\angle A = \angle C$, $\angle B = \angle D$; г) $AO = OC$, $BO = OD$; д) $AC \perp BD$. е) *AO*, *BO*, *CO*, *DO* – биссектрисы углов *A*, *B*, *C*, *D*.  *Рис. 9* (Г/Ф) – Сформулируйте утверждение, обратное особому свойству ромба, и выясните его справедливость. *(Работа в группах с последующим обсуждением.)* 3. Определение квадрата.  *Рис. 10*  *Рис. 11* *ABCD* – квадрат, если *ABCD* – прямоугольник, $AB = BC = CD = DA$. – Верно ли утверждение: «Ромб, у которого все углы прямые, является квадратом»? – Верно ли утверждение: «Параллелограмм, у которого все стороны и все углы равны, является квадратом»?

Окончание табл.

1	2
	4. Свойства квадрата, признаки квадрата. – Перечислите свойства квадрата, учитывая, что квадрат – это частный случай прямоугольника и ромба. Записать на доске и в тетрадях: **Свойства квадрата:** а) $AB = BC = CD = AD$; $AB \parallel CD$, $BC \parallel AD$; б) $\angle A = \angle B = \angle C = \angle D = 90°$ в) $BO = OC = OD = AO$, $BD \perp AC$, AO, BO, CO, DO – биссектрисы $\angle A$, $\angle B$, $\angle C$, $\angle D$ соответственно. – Сформулируйте признаки квадрата

Закрепление изученного материала

Цель деятельности	Деятельность учителя	Деятельность учащихся
Закрепить полученные знания	(Ф/И) 1. Решить задачу № 406. (И) 2. Решить самостоятельно № 407	*Дано:* $ABCD$ – ромб, $\angle B = 60°$, $AC = 10,5$ см. *Найти:* P_{ABCD}. *Решение:* $\angle B = 60°$, $AB = BC$ (так как AB и BC – стороны ромба), тогда $\angle BAC = \angle BCA = 60°$, то есть ΔABC – равносторонний и $AB = AC = 10,5$ см. У ромба все стороны равны, поэтому $P_{ABCD} = 4 \cdot AB = 4 \cdot 10,5 = 42$ (см). Ответ: 42 см.  *Рис. 12* *Решение:* $\angle ABC = 45°$. BD – диагональ и биссектриса $\angle ABC$. $\angle ABD = 45° : 2 = 22°30'$ Из ΔABO ($\angle O = 90°$, так как диагонали ромба перпендикулярны): $\angle OAB = 90° - 22°30' = 67°30'$ Ответ: $22°30'$, $67°30'$

III этап. Итоги урока. Рефлексия

Деятельность учителя	Деятельность учащихся
(Ф/И) – Что нового узнали на уроке? – Какой этап урока оказался для вас самым сложным? – Оцените свою работу на уроке	(И) Домашнее задание: п. 47 прочитать; решить № 412, 413

Урок 11. Тема: РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ

Цель деятельности учителя	Создать условия для закрепления теоретического материала по теме «Прямоугольник. Ромб. Квадрат»; для совершенствования навыков решения задач по данной теме
Термины и понятия	Ромб, квадрат, диагонали, углы

Планируемые результаты

Предметные умения	Универсальные учебные действия
Умеют работать с геометрическим текстом, точно и грамотно выражать свои мысли в устной и письменной речи с применением математической терминологии и символики	*Познавательные:* умеют выдвигать гипотезы при решении учебных задач и понимать необходимость их проверки, устанавливать причинно-следственные связи, строить логическое рассуждение, умозаключение и выводы. *Регулятивные:* осознают важность и необходимость знаний для человека; проявляют познавательный интерес к изучению предмета. *Коммуникативные:* умеют организовывать учебное сотрудничество и совместную деятельность с учителем и сверстниками, работать в паре. *Личностные:* умеют контролировать процесс и результат учебной математической деятельности

Организация пространства

Формы работы	Фронтальная (Ф); индивидуальная (И); групповая (Г)
Образовательные ресурсы	• Учебник. • Задания для индивидуальной работы

I этап. Самостоятельная работа по теории

Цель деятельности	Задания для самостоятельной работы
Проверить уровень усвоения теоретического материала	(И/Ф) Проверка теоретического материала. – Заполните таблицу, используя знаки «+» (да) и «–» (нет). *(Один из учащихся работает на переносной доске, остальные в тетрадях. После завершения работы класс проверяет работу, выполненную на доске.)* Правильные ответы:

	Параллелограмм	Прямоугольник	Ромб	Квадрат
Противоположные стороны параллельны и равны	+	+	+	+
Все стороны равны	–	–	+	+
Противолежащие углы равны; сумма углов, прилежащих к одной стороне, равна 180°	+	+	+	+
Все углы прямые	–	+	–	+
Диагонали пересекаются и точкой пересечения делятся пополам	+	+	+	+
Диагонали равны	–	+	–	+
Диагонали взаимно перпендикулярны и являются биссектрисами углов	–	–	+	+

(После самопроверки учащиеся оценивают себя.)

Окончание табл.

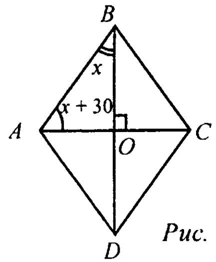
<table>
<tr><th colspan="2">II этап. Тест</th></tr>
<tr><td>Цель деятельности</td><td>Задания для самостоятельной работы</td></tr>
<tr><td>Проверить уровень усвоения теоретического материала</td><td>(И) Тесты в двух вариантах в распечатанном виде раздаются учащимся (см. Ресурсный материал). Ответы нужно записать в тетрадях, после чего учащиеся проверяют себя по заранее подготовленным ответам на обороте доски (или на экране компьютера), выставляют оценки</td></tr>
<tr><th colspan="2">III этап. Самостоятельная работа</th></tr>
<tr><td>Цель деятельности</td><td>Задания для самостоятельной работы</td></tr>
<tr><td>Проверить умение применять теоретические знания при решении задач</td><td>(И) При выполнении работы учитель контролирует работу менее подготовленных учащихся, оказывая при этом необходимую индивидуальную помощь. По окончании работы проводится самопроверка. Самопроверку можно организовать следующим образом: заранее подготовить решение на листочках и по окончании работы раздать листочки ученикам для проверки и исправления ошибок.
1. Найдите углы ромба, если его диагонали составляют с его стороной углы, один из которых на 30° меньше другого.
Диагонали ромба взаимно перпендикулярны, поэтому ΔAOB – прямоугольный. Пусть в ΔAOB $\angle ABO = x$, тогда $\angle BAO = x + 30°$, значит $\angle ABO + \angle BAO = x + x + 30° = 90°$ и $x = 30°$.
$\angle ABO = 30°$, $\angle BAO = 60°$, а так как диагонали ромба являются биссектрисами его углов, то $\angle BAD = 120°$, $\angle ABC = 60°$.
Поскольку противолежащие углы в ромбе равны, то $\angle ADC = \angle ABC = 60°$, $\angle BCD = \angle BAD = 120°$.
О т в е т: 60°, 120°, 60°, 120°.


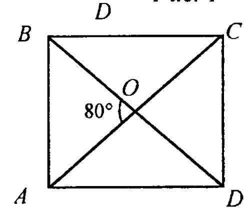
Рис. 1
2. Угол между диагоналями прямоугольника равен 80°. Найдите углы между диагональю прямоугольника и его сторонами.
Диагонали прямоугольника равны и точкой пересечения делятся пополам, значит $BO = \frac{BD}{2} = \frac{AC}{2} = AO$ и ΔAOB – равнобедренный, тогда $\angle OAB = \angle OBA = 50°$.
В прямоугольнике все углы прямые, тогда: $\angle OAD = \angle BAD - \angle OAB = 90° - 50° = 40°$.
О т в е т: 50°, 40°


Рис. 2</td></tr>
<tr><th colspan="2">IV этап. Итоги урока. Рефлексия</th></tr>
<tr><td>Деятельность учителя</td><td>Деятельность учащихся</td></tr>
<tr><td>(Ф/И)
– Какой этап урока оказался для вас самым сложным?
– Оцените свою работу на уроке</td><td>(И/Г) Домашняя работа: № 426, 427.
Класс делится на две группы. Задание для групп: работая с энциклопедиями и справочниками, пользуясь возможностями Интернета, найти ответы на один из поставленных вопросов:
1. Что называется симметрией, и когда это понятие возникло?
2. Существует ли симметрия в окружающем нас мире?</td></tr>
</table>

Ресурсный материал

Тест

Вариант I

1. Любой прямоугольник является…

а) ромбом;

б) квадратом;

в) параллелограммом;

г) нет правильного ответа.

2. Если в четырехугольнике диагонали перпендикулярны, то этот четырехугольник – …

а) ромб;

б) квадрат;

в) прямоугольник;

г) нет правильного ответа.

3. Ромб – это четырехугольник, в котором…

а) диагонали точкой пересечения делятся пополам и равны;

б) диагонали взаимно перпендикулярны и точкой пересечения делятся пополам;

в) противолежащие углы равны, а противолежащие стороны параллельны;

г) нет правильного ответа.

Ответы: 1 – в; 2 – г; 3 – б.

Вариант II

1. Любой ромб является…

а) квадратом;

б) прямоугольником;

в) параллелограммом;

г) нет правильного ответа.

2. Если в параллелограмме диагонали перпендикулярны, то этот параллелограмм – …

а) ромб;

б) квадрат;

в) прямоугольник;

г) нет правильного ответа.

3. Прямоугольник – это четырехугольник, в котором…

а) противолежащие стороны параллельны, а диагонали равны;

б) диагонали точкой пересечения делятся пополам и являются биссектрисами его углов;

в) два угла прямые и две стороны равны;

г) нет правильного ответа.

Ответы: 1 – в; 2 – а; 3 – а.

Урок 12. Тема: ОСЕВАЯ И ЦЕНТРАЛЬНАЯ СИММЕТРИЯ

Цель деятельности учителя	Создать условия для введения понятий осевой и центральной симметрий
Термины и понятия	Ось симметрии, центр симметрии, симметричные фигуры
Планируемые результаты	
Предметные умения	**Универсальные учебные действия**
Умеют работать с геометрическим текстом, точно и грамотно выражать свои мысли в устной и письменной речи с применением математической терминологии и символики	*Познавательные:* умеют выдвигать гипотезы при решении учебных задач и понимать необходимость их проверки, устанавливать причинно-следственные связи, строить логическое рассуждение, делать умозаключения и выводы. *Регулятивные:* умеют контролировать процесс и результат учебной математической деятельности. *Коммуникативные:* умеют организовывать учебное сотрудничество и совместную деятельность с учителем и сверстниками, умение работать в паре. *Личностные:* проявляют познавательный интерес к изучению предмета

Организация пространства		
Формы работы	Фронтальная (Ф); индивидуальная (И)	
Образовательные ресурсы	• Учебник. • Сведения об осевой и центральной симметрии	
I этап. Проверка домашней работы		
Цель деятельности	Деятельность учителя	Деятельность учащихся
Выявить трудности, возникшие у учащихся при выполнении домашнего задания	– Каждая группа, работая с энциклопедиями и справочниками, пользуясь возможностями Интернета, должна была найти ответы на один из поставленных вопросов: 1. Что называется симметрией, и когда это понятие возникло? 2. Существует ли симметрия в окружающем нас мире?	*(См. Ресурсный материал.)*
II этап. Изучение новой темы		
Цель деятельности	Деятельность учителя	Деятельность учащихся
Научиться строить фигуры, симметричные относительно прямой и относительно точки	(Ф/И) **1. Работа с учебником.** – Прочитайте п. 48 учебника на с. 110–111, ответьте на вопросы: 1) Какие две точки называются симметричными относительно прямой? 2) Какая фигура называется симметричной относительно данной прямой? 3) Какие две точки называются симметричными относительно данной точки? 4) Какая фигура называется симметричной относительно данной точки? **2. Практическая работа.** Учитель объясняет как строить фигуру, симметричную относительно прямой и относительно точки	
III этап. Закрепление полученных знаний		
Первичная проверка понимания		
Цель деятельности	Деятельность учителя	Деятельность учащихся
Выяснить степень понимания того, что такое ось симметрии, центр симметрии	(Ф/И) № 417 *(устно)*. № 418 *(устно)*. Какие из следующих букв имеют ось симметрии: *А*, *Б*, *Г*, *Е*, *О*, *F*? № 422 *(устно)*. Имеют ли центр симметрии: а) отрезок, б) луч, в) пара пересекающихся прямых; г) квадрат? № 423 *(устно)*. Какие из следующих букв имеют центр симметрии: *А*, *О*, *М*, *Х*, *К*?	 **№ 417.** а) две; б) бесконечно много; в) одну. **№ 418.** *А*, *Е*, *О*. **№ 422.** а) да; б) нет; в) да; г) да. **№ 423.** *О* и *Х*

Окончание табл.

Первичное закрепление. Самостоятельная практическая работа	
Цель деятельности	Задания для самостоятельной работы
Проверить практические навыки в построении симметричных фигур	Проверка. Учащиеся демонстрируют построения на доске с комментированием. (И) № 416. Даны две точки A и B, симметричные относительно некоторой прямой, и точка M. Постройте точку, симметричную точке M относительно той же прямой. № 421. Даны точки A, B, и M. Постройте точку, симметричную точке M относительно середины отрезка AB
IV этап. Итоги урока. Рефлексия	
Деятельность учителя	Деятельность учащихся
(Ф/И) – Какой этап урока вызвал наибольшее затруднение и почему? – Составьте синквейн по данному уроку	(И) Домашнее задание: придумайте рисунок для вышивки, используя или осевую, или центральную симметрию

Ресурсный материал

Симметрия

Симметрия является фундаментальным свойством природы, представление о котором, как отмечал академик В. И. Вернадский (1863–1945), «слагалось в течение десятков, сотен, тысяч поколений». Изучение археологических памятников показывает, что человечество на заре своей культуры уже имело представление о симметрии и осуществляло ее в рисунке и в предметах быта. Первоначальное понятие геометрической симметрии – это гармония пропорций, соразмерность, что и означает в переводе с греческого слово «симметрия».

Симметрией обладают не только геометрические фигуры или вещи, сделанные рукой человека, но и многие творения природы (бабочки, стрекозы, листья, морские звезды, снежинки и т. д.). Особенно разнообразны свойства симметрии кристаллов. Большинство растений и животных симметричны. Симметрия живых организмов и растений целиком обусловлена воздействием внешней среды, которая принимает самое активное участие в формировании внешнего облика обитателей нашей планеты.

Урок 13. Тема: РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ

Цель деятельности учителя	Создать условия для закрепления теоретического материала по теме «Прямоугольник. Ромб. Квадрат», совершенствования навыков решения задач по данной теме, подготовки учащихся к контрольной работе
Термины и понятия	Ромб, квадрат, диагонали, углы
Планируемые результаты	
Предметные умения	**Универсальные учебные действия**
1	2
Умеют работать с геометрическим текстом, точно и грамотно выражать свои мысли в устной и письменной речи с применением математической терминологии и символики	*Познавательные:* умеют выдвигать гипотезы при решении учебных задач и понимать необходимость их проверки, применять и преобразовывать знаково-символические средства, модели и схемы для решения учебных и познавательных задач. *Регулятивные:* принимают и сохраняют учебные задачи.

Продолжение табл.

1	2
	Коммуникативные: умеют находить общее решение и разрешать конфликты на основе согласования позиций и учета интересов. *Личностные:* проявляют способность к эмоциональному восприятию математических объктов, задач, решений, рассуждений

Организация пространства

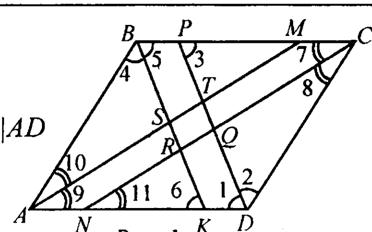
Формы работы	Фронтальная (Ф); индивидуальная (И)
Образовательные ресурсы	• Учебник. • Задания для математического диктанта, самостоятельной работы

I этап. Актуализация опорных знаний

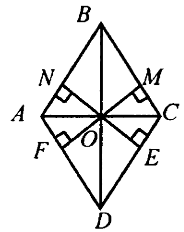
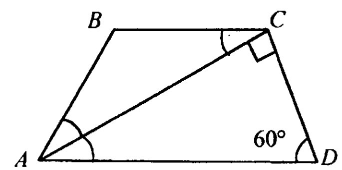
Математический диктант

Цель деятельности	Задания для самостоятельной работы
Проверить уровень теоретической подготовки	(И) После проведения диктанта осуществляется взаимопроверка. 1. Является ли прямоугольником параллелограмм, у которого есть прямой угол? *(Да.)* 2. Обязательно ли является прямоугольником четырехугольник, у которого есть прямой угол? *(Нет.)* 3. Верно ли, что каждый прямоугольник является параллелограммом? *(Да.)* 4. Верно ли, что каждый параллелограмм является прямоугольником? *(Нет.)* 5. Диагонали прямоугольника $AEKM$ пересекаются в точке O. Отрезок $AO = 3$. Найдите длину диагонали EM. *(6.)* 6. Диагонали параллелограмма равны 3 и 5 дм. Является ли этот параллелограмм прямоугольником? *(Нет.)* 7. Диагонали четырехугольника равны. Обязательно ли этот четырехугольник прямоугольник? *(Нет.)* 8. Сумма длин диагоналей прямоугольника 13 см. Найдите длину каждой диагонали. *(6,5.)* 9. Периметр ромба равен 12 см. Найдите длины его сторон. *(3 см.)* 10. Верно ли, что каждый ромб является параллелограммом? *(Да.)* 11. Верно ли, что каждый параллелограмм является ромбом? *(Нет.)* 12. Ромб $ABCD$ имеет прямой угол. Является ли этот ромб квадратом? *(Да.)* 13. Две соседние стороны параллелограмма равны и образуют прямой угол. Как называется такой параллелограмм? *(Квадрат.)* 14. Диагонали квадрата делят его на четыре треугольника. Найдите углы каждого треугольника. *(45°.)*

II этап. Решение задач

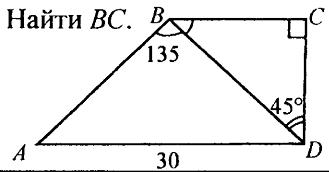
Цель деятельности	Деятельность учителя	Деятельность учащихся
Выработать умение применять теоретические знания при решении задач	(Г) 1. Решение задач № 428, 434, 438. 2. Защита решений	**№ 428.** *Решение:* 1) DP – биссектриса $\Rightarrow \angle 1 = \angle 2$. 2) $\angle 1 = \angle 3$, как внутренние накрест лежащие при $BC \parallel AD$ и секущей PD. Имеем $\angle 1 = \angle 2 = \angle 3$. 3) Аналогично для биссектрисы угла B имеем $\angle 4 = \angle 5 = \angle 6$.  *Рис. 1*

Продолжение табл.

1	2	3
		4) Но $\angle ABC = \angle ADC$, поэтому $\angle 1 = \angle 2 = \angle 3 = \angle 4 = \angle 5 = \angle 6$. $\angle 5$ и $\angle 3$ соответственные при прямых PD и BK и секущей $BC \Rightarrow PD \parallel BK$. 5) Аналогично доказывается, что $AM \parallel NC$. 6) $STQR$ – параллелограмм по определению. 7) ΔPCD – равнобедренный, так как $\angle 3 = \angle 2$, CQ – биссектриса и высота. 8) В параллелограмме $STQR$ один угол прямой $\Rightarrow$ он является прямоугольником. **№ 434.**  *Рис. 2* *Дано:* $ABCD$ – ромб, $AC \cap BD = O$. *Доказать:* $ON = OM = OE = OF$. *Доказательство:* 1) Рассмотрим ΔBON и ΔBOM: BO – общая, $\angle NBO = \angle MBO$ (свойство ромба), следовательно, $\Delta BON = \Delta BOM$ (по гипотенузе и острому углу). Отсюда $OM = ON$ (по определению равенства треугольников). 2) Аналогично через $\Delta FOD = \Delta EOD$ имеем $OE = OF$. 3) Рассмотрим ΔAOF и ΔCOM: $AO = OC$ (свойство ромба), $\angle OAF = \angle OCM$ (свойство ромба), следовательно, $\Delta AOF = \Delta COM$ (по гипотенузе и острому углу), следовательно, $OF = OM$ (по определению равенства треугольников). 4. Вывод: $OM = ON$ (из п. 1), $OE = OF$ (из п. 2), $OF = OM$ (из п. 3), следовательно, $ON = OM = OE = OF$. **№ 438.**  *Рис. 3* *Дано:* $ABCD$ – трапеция, $AC \perp CD$, $\angle BAC = \angle CAD$, $P_{ABCD} = 20$ см, $\angle D = 60°$. *Найти:* AD.

1	2	3
		Решение: 1) Рассмотрим ΔACD: $\angle C = 90°$, $\angle D = 60°$, следовательно, $\angle A = 30°$, значит, $CD = \frac{1}{2}AD$. 2) Так как $\angle BAC = \angle CAD = 30°$, значит, $ABCD$ – равнобедренная трапеция, $CD = AB$. 3) Так как $\angle CAD = \angle BAC$, следовательно, $\angle BAC = \angle BCA$, следовательно, ΔABC – равнобедренный, $AB = BC$. 4) $P_{ABCD} = AB + BC + CD + AD$. Так как $CD = \frac{1}{2}AD$, а $AB = BC = CD$, то: $20 = \frac{1}{2}AD + \frac{1}{2}AD + \frac{1}{2}AD + AD$. $20 = 2{,}5AD$; $AD = 20 : 2{,}5$; $AD = 8$ (см). Ответ: 8 см
III этап. Самостоятельная работа		
Цель деятельности	Задания для самостоятельной работы	
Закрепить теоретические знания и практические умения при решении задач	(И) **Вариант I** 1. Через точку пересечения диагоналей параллелограмма $ABCD$ проведена прямая, пересекающая стороны AD и BC соответственно в точках E и F. Найдите стороны параллелограмма, если его периметр равен 28 см, $AE = 5$ см, $BF = 3$ см. Ответ: 6 и 8 см. 2. Найдите меньшую боковую сторону прямоугольной трапеции, основания которой равны 10 см и 6 см, а один из углов равен 45°. Ответ: 4 см. 3. Разделите данный отрезок на 5 равных частей *(длину отрезка учитель определяет сам)*. **Вариант II** 1. Биссектрисы углов A и D параллелограмма $ABCD$ пересекаются в точке M, лежащей на стороне BC. Найдите стороны параллелограмма, если его периметр равен 36 см. Ответ: 6 и 12 см. 2. Найдите боковую сторону равнобедренной трапеции, основания которой равны 12 см и 6 см, а один из углов равен 120°. Ответ: 6 см. 3. Разделите данный отрезок на 6 равных частей *(длину отрезка учитель определяет сам)*	

Окончание табл.

IV этап. Итоги урока. Рефлексия	
Деятельность учителя	Деятельность учащихся
(Ф/И) – Какой этап урока был для вас самым сложным? Почему? – Оцените свою работу. – Какие вопросы у вас еще остались?	(И) Домашнее задание: подготовиться к контрольной работе. Решить задачи. 1. В ромбе $ABCD$ $\angle D = 140°$. Определите углы треугольника AOD (O – точка пересечения диагоналей). 2. На диагонали MP прямоугольника $MNPQ$ отложены равные отрезки MA и PB. Докажите, что $ANBQ$ – параллелограмм. 3. Найти BC. 

Урок 14. Тема: КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 1

Цель деятельности учителя	Создать условия для проверки знаний, умений и навыков учащихся по усвоению и применению изученного материала
Термины и понятия	Ромб, квадрат, диагонали, углы, параллелограмм, трапеция

Планируемые результаты	
Предметные умения	**Универсальные учебные действия**
Умеют демонстрировать знание основных понятий, применять полученные знания для решения основных и качественных задач, контролировать процесс и результат учебной математической деятельности	*Познавательные:* проводят сравнение, сериацию и классификацию по заданным критериям. *Регулятивные:* вносят необходимые коррективы в действие после его завершения на основе его учета характера сделанных ошибок; осуществляют самоанализ и самоконтроль. *Коммуникативные:* учитывают разные мнения и стремятся к координации различных позиций в сотрудничестве. *Личностные:* осознают важность и необходимость математических знаний для человека

Организация пространства	
Формы работы	Фронтальная (Ф); индивидуальная (И)
Образовательные ресурсы	• Учебник. • Задания для контрольной работы

I этап. Выполнение контрольной работы	
Цель деятельности	Задания для контрольной работы
1	2
Определить степень усвоения учебного	**Вариант I** 1. Диагонали прямоугольника $ABCD$ пересекаются в точке O. Найдите угол между диагоналями, если $\angle ABO = 30°$.

1	2
материала, уровень развития умения решать задачи	2. В параллелограмме *KMNP* проведена биссектриса угла *MKP*, которая пересекает сторону *MN* в точке *E*. а) Докажите, что треугольник *KME* равнобедренный. б) Найдите сторону *KP*, если *ME* = 10 см, а периметр параллелограмма равен 52 см. **Вариант II** 1. Диагонали ромба *KMNP* пересекаются в точке *O*. Найдите углы треугольника *KOM*, если $\angle MNP = 80°$. 2. На стороне *BC* параллелограмма *ABCD* взята точка *M* так, что *AB* = *BM*. а) Докажите, что *AM* – биссектриса угла *BAD*. б) Найдите периметр параллелограмма, если *CD* = 8 см, *CM* = 4 см. **Вариант III** 1. Через вершину *C* прямоугольника *ABCD* проведена прямая, параллельная диагонали *BD* и пересекающая прямую *AB* в точке *M*. Через точку *M* проведена прямая, параллельная диагонали *AC* и пересекающая прямую *BC* в точке *N*. Найдите периметр четырехугольника *ACMN*, если диагональ *BD* равна 8 см. 2. Биссектрисы углов *A* и *D* параллелограмма *ABCD* пересекаются в точке *M*, лежащей на стороне *BC*. Луч *DM* пересекает прямую *AB* в точке *N*. Найдите периметр параллелограмма *ABCD*, если *AN* = 10 см

II этап. Итоги урока	
Деятельность учителя	Деятельность учащихся
	Домашнее задание: повторить материал гл. I, § 4, с. 13–16

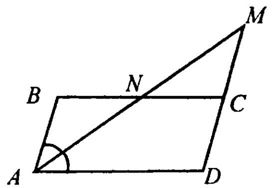
ГЛАВА VI. ПЛОЩАДЬ

Урок 15. Тема: ПЛОЩАДЬ МНОГОУГОЛЬНИКА

Цель деятельности учителя	Создать условия для представления об измерении площадей многоугольников, рассмотрения основных свойств площадей и выведения формулы для вычисления площади квадрата
Термины и понятия	Равновеликие многоугольники, равносоставленные многоугольники

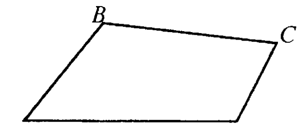
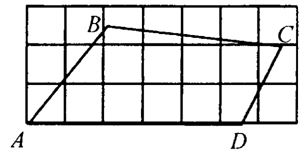
Планируемые результаты	
Предметные умения	**Универсальные учебные действия**
Владеют базовым понятийным аппаратом по основным разделам содержания; имеют представление об основных изучаемых понятиях	*Познавательные:* умеют выбирать и создавать алгоритмы для решения математических проблем. *Регулятивные:* умеют самостоятельно ставить цели, адекватно оценивать правильность или ошибочность выполнения учебной задачи. *Коммуникативные:* умеют находить общее решение и разрешать конфликты на основе согласования позиций и учета интересов. *Личностные:* имеют целостное мировоззрение, соответствующее современному уровню развития науки и общественной практики

Продолжение табл.

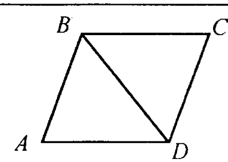
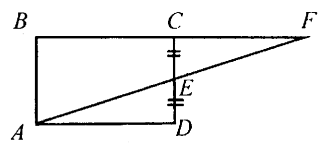
Организация пространства		
Формы работы	Фронтальная (Ф); индивидуальная (И)	
Образовательные ресурсы	• Учебник. • Задания для фронтальной и индивидуальной работы	
I этап. Анализ ошибок, допущенных в контрольной работе		
II этап. Подготовка к восприятию нового материала		
Цель деятельности	Деятельность учителя	Деятельность учащихся
Подготовить учащихся к восприятию понятия площади многоугольника	(Ф) Решить задачи: 1. Через точку во внутренней области равностороннего треугольника проведены две прямые, параллельные двум сторонам треугольника. На какие фигуры разбивается этими прямыми данный треугольник? 2. Дано: $ABCD$ – параллелограмм, $AD = 2AB$, AM – биссектриса $\angle BAD$. Докажите, что часть отрезка AM, лежащая во внутренней области параллелограмма $ABCD$, равна части, лежащей во внешней области	 *Рис. 1* *Доказать:* $AN = NM$. *Доказательство:* 1. ΔABN – равнобедренный ($AB = BN$). 2. $\angle DAN = \angle ANB$ (накрест лежащие); $\angle ANB = \angle MNC$ (вертикальные). 3. Так как $AD = 2AB$, то $BN = NC$. 4. $\angle ABN = \angle MCN$ (накрест лежащие). 5. $\Delta ABN = \Delta MCN$ (по II признаку), значит, $AN = NM$

III этап. Изучение новой темы	
Цель деятельности	Совместная деятельность
1	2
Ввести понятие площади многоугольника	(Ф) 1. Ввести понятие площади. – Понятие площади каждому известно из жизненного опыта. Часто мы слышим: «площадь нашей квартиры равна 60 м^2». Как вы понимаете это предложение? *(Это величина квартиры. Пол данной квартиры можно застелить 60 квадратами со стороной 1 м.)* – С сегодняшнего дня мы будем учиться вычислять площади различных геометрических фигур. 2. Определить единицы измерения площадей. – Как и измерение длин отрезков, измерение площадей проводится с помощью единиц измерения. Какие единицы измерения площадей вам известны? *(Квадратный метр – м^2; квадратный сантиметр – см^2; квадратный миллиметр – мм^2; ар (сотка) – 100 м^2; га (гектар) – 10 000 м^2, и др.)* – Как вы понимаете утверждение «единица измерения площади см^2»? *(Площадь измеряется квадратами со стороной 1 см.)* – Может ли площадь фигуры выражаться отрицательным числом? *(Нет, не может.)* 3. Дать представление об измерении площадей многоугольников способом разбиения фигуры на квадраты.

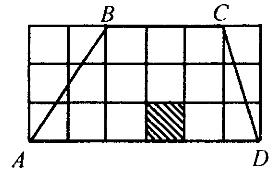
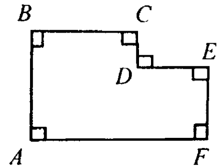
Продолжение табл.

1	2
	– Как измерить площадь фигуры, изображенной на рис. 2 в квадратных дециметрах? *(Нужно разбить фигуру на квадратные дециметры.)* – Сторону AD разобьем на отрезки по 1 дм каждый и через концы отрезков проведем прямые, перпендикулярные стороне AD. Далее проведем прямые, параллельные AD, на расстоянии 1 дм друг от друга *(рис. 3.)*. Сосчитаем количество целых квадратов, вместившихся в фигуру $ABCD$. Неполные квадраты разобьем на квадратные сантиметры. Каждый квадратный сантиметр – это сотая часть квадратного дециметра. Таким образом, можно вычислить площадь фигуры в дм^2 с точностью до 0,01 дм^2. Для более точного измерения площади данной фигуры неполные квадраты со стороной 1 см разобьем на квадраты со стороной 1 мм, и т. д.  *Рис. 2*  *Рис. 3* – Такой способ вычисления площадей фигур называется *способом разбиения фигуры на квадраты*. Но чаще всего площади геометрических фигур вычисляются по готовым формулам, с которыми мы познакомимся на следующих уроках. 4. Рассмотреть свойства площадей. а) Равные многоугольники имеют равные площади. б) Если многоугольник составлен из нескольких многоугольников, то его площадь равна сумме площадей этих многоугольников. в) Площадь квадрата равна квадрату его стороны. *(Доказательство третьего свойства является трудным, поэтому п. 49 можно предложить более подготовленным учащимся изучить самостоятельно.)*

IV этап. Закрепление изученного материала

Цель деятельности	Деятельность учителя	Деятельность учащихся
На примере устных задач и простых задачах отработать понятие площади	(Ф/И) Решите задачи *(устно)*: 1. $ABCD$ – параллелограмм. $S_{ABCD} = 12$. *Найти:* S_{ABD}, S_{BCD}.  *Рис. 4* 2. $ABCD$ – прямоугольник. $CE = DE$, $S_{ABCD} = Q$. *Найти:* S_{ABF}.  *Рис. 5*	1. 6 и 6. 2. $S_{ABF} = Q$.

Окончание табл.

1	2	3
	3. Площадь заштрихованного квадрата равна 1. Найти: S_{ABCD}.  *Рис. 6*	3. 13,5.
	4. $AB = BC = 3$, $AF = 5$, $EF = 2$. *Найти:* S_{ABCDEF}.  *Рис. 7*	4. 9 + 4 = 13.
	5. Решить на доске и в тетради № 449 (в), 450 (в). К доске вызываются двое учеников. После выполнения заданий осуществляется проверка. 6. Самостоятельно решить № 449 (а), 450 (а), 451, 447	**№ 449 (в).** $a = 3\sqrt{2}$, $S = a = (3\sqrt{2}) \cdot 2 = 18$ (м^2). **№ 450 (в).** $S = 12$, $a = \sqrt{12} = 2\sqrt{3}$ (м). **№ 449 (а).** 1,44 см^2. **№ 450 (а).** 4 см. **№ 451 (а).** 24 см^2 = 24 · 100 мм^2 = 2400 мм^2. **№ 451 (б).** 24 см^2 = 24 · 0,01 дм^2= 0,24 дм^2

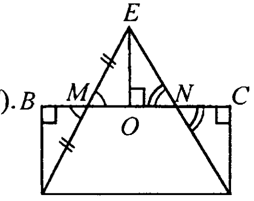
V этап. Итоги урока. Рефлексия	
Деятельность учителя	Деятельность учащихся
(Ф/И) – Составьте синквейн к уроку. – Что нового узнали на уроке?	(И) Домашнее задание: п. 49, вопросы 1, 2; решить задачи № 448, 449 (б), 450 (б), 446

Урок 16. Тема: ПЛОЩАДЬ МНОГОУГОЛЬНИКА

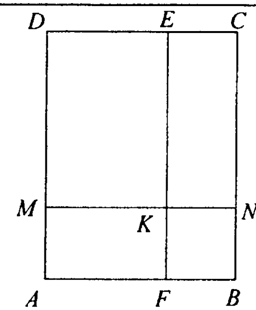
Цель деятельности учителя	Создать условия для выведения формулы площади прямоугольника
Термины и понятия	Равновеликие многоугольники, равносоставленные многоугольники, площадь квадрата, площадь прямоугольника
Планируемые результаты	
Предметные умения	**Универсальные учебные действия**
1	2
Владеют базовым понятийным аппаратом по основным	*Познавательные:* умеют выбирать и создавать алгоритмы для решения математических проблем.

1	2
разделам содержания; имеют представление об основных изучаемых понятиях	*Регулятивные:* умеют самостоятельно ставить цели, адекватно оценивать правильность или ошибочность выполнения учебной задачи. *Коммуникативные:* умеют находить общее решение и разрешать конфликты на основе согласования позиций и учета интересов. *Личностные:* имеют целостное мировоззрение, соответствующее современному уровню развития науки и общественной практики

Организация пространства	
Формы работы	Фронтальная (Ф); индивидуальная (И)
Образовательные ресурсы	• Учебник. • Задания для фронтальной и индивидуальной работы

I этап. Проверка домашнего задания		
Цель деятельности	Деятельность учителя	Деятельность учащихся
Выявить трудности, возникшие у учащихся при выполнении домашней работы	(Ф) 1. Ответить на вопросы учащихся. 2. Проверить решение № 448	**№ 448.** *Решение:* Опустим перпендикуляр к BC из точки E ($EO \perp BC$).  *Рис. 1* Прямоугольные треугольники ABM и EOM равны по гипотенузе и острому углу ($AM = EM$, $\angle BMA = \angle EMO$), отсюда $EO = AB$, значит, $EO = CD$, так как в прямоугольнике противолежащие стороны AB и CD равны. Прямоугольные треугольники EON и DCN равны по катету и острому углу ($EO = CD$, $\angle ONE = \angle CND$, как вертикальные). $S_{AED} = S_{ANMD} + S_{MOE} + S_{NOE}$, $\Delta MOE = \Delta MBA \Rightarrow S_{MOE} = S_{MBA}$, $\Delta NOE = \Delta NCD \Rightarrow S_{NOE} = S_{NCD}$, Тогда $S_{AED} = S_{AMND} + S_{MBA} + S_{NCD} = S_{ABCD}$, ч. т. д.

II этап. Изучение нового материала	
Цель деятельности	Совместная деятельность
1	2
Доказать формулу площади прямоугольника	(Ф/И) Выполните задания: 1. Докажите, что два прямоугольника равны, если равны их смежные стороны.

1	2
	2. $ABCD$ – квадрат, $MN \parallel AB$, $EF \parallel BC$. Найдите площадь четырехугольника $AFKM$, если $AM = CE = 3$ см, $DE = 6$ см.  *Рис. 2* 3. Доказать теорему о площади прямоугольника. *(Подготовить чертеж заранее, см. учебник, рис. 181.)*

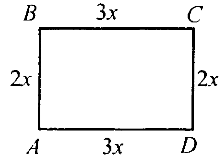
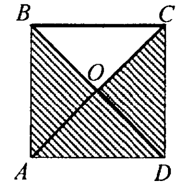
III этап. Закрепление изученного материала

Цель деятельности	Деятельность учителя	Деятельность учащихся
Отработать умение применять формулу площади прямоугольника	(Ф/И) 1. Решить № 452 (а, в), 453 (в) *(устно)*. 2. Решить задачу № 458 на доске и в тетрадях учащихся. Один из учащихся решает задачу у доски, остальные в тетрадях	**№ 458.** $S_{кв} = a^2$, $S_{прям} = ab$, $P_{кв} = 4a$, $P_{прям} = 2 \cdot (a + b)$ Заборы имеют одинаковую длину, поэтому участки земли имеют одинаковый периметр. $S_{прям} = ab = 220 \cdot 160 = 35\,200$ (м^2) $P_{прям} = 2 \cdot (a + b) = 2 \cdot (220 + 160) = 760$ (м) $P_{кв} = 4a$, но $P_{кв} = P_{прям} = 760$ (м), то есть $4a = 760$, $a = 190$ (м) $S_{кв} = a^2 = 190^2 = 36\,100$ (м^2) 36 100 м^2 > 35 200 м^2, поэтому площадь квадрата больше площади прямоугольника. $36\,100 - 35\,200 = 900$ (м^2) О т в е т : площадь участка земли, имеющего форму квадрата, больше на 900 м^2

IV этап. Самостоятельная работа

Цель деятельности	Задания для самостоятельной работы
1	2
Закрепить полученные знания	(И) Самостоятельная работа (5–7 минут) с последующей самопроверкой. 1. Найдите площадь прямоугольника, если его периметр равен 80 см, а отношение сторон равно 2 : 3. *Решение:* x – коэффициент пропорциональности.

Окончание табл.

1	2
	$P = 2x + 3x + 2x + 3x = 80$; $x = 8$. $AB = 16$ см, $AD = 24$ см. $S = 16 \cdot 24 = 384$ (см^2) О т в е т: 384 см^2.  *Рис. 3* 2. Площадь пятиугольника $ABOCD$ равна 48 см^2. Найдите площадь и периметр квадрата $ABCD$. *Решение:* $S_{ABO} = S_{ADO} = S_{CDO} = S_{BOC}$ $S_{ABOCD} = 48$ см^2, $S_{ABO} = 16$ см^2, $S_{ABCD} = 64$ см^2, тогда $AB = 8$ см, $P_{ABCD} = 32$ см. О т в е т: 64 см^2, 32 см  *Рис. 4*

V этап. Итоги урока. Рефлексия	
Деятельность учителя	Деятельность учащихся
(Ф) – Что нового узнали на уроке? – Сформулируйте 3 вопроса по сегодняшней теме	(И) Домашнее задание: вопрос 3, с. 133; № 452 (б, г), 453 (а, б), 448. Вырезать из бумаги два равных прямоугольных треугольника и составить из них: 1) равнобедренный треугольник; 2) прямоугольник; 3) параллелограмм, не являющийся прямоугольником; 4) равновеликие фигуры

У р о к 17. Тема: ПЛОЩАДЬ ПАРАЛЛЕЛОГРАММА

Цель деятельности учителя	Создать условия для выведения формулы площади параллелограмма
Термины и понятия	Равновеликие многоугольники, равносоставленные многоугольники, площадь квадрата, площадь прямоугольника, площадь параллелограмма

Планируемые результаты	
Предметные умения	**Универсальные учебные действия**
1	2
Владеют базовым понятийным аппаратом; умеют работать с геометрическим текстом	*Познавательные:* умеют устанавливать причинно-следственные связи, строить логическое рассуждение, умозаключение. *Регулятивные:* умеют адекватно оценивать правильность или ошибочность выполнения учебной задачи.

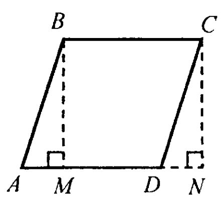
<table>
<tr><td>1</td><td colspan="2">2</td></tr>
<tr><td></td><td colspan="2">Коммуникативные: умеют находить общее решение и разрешать конфликты на основе согласования позиций и учета интересов.
Личностные: проявляют способность к эмоциональному восприятию математических объектов, задач, решений, рассуждений</td></tr>
<tr><td colspan="3">Организация пространства</td></tr>
<tr><td>Формы работы</td><td colspan="2">Фронтальная (Ф); индивидуальная (И); групповая (Г)</td></tr>
<tr><td>Образовательные ресурсы</td><td colspan="2">• Учебник.
• Задания для индивидуальной, фронтальной работы</td></tr>
<tr><td colspan="3">I этап. Актуализация опорных знаний</td></tr>
<tr><td>Цель деятельности</td><td colspan="2">Совместная деятельность</td></tr>
<tr><td>Проверить правильность выполнения домашнего задания, подготовить учащихся к восприятию новой темы</td><td colspan="2">(И) К доске вызываются три ученика для оформления решения домашних задач. В это время учитель проводит теоретический опрос, 3–6 учащихся работают по индивидуальным карточкам. После теоретического опроса проверяют правильность решения домашнего задания.
Теоретический опрос.
– Перечислите основные свойства площадей.
– Сформулируйте и докажите теорему о площади прямоугольника.
Работа по карточке.
1. Периметр квадрата равен 20 см. Прямоугольник имеет такую же площадь, что и квадрат, а одна из его сторон равна 10 см. Найдите периметр прямоугольника.
2. Найдите площадь прямоугольника с периметром 60 см и отношением сторон 1 : 2.
Решение задач:
(Ф) 1. Дано: $ABCD$ – параллелограмм, $BM = 4$, $MN = 6$, $BM \perp AD$, $CN \perp AD$.
Доказать: $S_{ABM} = S_{DCN}$.
Найти: S_{ABCD}.


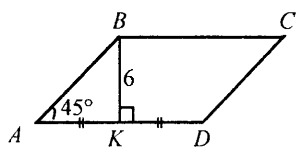
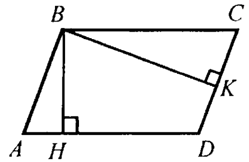
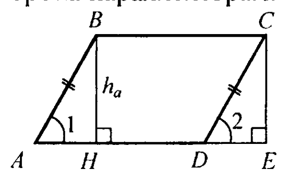
Рис. 1
2. Дано: $ABCD$ – параллелограмм.
Найти: S_{ABCD}.


Рис. 2</td></tr>
</table>

Продолжение табл.

II этап. Изучение нового материала	
Цель деятельности	Совместная деятельность
Доказать формулу для вычисления площади параллелограмма	(Ф) 1. Ввести понятие высоты параллелограмма. На доске и в тетрадях – рисунок.  *Рис. 3* *BH* – высота, проведенная к стороне *AD* параллелограмма *ABCD*. *BK* – высота, проведенная к стороне *CD* параллелограмма *ABCD*. (Г/Ф) 2. Задача. *Дано: ABCD* – параллелограмм, $AD = a$, *BH* – высота, $BH = h$. *Найти:* S_{ABCD}. *(Разбить учащихся на группы по 3–4 человека, дать на обдумывание 3–5 минут, а затем обсудить решение задачи, выслушав все варианты и выбрав среди предложенных наиболее удачный. Решение задачи оформляется в виде теоремы на доске и в тетрадях. У доски работает один из наиболее подготовленных учащихся.)* ***Теорема:*** $S = a \cdot h_a$, где *a* – сторона параллелограмма, h_a – высота, проведенная к ней.  *Рис. 4* *Доказательство:* 1) Проведем $BH \perp AD$, $CE \perp AD$. 2) $\Delta ABH = \Delta DCE$ по гипотенузе и острому углу ($AB = CD$, как противолежащие стороны параллелограмма; $\angle 1 = \angle 2$, так как $\angle 2 = 180° - \angle ADC$ и $\angle 1 + \angle 2 = 180°$, как сумма внутренних односторонних углов при параллельных прямых *AB* и *CD* и секущей *AD*; $\angle AHB = \angle CED = 90°$) $\Rightarrow S_{ABH} = S_{DCE}$, $DE = AH$. 3) $S_{ABCD} = S_{ABH} + S_{HBCD} = S_{DCE} + S_{HBCD} = S_{HDCE}$. *HBCE* – прямоугольник, $S_{HBCE} = HE \cdot BH$; $HE = HD + DE$, но так как $DE = AH$, то $HE = AH + HD = AD$, то есть $S_{HDCE} = AD \cdot BH = a - h_a$, отсюда $S_{ABCD} = a - h_a$

Продолжение табл.

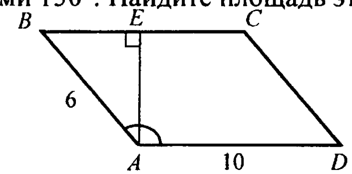
<table>
<tr><th colspan="2">III этап. Закрепление изученного материала</th></tr>
<tr><td>Цель деятельности</td><td>Совместная деятельность</td></tr>
<tr><td rowspan="4">На простых задачах отработать применение формулы площади параллелограмма</td><td>(Ф) Решить задачи: № 459 (а) (устно), 459 (б, в), 464 (в) (устно)</td></tr>
<tr><td>Самостоятельная работа</td></tr>
<tr><td>Задания для самостоятельной работы</td></tr>
<tr><td>
Вариант I
Стороны параллелограмма 10 см и 6 см, а угол между этими сторонами 150°. Найдите площадь этого параллелограмма.
1. $\angle B = 180° - 150° = 30°$.
2. Катет AE лежит против угла 30°, поэтому $AE = 0{,}5AB = 3$ см.
3. $S_{ABCD} = BC \cdot AE = 10 \cdot 3 = 30$ (см^2).


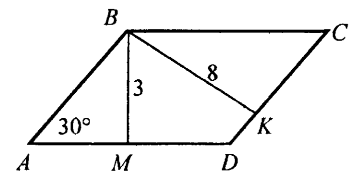
Рис. 5
Вариант II
Острый угол параллелограмма равен 30°, а высоты, проведенные из вершины тупого угла, равны 8 см и 3 см. Найти площадь параллелограмма.
1. Катет BM лежит против угла в 30°, поэтому $AB = 2BM = 6$ см.
2. $S_{ABCD} = BK \cdot DC = 8 \cdot 6 = 48$ (см^2).


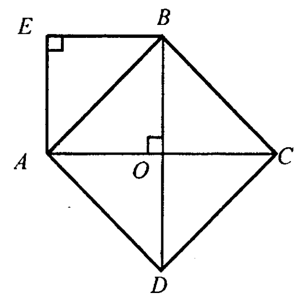
Рис. 6
Вариант III
Найдите площадь ромба, диагонали которого равны 8 см и 6 см.
Использовать задание 3 из домашней работы.
$BO = OD = 4$ см,
$AO = OC = 3$ см.
$S_{AEBO} = 3 \cdot 4 = 12$ (см^2).
$S_{ABCD} = 12 \cdot 2 = 24$ (см^2).


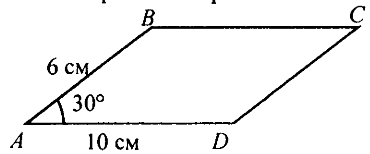
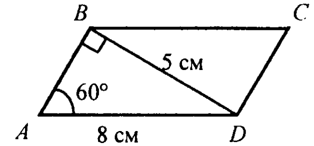
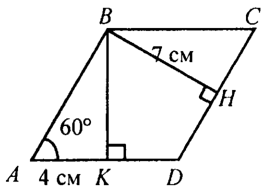
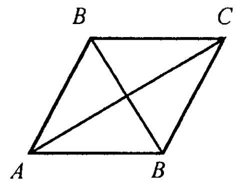
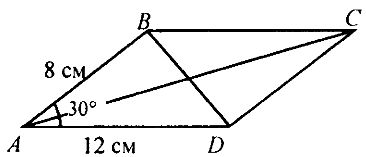
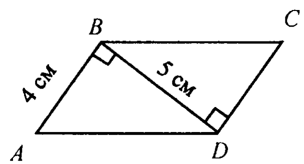
Рис. 7
Организовать проверку, открыв доску с правильным решением.
Подвести учащихся к выводу, что площадь ромба равна половине произведения его диагоналей
</td></tr>
</table>

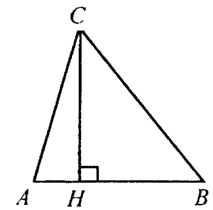
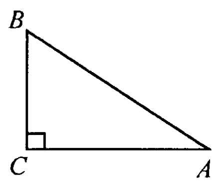
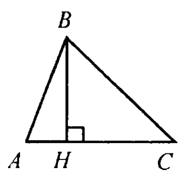
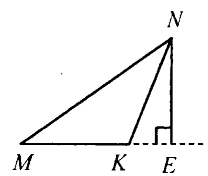
IV этап. Итоги урока. Рефлексия	
Деятельность учителя	Деятельность учащихся
(Ф) – По каким формулам можно вычислить площадь параллелограмма и площадь ромба? – Что нового узнали на уроке? – Оцените свою работу	(И) Домашнее задание: § 2, вопрос 4, с. 133; № 459 (г), 460, 464 (б). По желанию: 1. Найдите углы параллелограмма, если его площадь равна 20 см^2, а высота, проведенная из вершины тупого угла, делит одну из сторон на отрезки 2 см и 8 см, считая от вершины острого угла. О т в е т : 45°; 135°. 2. Сравните площади параллелограмма и прямоугольника, если они имеют одинаковые основания и одинаковые периметры. О т в е т : площадь прямоугольника больше площади параллелограмма

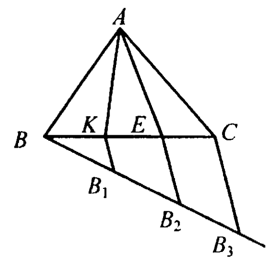
У р о к 18. Тема: ПЛОЩАДЬ ТРЕУГОЛЬНИКА

Цель деятельности учителя	Создать условия для выведения формулы площади треугольника	
Термины и понятия	Площадь квадрата, площадь прямоугольника, площадь параллелограмма, площадь треугольника, равновеликие фигуры	
Планируемые результаты		
Предметные умения		**Универсальные учебные действия**
Владеют базовым понятийным аппаратом; умеют работать с геометрическим текстом		*Познавательные:* умеют устанавливать причинно-следственные связи, строить логическое рассуждение, умозаключение. *Регулятивные:* умеют адекватно оценивать правильность или ошибочность выполнения учебной задачи. *Коммуникативные:* умеют находить общее решение и разрешать конфликты на основе согласования позиций и учета интересов. *Личностные:* проявляют способность к эмоциональному восприятию математических объектов, задач, решений, рассуждений
Организация пространства		
Формы работы	Фронтальная (Ф); индивидуальная (И)	
Образовательные ресурсы	• Учебник. • Задания для индивидуальной и фронтальной работы	
I этап. Проверка домашнего задания		
Цель деятельности	Совместная деятельность	
1	2	
Проверить уровень усвоения теоретического материала,	(Ф/И) 1. Теоретический опрос. – Сформулируйте и докажите теорему о площади параллелограмма. *(Один ученик готовит доказательство теоремы у доски.)* – Сформулируйте основные свойства площадей фигур.	

Продолжение табл.

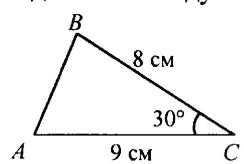
1	2
выявить трудности, возникшие у учащихся	– Сформулируйте теорему о площади прямоугольника. **2. Решение задач с целью закрепления формулы для вычисления площади параллелограмма.** (Самостоятельно с последующей самопроверкой.) 1) *ABCD* – параллелограмм. Найти: S_{ABCD}.  *Рис. 1* 2) ABCD – параллелограмм. Найти: S_{ABCD}.  *Рис. 2* 3) *ABCD* – параллелограмм. Найти: S_{ABCD}.  *Рис. 3* 4) *ABCD* – ромб, *AC* = 10 см, *BD* = 8 см. Найти: S_{ABCD}.  *Рис. 4* Ответы: 1) $S_{ABCD} = 30$ см^2; 2) $S_{ABCD} = 20$ см^2; 3) $S_{ABCD} = 56$ см^2; 4) $S_{ABCD} = 40$ см^2
	II этап. Мотивация к деятельности
Цель деятельности	Совместная деятельность
Подготовить учащихся к восприятию новой темы	(Ф/И) Решите следующие задачи *(устно)*: 1. *ABCD* – параллелограмм. *Найти:* S_{ABCD}, S_{ABD}, S_{BCD}, S_{ABC}, S_{ADC}.  *Рис. 5* 2. *ABCD* – параллелограмм. *Найти:* S_{ABD}.  *Рис. 6* В процессе решения этих задач необходимо повторить основные свойства площадей, формулу для вычисления площади параллелограмма, акцентируя внимание учащихся на том, что диагональ делит параллелограмм на два равных треугольника.

III этап. Изучение нового материала	
Цель деятельности	Совместная деятельность
Вывести формулу площади треугольника	(Ф) Задача. *Дано:* в треугольнике ABC $AB = c$, CH – высота, $CH = h$. *Найти:* S_{ABC}. Учащиеся решают задачу самостоятельно, после обсуждения решения задачи в тетрадях и на доске записывается: $S_{\Delta} = CH \cdot AB : 2$ $S_{\Delta} = h_a \cdot a : 2$, где a – сторона треугольника, h_a – высота, проведенная к стороне a.  *Рис. 7* Следствия 1 и 2 можно предложить в виде задач на доказательство по вариантам. I вариант: В ΔABC $\angle C = 90°$. Докажите, что $S_{ABC} = AC \cdot BC$. II вариант: В треугольниках ABC и MNK высоты, проведенные к сторонам AB и MN соответственно, равны. Докажите, что $S_{ABC} : S_{MNK} = AB : MN$. Решения задач обсудить, в тетрадях и на доске начертить рисунки и выполнить запись: ***Следствия теоремы о площади треугольника.*** 1. $S_{ABC} = CA \cdot CB : 2$  *Рис. 8* 2. Если BH и NE – высоты ΔABC и ΔMNK соответственно и $BH = NE$, то $S_{ABC} : S_{MNK} = AC : MK$.  *Рис. 9а*  *Рис. 9б*

IV этап. Решение задач		
Цель деятельности	Деятельность учителя	Деятельность учащихся
1	2	3
При решении задач отработать формулу площади треугольника	(Ф) 1. Решить устно задачи № 468 (а, б), 471, 474. К задаче № 474 заранее подготовить на доске рисунок. Ответы к задачам: № 468 (а). 77 $см^2$. № 468 (б). $10\sqrt{3}$ $см^2$. № 471 (а). 22 $см^2$; (б) 1,8 $дм^2$. № 474. Площади равны. 2. Решить задачу № 470. Один из учащихся работает у доски, остальные – в тетрадях. 3. Решить самостоятельно задачи № 472, 475	**№ 470.** $S_\Delta = 0{,}5a \cdot h_a = \frac{1}{2} \cdot 7{,}5 \cdot 2{,}4 = 9$ ($см^2$). $S_\Delta = 0{,}5b \cdot h_b$, значит, $h_b = \left(\frac{2S_\Delta}{b}\right) = \left(\frac{2 \cdot 9}{3{,}2}\right) = 5{,}625$ (см). **№ 472.** $S_\Delta = 0{,}5a \cdot b$; $a = 7x$; $b = 12x$; $S = 0{,}5 \cdot 7x \cdot 12x = 168 \Rightarrow x = 2 \Rightarrow a = 14$ см, $b = 24$ см. **№ 475.** Указание: нужно разделить отрезок BC на три равные части BK, KE, EC, используя теорему Фалеса.  *Рис. 10*

IV этап. Итоги урока. Рефлексия	
Деятельность учителя	Деятельность учащихся
(Ф/И) – Какие формулы повторили на уроке? – Как найти площадь треугольника? Площадь прямоугольного треугольника? – Составьте синквейн к уроку	(И) Домашнее задание: решить задачи № 468 (в, г), 473, 469

Урок 19. Тема: ПЛОЩАДЬ ТРЕУГОЛЬНИКА

Цель деятельности учителя	Создать условия для доказательства теоремы об отношении площадей треугольников, имеющих по равному углу	
Термины и понятия	Площадь треугольника, равновеликие фигуры, отношение площадей	
Планируемые результаты		
Предметные умения	**Универсальные учебные действия**	
Владеют базовым понятийным аппаратом; умеют работать с геометрическим текстом	*Познавательные:* умеют устанавливать причинно-следственные связи, строить логическое рассуждение, умозаключение. *Регулятивные:* умеют адекватно оценивать правильность или ошибочность выполнения учебной задачи. *Коммуникативные:* умеют находить общее решение и разрешать конфликты на основе согласования позиций и учета интересов. *Личностные:* проявляют способность к эмоциональному восприятию математических объектов, задач, решений, рассуждений	
Организация пространства		
Формы работы	Фронтальная (Ф); индивидуальная (И)	
Образовательные ресурсы	• Учебник. • Задания для индивидуальной и фронтальной работы	
I этап. Проверка домашнего задания. Теоретический опрос		
Цель деятельности	Деятельность учителя	Деятельность учащихся
1	2	3
Проверить уровень усвоения формул для нахождения площади треугольника	(Ф/И) – Сформулируйте и докажите теорему о площади треугольника. – Выведите формулу для вычисления площади прямоугольного треугольника. – Докажите, что если высоты двух треугольников равны, то их площади соотносятся как основания. (И) – Решите задачи с последующей самопроверкой. *Найти:* S_{ABC}.  *Рис. 1*	О т в е т: 36 см^2.

Продолжение табл.

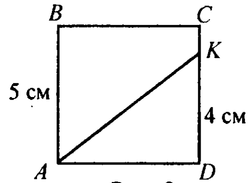
<table>
<tr><th>1</th><th>2</th><th>3</th></tr>
<tr><td></td><td>$ABCD$ – квадрат, $AB = 5$ см, $KD = 4$ см.
Найти: S_{ABCK}.


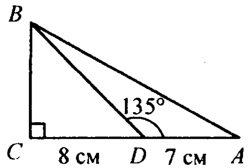
Рис. 2
$AB = 10$.
Найти: S_{BCA}.


Рис. 3</td><td>Ответ: 15 см^2.

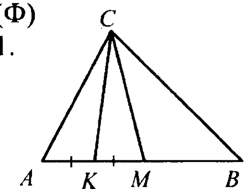
Ответ: 60 см^2</td></tr>
<tr><td colspan="3">II этап. Мотивация к деятельности</td></tr>
<tr><td>Цель деятельности</td><td colspan="2">Совместная деятельность</td></tr>
<tr><td>Через решение задач подготовить учащихся к восприятию новой теоремы</td><td colspan="2">(Ф)
1.


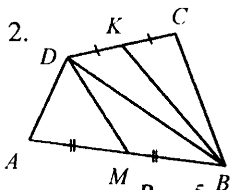
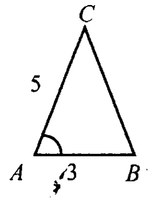
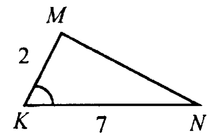
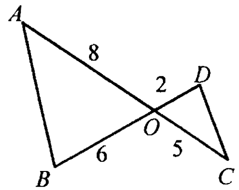
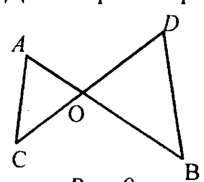
Рис. 4
CM – медиана ΔABC, CK – медиана ΔACM.
Найти: $S_{ACM} : S_{ABC}$; $S_{ACM} : S_{BCK}$; $S_{ACK} : S_{BCK}$.
Ответ: $\frac{1}{2}; \frac{2}{3}; \frac{1}{3}$.
2.


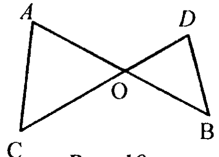
Рис. 5
M – середина AB, K – середина CD. $ABCD$ – выпуклый четырехугольник.
Доказать: $S_{MBKD} = S_{ABCD} : 2$.
Доказательство: $S_{ADB} : S_{MDB} = 2 : 1$; $S_{DCB} : S_{DKB} = 2 : 1$; $S_{ABCD} = S_{ADB} + S_{DBC}$; $S_{MDKB} = S_{MDB} + S_{DKB}$; $S_{ABCD} : S_{MDKB} = 2 : 1$</td></tr>
<tr><td colspan="3">III этап. Изучение новой темы</td></tr>
<tr><td>Цель деятельности</td><td colspan="2">Совместная деятельность</td></tr>
<tr><td>Доказать теорему об отношении площадей треугольников, имеющих по равному углу</td><td colspan="2">(Ф) Теорема. Если угол одного треугольника равен углу другого треугольника, то площади этих треугольников относятся как произведение сторон, заключающих равные углы. (Доказывает сам учитель.)</td></tr>
</table>

Продолжение табл.

IV этап. Закрепление изученного материала		
Цель деятельности	Деятельность учителя	Деятельность учащихся
На примерах отработать применение данной теоремы	(Ф) 1. *Дано:* $\angle A = \angle K$, $AC = 5$ см, $AB = 3$ см, $KN = 7$ см, $KM = 2$ см. *Найти:* $S_{ABC} : S_{KMN}$.  *Рис. 6*  *Рис. 7* 2. *Дано:* $OA = 8$ см, $OB = 6$ см, $OC = 5$ см, $OD = 2$ см, $S_{AOB} = 20$ см^2. *Найти:* S_{COD}.  *Рис. 8* (И) Решить самостоятельно задачу. Площадь одного равностороннего треугольника в 3 раза больше, чем площадь другого равностороннего треугольника. Найдите сторону второго треугольника, если сторона первого равна 1. Решить самостоятельно задачу № 479 (б)	1. Решение: $S_{ABC} : S_{KMN} = (AC \cdot AB) : (KM \cdot KN) = 15 : 14$ 2. Решение: $S_{AOB} : S_{COD} = (AO \cdot OB) : (OC \cdot OD) = 48 : 10$ $S_{COD} = 200 : 48 = \frac{25}{6}$ (см^2) Проверка: $S_1 : S_2 = 1 : 3$, тогда $\frac{1}{3} = \frac{1 \cdot 1}{a \cdot a} = \frac{1}{a^2}$; $a = \sqrt{3}$ **№ 479 (б).** 2,4 см

Самостоятельная работа обучающего характера	
Цель деятельности	Задания для самостоятельной работы
1	2
Проверить уровень понимания доказанной теоремы	(И) **Вариант I** 1. Две стороны треугольника равны 12 см и 9 см, а угол между ними 30°. Найдите площадь треугольника. 2.  *Рис. 9* *Дано:* $AO = 4$; $BO = 9$; $CO = 5$; $DO = 8$. $S_{AOC} = 15$. *Найти:* S_{BOD}.

Окончание табл.

1	2
	В а р и а н т II 1. Найдите площадь треугольника, две стороны которого равны 6 см и 8 см, а угол между ними 30°. 2.  *Дано:* $AO = 10$; $CO = 12$; $DO = 6$; $BO = 8$, $S_{BOD} = 14$. *Найти:* S_{AOC}. *Рис. 10*

V этап. Итоги урока. Рефлексия	
Деятельность учителя	Деятельность учащихся
(Ф/И) – Продолжите фразы: • Сегодня на уроке я узнал… • Мне было труднее всего… • Самым полезным для меня было…	(И) Домашнее задание: решить задачи № 479 (а), 476 (а), 477

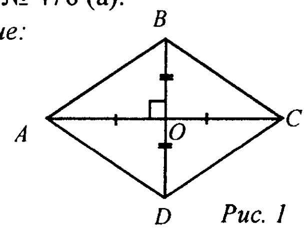
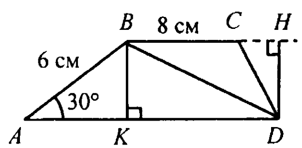
У р о к 20. Тема: ПЛОЩАДЬ ТРАПЕЦИИ

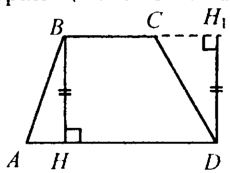
Цель деятельности учителя	Создать условия для доказательства теоремы о площади трапеции
Термины и понятия	Площадь треугольника, площадь трапеции

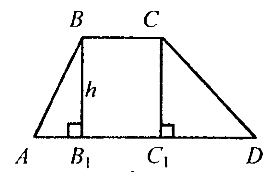
Планируемые результаты	
Предметные умения	**Универсальные учебные действия**
Владеют базовым понятийным аппаратом; умеют работать с геометрическим текстом	*Познавательные:* умеют принимать решение в условиях неполной и избыточной, точной и вероятностной информации. *Регулятивные:* умеют выдвигать гипотезы при решении учебных задач и понимать необходимость их проверки. *Коммуникативные:* учитывают разные мнения и стремятся к координации различных позиций в сотрудничестве. *Личностные:* имеют целостное мировоззрение, соответствующее современному уровню развития науки и общественной практики

Организация пространства	
Формы работы	Фронтальная (Ф); индивидуальная (И); групповая (Г)
Образовательные ресурсы	• Учебник. • Задания для индивидуальной работы

Продолжение табл.

I этап. Проверка домашнего задания. Теоретический опрос	
Цель деятельности	Совместная деятельность
Проверить уровень усвоения теоретических знаний; выявить трудности, возникшие при выполнении домашнего задания	(Ф/И) Провести блицопрос по теории. К доске вызывается учащийся для решения домашнего номера № 476 (а). Остальные ученики задают вопросы, возникшие у них. Задача № 476 (а). *Решение:*  *Рис. 1* Диагонали ромба разбивают его на четыре равных прямоугольных треугольника $\Rightarrow$ площади этих треугольников равны. $S_{ABCD} = 4 \cdot S_{AOB} = 4 \cdot \frac{1}{2} AO \cdot OB$. Так как диагонали ромба точкой пересечения делятся пополам, то $AO = \frac{1}{2}AC$, $OB = \frac{1}{2}BD$, значит, $S_{ABCD} = 4 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}AC \cdot \frac{1}{2}BD = \frac{1}{2}AC \cdot BD$, то есть площадь ромба равна половине произведения его диагоналей. а) $d_1 = 3{,}2$ дм, $d_2 = 14$ см $\Rightarrow S_{ABCD} = \frac{1}{2}d_1 \cdot d_2 = \frac{1}{2} \cdot 3{,}2 \cdot 14 = 224$ (см^2). Ответ: 224 см^2
Решение задачи с целью подготовки учащихся к восприятию нового материала	
Цель деятельности	Задания для самостоятельной работы
Посредством решения задачи подготовить учащихся к восприятию новой темы	(И/Ф) *Задача решается самостоятельно с последующим коллективным обсуждением решения.* Найдите площадь трапеции $ABCD$, если основания AD и BC равны соответственно 12 см и 8 см, боковая сторона AB равна 6 см, $\angle$ A = 30°. *Решение:*  *Рис. 2* Проведем высоту BK в треугольнике ABD, которая равна высоте в треугольнике BCD, то есть $BK = DH$. $S_{ABD} = AD \cdot BK : 2$; $S_{BCD} = BC \cdot DH : 2$. $S_{ABCD} = S_{ABD} + S_{BCD} = AD \cdot BK : 2 + BC \cdot DH : 2$. $BKDH$ – прямоугольник, поэтому $BK = DH$, тогда $S_{ABCD} = BK \cdot (AD + BC) : 2$. Найдем BK из прямоугольного треугольника ABK, в котором $\angle$A = 30°, $AB = 6$ см; $BK = \frac{AB}{2} = 3$ см. $S_{ABCD} = 3 \cdot (10 + 8) : 2 = 27$ см^2 Ответ: $S_{ABCD} = 27$ см^2

II этап. Изучение нового материала	
Цель деятельности	Совместная деятельность
Доказать формулу для вычисления площади трапеции	(Ф/Г) 1. Понятие высоты трапеции. ***Определение.*** Перпендикуляр, проведенный из любой точки одного из оснований к прямой, содержащей другое основание, называют высотой трапеции. BH, DH_1 – высоты трапеции $ABCD$. $BH = DH_1$.  *Рис. 3* 2. Решение задачи. Найти площадь трапеции $ABCD$, если основания AD и BC равны a и b соответственно, а высота – H. Задачу можно предложить решить самостоятельно или в небольших группах, затем обсудить решение, записать на доске и в тетрадях в виде теоремы с доказательством. ***Теорема.*** Площадь трапеции равна произведению полусуммы ее оснований на высоту. *(Теорема доказывается учителем вместе с учениками; можно предложить учащимся самостоятельно разобрать ее по учебнику.)*

III этап. Решение задач на закрепление изученной формулы		
Цель деятельности	Деятельность учителя	Деятельность учащихся
1	2	3
На примерах простых задач отработать применение доказанной формулы	(Ф/И) 1. Решить задачу. Дана трапеция, в которой основания равны 2 и 7, а площадь 18. Найти высоту. 2. Решить № 480, 481, 482 (самостоятельно в парах, с последующей проверкой)	Ответ: высота равна 4.  *Рис. 4* **№ 480.** $S_{ABC} = \frac{1}{2}(AD + CB) \cdot h.$ а) Если $AD = 21$ см, $CB = 17$ см, $h = 7$ см, то $S = \frac{1}{2}(21 + 17) \cdot 7 = 133$ см. б) Если $\angle D = 30°$, $BC = 2$ см, $AD = 10$ см, $DC = 8$ см, то S – ? В ΔDCC_1 $\angle C_1 = 90°$, $\angle D = 30°$, значит, $CC_1 = \frac{1}{2}CD = 4$ см, следовательно, $h = 4$ см. $S_{ABC} = \frac{1}{2}(2 + 10) \cdot 4 = 24$ см^2.

<table>
<tr><th>1</th><th>2</th><th>3</th></tr>
<tr><td></td><td></td><td>в) $AB = 5$ см, $BC = 8$ см, $CD = 13$ см,
то $S_{ABCD} = \frac{1}{2}(5 + 13) \cdot 8 = 72$ см^2.

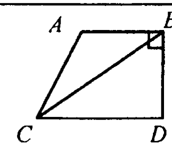



Рис. 5
№ 481.
Дано: $ABCD$ – трапеция. $\angle D = 90°$,
$BC = CD = 6$, $\angle B = 135°$.
Найти: S_{ABCD}.

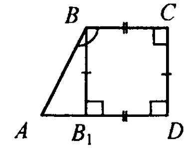



Рис. 6
Решение:
1) $BB_1 \perp AD$, рассмотрим ΔABB_1: $\angle B_1 = 90°$, $\angle A = \angle B = 45°$, значит, $AB_1 = BB_1 = CD = 6$ см, отсюда $AD = AB_1 + B_1D = 6 + 6 = 12$ см.
2) $S_{ABCD} = \frac{1}{2}(AD + BC) \cdot CD$; $S_{ABCD} = \frac{1}{2}(12 + 6) \cdot 6 = 54$ см^2.
Ответ: 54 см^2.
№ 482.
Дано: $ABCD$ – трапеция.
$AB = CD$, $\angle B = 135°$.
Найти: S_{ABCD}.

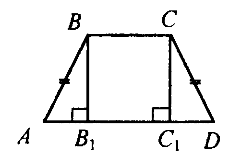



Рис. 7
Решение:
1) Рассмотрим ΔABB_1: $\angle B_1 = 90°$, $\angle A = \angle B = 45°$, следовательно, $AB_1 = BB_1 = 1{,}4$ см; аналогично из ΔCC_1D: $C_1D = CC_1 = 1{,}4$ см.
2) $B_1C_1 = B_1D - C_1D$
$B_1C_1 = 3{,}4 - 1{,}4 = 2$ см, значит, $BC = 2$ см.
$AD = AB_1 + B_1D = 1{,}4 + 3{,}4 = 4{,}8$ см.
3) $S_{ABCD} = \frac{1}{2}(AD + BC) \cdot BB_1$; $S_{ABCD} = \frac{1}{2}(4{,}8 + 2) \cdot 1{,}4 = 4{,}76$ см^2.
Ответ: 4,76 см^2</td></tr>
<tr><td colspan="3">IV этап. Итоги урока. Рефлексия</td></tr>
<tr><td colspan="2">Деятельность учителя</td><td>Деятельность учащихся</td></tr>
<tr><td colspan="2">(Ф/И)
– Составьте синквейн к уроку</td><td>(И) Домашнее задание: § 2, вопрос 7, с. 133; № 518</td></tr>
</table>

Урок 21. Тема: РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ НА ВЫЧИСЛЕНИЕ ПЛОЩАДЕЙ ФИГУР

Цель деятельности учителя	Создать условия для ознакомления учащихся с методами решения задач по теме «Площадь многоугольников»
Термины и понятия	Площадь треугольника, площадь трапеции, площадь прямоугольника и параллелограмма

Планируемые результаты

Предметные умения	**Универсальные учебные действия**
Владеют базовым понятийным аппаратом; умеют работать с геометрическим текстом	*Познавательные:* умеют принимать решение в условиях неполной и избыточной, точной и вероятностной информации, выдвигать гипотезы при решении учебных задач и понимать необходимость их проверки. *Регулятивные:* принимают и сохраняют цели и задачи учебной деятельности. *Коммуникативные:* учитывают разные мнения и стремятся к координации различных позиций в сотрудничестве. *Личностные:* имеют целостное мировоззрение, соответствующее современному уровню развития науки и общественной практики

Организация пространства

Формы работы	Фронтальная (Ф); индивидуальная (И); групповая (Г)
Образовательные ресурсы	• Учебник. • Задания для индивидуальной и групповой работы

I этап. Проверка домашнего задания

Цель деятельности	Задания для самостоятельной работы
Проверить уровень сформированности теоретических знаний по данной теме	(И) Тест *(см. Ресурсный материал)*

II этап. Решение задач

Цель деятельности	Задания для самостоятельной работы
Научить решать задачи на применение формул площадей	(Г) 1. В трапеции $ABCM$ одно из оснований в 3 раза меньше другого, а высота составляет 75 % большего основания. Площадь трапеции равна 72 см^2. Найдите основания и высоту трапеции. 2. В параллелограмме $ABCD$ на стороне AD отмечена точка M так, что $AM : MD = 3 : 2$. Найдите площадь ΔABM, если площадь параллелограмма равна 60 см^2. 3. В параллелограмме $KMPT$ диагональ MT перпендикулярна стороне MK, $KM = 13$ см, $MT = 5$ см. Найдите площадь параллелограмма и его высо́ты, если $MP = 14$ см. 4. В ΔKMP высота MB делит сторону KP на отрезки 6 см и 8 см, $\angle MKP = 45°$. Найдите площадь ΔKMP.

	1	2	3	4
Ответы	4 см, 12 см, 9 см	18 см^2	65 см^2, 5 см и $4\frac{9}{14}$ см	42 см^2

Окончание табл.

III этап. Итоги урока. Рефлексия	
Деятельность учителя	Деятельность учащихся
(Ф/И) – Сформулируйте теорему о нахождении площади прямоугольника. – Сформулируйте теорему о нахождении площади параллелограмма. – Сформулируйте теорему о нахождении площади треугольника. – Сформулируйте теорему о нахождении площади трапеции. – Оцените свою работу	(И) Домашнее задание: выполнить задания на карточках *(см. Ресурсный материал)*

Ресурсный материал

Тест

Вариант I

1. Выберите верные утверждения:

а) площадь прямоугольника равна произведению двух его сторон;

б) площадь квадрата равна квадрату его стороны;

в) площадь прямоугольника равна удвоенному произведению двух его соседних сторон.

2. Закончите фразу: площадь ромба равна половине произведения...

а) его сторон;

б) его стороны и высоты, проведенной к этой стороне;

в) его диагоналей.

3. По формуле $S = a \cdot h_a$ можно вычислить площадь:

а) параллелограмма;

б) треугольника;

в) прямоугольника.

4. Площадь трапеции $ABCD$ с основаниями AB и CD и высотой BH вычисляется по формуле:

а) $S = AB : 2 \cdot CD \cdot BH$;

б) $S = (AB + BC) : 2 \cdot BH$;

в) $S = (AB + CD) : 2 \cdot BH$.

5. Выберите верное утверждение.

Площадь прямоугольного треугольника равна:

а) половине произведения его стороны на какую-либо высоту;

б) половине произведения его катетов;

в) произведению его стороны на проведенную к ней высоту.

6. В треугольниках ABC и MNK $\angle B = \angle N$. Отношение площадей треугольников ABC и MNK равно

а) $\dfrac{AB \cdot BC}{MN \cdot NK}$; б) $\dfrac{AB \cdot AC}{MN \cdot MK}$; в) $\dfrac{BC \cdot AC}{NK \cdot MK}$.

7. В треугольниках MNK и DOS высоты NE и OT равны. Тогда $S_{MNK} : S_{DOS} = \ldots$

а) $MN : PO$; б) $MK : PS$; в) $NK : OS$.

Вариант II

1. Выберите верные утверждения:

а) площадь квадрата равна произведению его сторон;

б) площадь прямоугольника равна произведению его противолежащих сторон;

в) площадь прямоугольника равна произведению двух его соседних сторон.

2. Закончите фразу: площадь параллелограмма равна произведению...

а) двух его соседних сторон;

б) его стороны на высоту, проведенную к этой стороне;

в) двух его сторон.

3. По формуле $S = d_1 \cdot d_2 : 2$ можно вычислить площадь:

а) параллелограмма;

б) треугольника;

в) ромба.

4. Площадь трапеции $ABCD$ с основаниями BC и AD и высотой CH вычисляется по формуле:

а) $S = CH \cdot (BC + AD) : 2$;

б) $S = (AB + BC) \cdot CH : 2$;

в) $S = (BC + CD) \cdot CH : 2$.

5. Выберите верное утверждение.

Площадь треугольника равна:

а) половине произведения его сторон;

б) половине произведения двух его сторон;

в) произведению его стороны на какую-либо высоту.

6. В треугольниках ABC и DEF $\angle C = \angle F$. Отношение площадей треугольников ABC и DEF равно…

а) $\dfrac{AC \cdot AB}{DE \cdot DF}$; б) $\dfrac{AB \cdot AC}{DE \cdot EF}$; в) $\dfrac{AC \cdot BC}{DF \cdot EF}$.

7. В треугольниках DEF и TRQ высоты DA и TB равны. Тогда $S_{DEF} : S_{TRQ} = \ldots$

а) $EF : RQ$; б) $DE : TR$; в) $EF : RT$.

Ответы к тесту	1	2	3	4	5	6	7
Вариант I	б	в	а	в	б	а	б
Вариант II	в	б	в	а	б	в	а

Карточки для домашнего задания

1. Одно из оснований трапеции на 3 см больше высоты, а другое на 3 см меньше высоты. Найдите основания и высоту трапеции, если ее площадь равна 100 см^2.

2. В равнобедренной трапеции тупой угол равен 135°, а высота в 3 раза меньше большего основания. Найдите площадь трапеции, если меньшее основание равно 6 см.

У р о к 22. Тема: РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ НА ВЫЧИСЛЕНИЕ ПЛОЩАДЕЙ ФИГУР

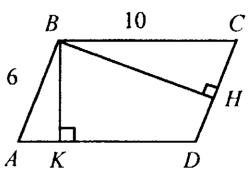
<table>
<tr><td>Цель деятельности учителя</td><td colspan="2">Создать условия для закрепления знаний учащихся по теме «Площадь многоугольников»</td></tr>
<tr><td>Термины и понятия</td><td colspan="2">Площадь треугольника, площадь трапеции, площадь прямоугольника и параллелограмма</td></tr>
<tr><td colspan="3">Планируемые результаты</td></tr>
<tr><td colspan="2">Предметные умения</td><td>Универсальные учебные действия</td></tr>
<tr><td colspan="2">Владеют базовым понятийным аппаратом; умеют работать с геометрическим текстом</td><td>Познавательные: умеют принимать решение в условиях неполной и избыточной, точной и вероятностной информации, выдвигать гипотезы при решении учебных задач и понимать необходимость их проверки.
Регулятивные: принимают и сохраняют цели и задачи учебной деятельности.
Коммуникативные: учитывают разные мнения и стремятся к координации различных позиций в сотрудничестве.
Личностные: имеют целостное мировоззрение, соответствующее современному уровню развития науки и общественной практики</td></tr>
<tr><td colspan="3">Организация пространства</td></tr>
<tr><td>Формы работы</td><td colspan="2">Фронтальная (Ф); индивидуальная (И)</td></tr>
<tr><td>Образовательные ресурсы</td><td colspan="2">• Учебник.
• Задания для индивидуальной работы</td></tr>
<tr><td colspan="3">I этап. Актуализация опорных знаний</td></tr>
<tr><td>Цель деятельности</td><td colspan="2">Совместная деятельность</td></tr>
<tr><td>1</td><td colspan="2">2</td></tr>
<tr><td>Отработать навыки решения задач на готовых чертежах</td><td colspan="2">(Ф/И) 1. Решить задачи (устно).
1) $ABCD$ – параллелограмм, BH = 8 см. Найти: BK.


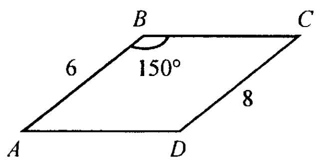
Рис. 1
2) Найти: S_{ABCD}.


Рис. 2</td></tr>
</table>

1	2

3) Найти S_{ABC}, если треугольник – прямоугольный.

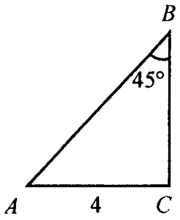


Рис. 3

5) $AC = 12$; $S_{ABCD} = 48$.
Найти: BD.

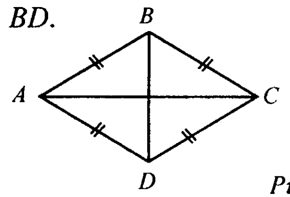


Рис. 5

4) *Найти* S_{ABC}.

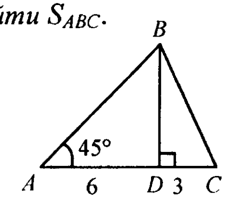


Рис. 4

6) *Найти* S_{ABCD}.

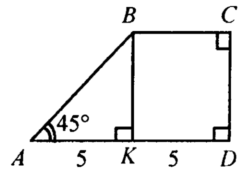


Рис. 6

Ответы: 1) $BK = 4{,}8$; 2) $S_{ABCD} = 8$; 3) $S_{ABC} = 8$; 4) $S_{ABC} = 27$; 5) $BD = 8$; 6) $S_{ABCD} = 37{,}5$.

2. Решить задачи с последующей самопроверкой *(письменно)*.

1) *Найти* S_{ABC}.

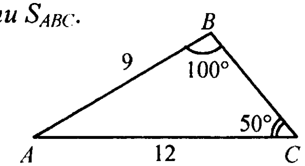


Рис. 7

2) Дан равнобедренный треугольник ABC с основанием AC и углом при основании 75°, боковая сторона 12. Найти площадь этого треугольника.

3) $ABCD$ – трапеция, $BC : AD = 2 : 3$; $BK = 6$, $S_{ABCD} = 60$.
Найти: BC, AD.

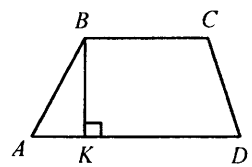


Рис. 8

Ответы: 1) 27; 2) 36; 3) 8 и 12

II этап. Самостоятельная работа

Цель деятельности	Задания для самостоятельной работы
1	2
Выявить уровень самостоятельности при решении задач	(И) **Вариант I** 1. Сторона параллелограмма равна 21 см, а высота, проведенная к ней, 15 см. Найдите площадь параллелограмма. 2. Сторона треугольника равна 5 см, а высота, проведенная к ней, в 2 раза больше стороны. Найдите площадь треугольника.

Окончание табл.

1	2
	3. В трапеции основания равны 6 и 10 см, а высота равна полусумме длин оснований. Найдите площадь трапеции. 4. Стороны параллелограмма равны 6 и 8 см, а угол между ними равен 30°. Найдите площадь параллелограмма. 5. Диагонали ромба относятся как 2 : 3, а их сумма равна 25 см. Найдите площадь ромба. **Вариант II** 1. Сторона параллелограмма равна 17 см, а его площадь 187 см^2. Найдите высоту, проведенную к данной стороне. 2. Сторона треугольника равна 18 см, а высота, проведенная к ней, в 3 раза меньше стороны. Найдите площадь треугольника. 3. В трапеции основания равны 4 и 12 см, а высота равна полусумме длин оснований. Найдите площадь трапеции. 4. Стороны параллелограмма равны 4 и 7 см, а угол между ними равен 150°. Найдите площадь параллелограмма. 5. Диагонали ромба относятся как 3 : 5, а их сумма равна 8 см. Найдите площадь ромба
III этап. Итоги урока. Рефлексия	
Деятельность учителя	Деятельность учащихся
(Ф/И) – Какие формулы повторили на уроке? – Какой этап урока оказался для вас наиболее сложным? – Оцените свою работу на уроке	Домашнее задание: выполнить другой вариант самостоятельной работы

Урок 23. Тема: ТЕОРЕМА ПИФАГОРА

Цель деятельности учителя	Создать условия для выведения доказательства теоремы Пифагора и ее применения при решении задач
Термины и понятия	Прямоугольный треугольник, катеты, гипотенуза
Планируемые результаты	
Предметные умения	**Универсальные учебные действия**
Владеют геометрическим языком, умеют использовать его для описания предметов окружающего мира	*Познавательные:* умеют видеть математическую задачу в контексте проблемной ситуации в окружающей жизни. *Регулятивные:* понимают сущность алгоритмических предписаний и умеют действовать в соответствии с предложенным алгоритмом. *Коммуникативные:* учитывают разные мнения и стремятся к координации различных позиций в сотрудничестве. *Личностные:* имеют целостное мировоззрение, соответствующее современному уровню развития науки и общественной практики
Организация пространства	
Формы работы	Фронтальная (Ф); индивидуальная (И)
Образовательные ресурсы	• Учебник. • Задания для фронтальной работы. • Исторические сведения о теореме Пифагора

Продолжение табл.

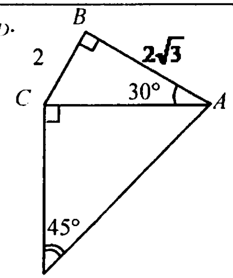
<table>
<tr><td colspan="3">I этап. Актуализация опорных знаний</td></tr>
<tr><td colspan="3">Анализ самостоятельной работы</td></tr>
<tr><td colspan="3">Решение задач по готовым чертежам</td></tr>
<tr><td>Цель деятельности</td><td colspan="2">Совместная деятельность</td></tr>
<tr><td>Подготовить учащихся к восприятию новой темы</td><td colspan="2">(Ф) 1. Найти S_{ABCD}.


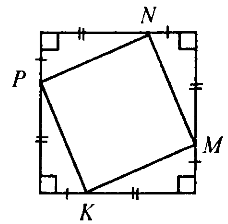
Рис. 1
2. Доказать, что MNPK – квадрат.


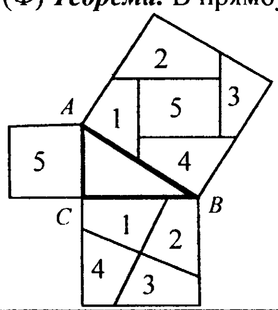
Рис. 2</td></tr>
<tr><td colspan="3">II этап. Изучение нового материала</td></tr>
<tr><td>Цель деятельности</td><td colspan="2">Совместная деятельность</td></tr>
<tr><td>Показать историческую значимость теоремы Пифагора</td><td colspan="2">(Ф) Историческая справка (см. Ресурсный материал)</td></tr>
<tr><td colspan="3">Доказательство теоремы</td></tr>
<tr><td>Цель деятельности</td><td colspan="2">Совместная деятельность</td></tr>
<tr><td>Предложить учащимся доказательство, отличное от представленного в учебнике</td><td colspan="2">(Ф) Теорема. В прямоугольном треугольнике квадрат гипотенузы равен сумме квадратов катетов.


Рис. 3
Данное доказательство основано на разрезании квадратов, построенных на катетах, и укладывании полученных частей на квадрате, построенном на гипотенузе</td></tr>
<tr><td colspan="3">III этап. Закрепление изученного материала</td></tr>
<tr><td>Цель деятельности</td><td>Деятельность учителя</td><td>Деятельность учащихся</td></tr>
<tr><td>1</td><td>2</td><td>3</td></tr>
<tr><td>На примере решения простейших задач отработать формулу данной теоремы</td><td>(Ф/И) 1. Решить № 483 (а, б), 484 (а, б) (устно).
2. На доске и в тетрадях решить № 487.
3. Самостоятельно решить № 485, 486</td><td>№ 483 (а, б).
$6^2 + 8^2 = 100$, значит, гипотенуза равна 10.
$5^2 + 6^2 = 61$, значит, гипотенуза равна $\sqrt{61}$.</td></tr>
</table>

1	2	3

№ 487.

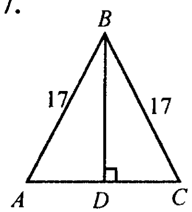


Рис. 4

Дано: ΔABC – равнобедренный,
$AB = BC = 17$ см, $AC = 16$ см,
BD – высота.
Найти: BD.

Решение:
1) В равнобедренном треугольнике высота, проведенная к основанию, является медианой, поэтому $AD = AC : 2 = 16 : 2 = 8$ см.
2) ΔABD – прямоугольный. По теореме Пифагора:
$AB^2 = AD^2 + BD^2$, откуда $BD^2 = AB^2 - AD^2 = 17^2 - 8^2 = 225$.
Так как $BD > 0$, то $BD = 15$ см.

№ 485.

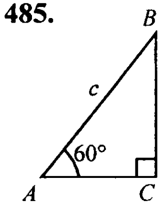


Рис. 5

Дано: ΔABC, $\angle C = 90°$
$\angle A = 60°$, $AB = c$.
Найти: BC.

Решение:

1) Так как $\angle B = 30°$, то $AC = \frac{1}{2}c$.

2) $BC^2 = AB^2 - AC^2$; $BC^2 = c^2 - \frac{1}{4}c^2 = \frac{3}{4}c^2$, следовательно, $BC = \frac{c\sqrt{3}}{2}$.

№ 486.

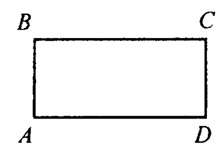


Рис. 6

а) Если $AB = 5$, $AC = 13$, то AD – ?
$AD^2 = AC^2 - CD^2$; $AD^2 = 169 - 25 = 144$
$AD = 12$.
б) Если $CD = 1{,}5$, $AC = 2{,}5$, то BC – ?
$BC^2 = AC^2 - AB^2$; $BC^2 = 6{,}25 - 2{,}25 = 4$, следовательно, $BC = 2$.
в) Если $BD = 17$, $BC = 15$, то CD – ?
$CD^2 = BD^2 - BC^2$, $CD^2 = 289 - 225 = 64$, следовательно, $CD = 8$

IV этап. Итоги урока. Рефлексия	
Деятельность учителя	Деятельность учащихся
(И/Ф) – С какой теоремой познакомились на уроке? – Составьте синквейн к уроку	(И) Домашнее задание: подготовить сообщение о жизни Пифагора и его школе

Ресурсный материал

Историческая справка

Установлено, что теорема Пифагора встречается в вавилонских текстах, написанных за 1200 лет до Пифагора. В математической книге Древнего Китая Чу-пей так говорится о пифагоровом треугольнике со сторонами 3, 4 и 5: «Если прямой угол разложить на составные части, то линия, соединяющая концы его сторон, будет 5, когда основание есть 3, а высота 4». Кантор (крупнейший немецкий историк математики) считает, что равенство $3^2 + 4^2 = 5^2$ было известно уже египтянам еще около 2 300 г. до н. э., во времена царя Аменемхета I (согласно папирусу 6 619, хранящемуся в Берлинском музее). Несколько больше известно о теореме Пифагора у вавилонян. В одном тексте, относимом ко времени Хаммурапи, то есть к 2 000 г. до н. э., приводится приближенное вычисление гипотенузы прямоугольного треугольника. Отсюда можно сделать вывод, что в Двуречье умели производить вычисления с прямоугольными треугольниками, по крайней мере в некоторых случаях. У индусов, как и у египтян и вавилонян, геометрия была тесно связана с культом. Весьма вероятно, что теорема о квадрате гипотенузы была известна в Индии уже около XVIII века до н. э.

Основываясь, с одной стороны, на сегодняшнем уровне знаний о египетской и вавилонской математике, а с другой, на критическом изучении греческих источников, голландский математик Ван-дер-Варден сделал следующий вывод: «Заслугой первых греческих математиков, таких как Фалес, Пифагор и пифагорейцы, является не открытие математики, но ее систематизация и обоснование. В их руках вычислительные рецепты, основанные на смутных представлениях, превратились в точную науку».

Урок 24. Тема: ТЕОРЕМА, ОБРАТНАЯ ТЕОРЕМЕ ПИФАГОРА

Цель деятельности учителя	Создать условия для выведения доказательства теоремы, обратной теореме Пифагора, и ее применения при решении задач
Термины и понятия	Прямоугольный треугольник, катеты, гипотенуза
Планируемые результаты	
Предметные умения	**Универсальные учебные действия**
Владеют геометрическим языком, умеют использовать его для описания предметов окружающего мира	*Познавательные:* умеют видеть математическую задачу в контексте проблемной ситуации в окружающей жизни. *Регулятивные:* понимают сущность алгоритмических предписаний и умеют действовать в соответствии с предложенным алгоритмом. *Коммуникативные:* учитывают разные мнения и стремятся к координации различных позиций в сотрудничестве. *Личностные:* имеют целостное мировоззрение, соответствующее современному уровню развития науки и общественной практики

Продолжение табл.

Организация пространства	
Формы работы	Фронтальная (Ф); индивидуальная (И)
Образовательные ресурсы	• Учебник. • Исторические сведения о применении теоремы Пифагора
I этап. Актуализация опорных знаний	
Проверка домашнего задания	
Цель деятельности	Совместная деятельность
Проверить, какие сообщения подготовили учащиеся	(И) Учащиеся выступают со своими сообщениями или презентациями. (Ф) Учитель рассказывает о применении теоремы Пифагора *(см. Ресурсный материал)*
II этап. Мотивация к деятельности	
Цель деятельности	Постановка учебной задачи
Подвести учащихся к теореме, обратной теореме Пифагора	(Ф) Сформулировать утверждения, обратные данным, и выяснить, верны ли они: • Сумма смежных углов равна 180°. • Диагонали ромба взаимно перпендикулярны. • Вертикальные углы равны. • В параллелограмме противолежащие стороны равны. • В прямоугольном треугольнике квадрат гипотенузы равен сумме квадратов катетов. *(В последнем случае учащиеся смогут сформулировать утверждение, обратное данному, а провести доказательство его справедливости может помочь учитель.)*
III этап. Изучение нового материала	
Цель деятельности	Совместная деятельность
Доказать теорему, обратную теореме Пифагора	(Ф) 1. Учитель доказывает данную теорему. 2. Прямоугольные треугольники, длины сторон которых выражаются целыми числами, называются *пифагоровыми треугольниками*. Например, треугольник со сторонами 26, 24 и 10. – Приведите примеры пифагоровых треугольников. *(10, 8 и 6; 13, 12 и 5; 5, 4 и 3; 15, 12 и 9 и другие.)* 3. Являются ли пифагоровыми треугольники: а) с гипотенузой 25 и катетом 15; б) с катетами 5 и 4? 4. Треугольник со сторонами 3, 4, 5 был известен еще древним египтянам. Египтяне использовали его для построения прямых углов. Делали они это так: на веревке делали метки, делящие ее на 12 равных частей, связывали концы веревки и растягивали на земле с помощью кольев в виде треугольника со сторонами 3, 4 и 5. Угол, лежащий против стороны, равной 5, оказывался прямым. Этот треугольник получил название египетского треугольника и по сей день именно так его и называют

IV этап. Закрепление изученного материала		
Цель деятельности	Деятельность учителя	Деятельность учащихся
Закрепить изученные теоремы при решении простейших задач	(Ф/И) 1. Решить № 498 (а, б, в) *(устно)*. 2. Решить задачу № 499 (а). Один из учащихся по указанию учителя выходит к доске, остальные работают в тетрадях. 3. Решить самостоятельно задачи: а) Определите углы треугольника со сторонами 1, 1, $\sqrt{2}$. *(45°, 45°, 90°.)* б) В треугольнике ABC $AB = \sqrt{2}$, $BC = 2$. На стороне AC отмечена точка M так, что $AM = 1$, $BM = 1$. Найдите AC. *($1 + \sqrt{3}$.)* в) В треугольнике MPK $PK = 2$. На стороне MK отмечена точка A так, что $MA = AP = \sqrt{3}$, $AK = 1$. Найдите $\angle MPK$. *(75°.)*	**№ 499 (а).** $25^2 = 24^2 + 7^2$, значит, треугольник прямоугольный и его площадь равна половине произведения его катетов, то есть $S = 24 \cdot 7 : 2 = 84$ см^2. Меньшая высота проведена к большей стороне, а в прямоугольном треугольнике большей стороной является гипотенуза, значит, $S = h_c \cdot c : 2$, где c – гипотенуза, h_c – высота, проведенная к гипотенузе, тогда $h_c = \frac{2S}{c} = 6{,}72$ (см). Ответ: 6,72 см

IV этап. Итоги урока. Рефлексия	
Деятельность учителя	Деятельность учащихся
(И/Ф) Учащиеся продолжают фразы: • Теперь я узнал, что… • Теперь я могу… • Раньше я не понимал, как… • Раньше я не знал, что… • Теперь я знаю, что	(И) Домашнее задание: п. 56; вопросы 9, 10; решить задачи № 498 (г, д, е), № 499 (б), 488

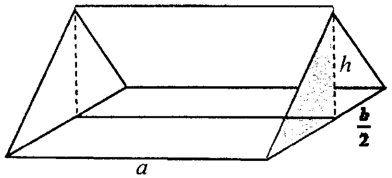
Ресурсный материал

Применение теоремы Пифагора

В архитектуре.

В зданиях готического и романского стиля верхние части окон расчленяются каменными ребрами, которые не только играют роль орнамента, но и способствуют прочности окон.

Способ построения окна в готическом стиле очень прост. Легко найти центры шести дуг окружностей, радиусы которых равны ширине окна (b) для наружных дуг и половине ширины $\left(\frac{b}{2}\right)$ для внутренних дуг. Остается еще полная окружность, касающаяся четырех дуг. Так как она заключена между двумя концентрическими окружностями, то ее диаметр равен расстоянию между этими окружностями, то есть $\frac{b}{2}$ и, следовательно, радиус равен $\frac{b}{4}$. Тогда становится ясным и положение ее центра. В рассмотренном примере радиусы находились без всяких затруднений. В других аналогичных примерах могут потребоваться вычисления. Покажем, как применяется в таких задачах теорема Пифагора.



В романской архитектуре часто встречается мотив, представленный на рисунке. Если b по-прежнему обозначает ширину окна, то радиусы полуокружностей будут равны $R = \frac{b}{2}$ и $r = \frac{b}{4}$. Радиус p внутренней окружности можно вычислить из прямоугольного треугольника, катет которого изображен на рисунке пунктиром. Гипотенуза этого треугольника, проходящая через точку касания окружностей, равна $\frac{b}{4} + p$, один катет равен $\frac{b}{4}$, а другой $\frac{b}{2} - p$. По теореме Пифагора имеем: $\left(\frac{b}{4}+p\right)^2 = \left(\frac{b}{4}\right)^2 + \left(\frac{b}{2}-p\right)^2$.

Решив данное уравнение, легко найти радиус внутренней окружности $p = \frac{b}{6}$.

В строительстве.

Возможно, кто-то сочтет приложения теоремы Пифагора сугубо теоретическими. Но это не так. Если, например, рассматривать треугольную призму как крышу башни, то в первом вопросе речь идет о том, какой длины нужно сделать боковые ребра, чтобы при данной площади чердака была выдержана предписанная высота крыши. Заметим, что расчет площади кровли можно сильно упростить, если воспользоваться одним очень простым правилом, справедливым во всех случаях, когда все скаты крыши, сколько бы их ни было, имеют одинаковый уклон. Оно гласит: «Чтобы найти площадь поверхности двускатной крыши, все скаты которой имеют равный уклон, нужно умножить площадь чердака $S_ч$ на длину стропила и разделить на половину ширины дома».

При строительстве любого сооружения рассчитывают расстояния, центры тяжести, размещение опор, балок и т. д. В целом значение теоремы, кроме вышесказанного, в том, что она применяется практически во всех современных технологиях, а также открывает простор для создания и придумывания новых.

В физике.

Молниеотвод, громоотвод – устройство для защиты зданий, промышленных, транспортных, коммунальных, сельскохозяйственных и других сооружений от ударов молнии. Известно, что молниеотвод защищает от молнии все предметы, расстояние до которых от его основания не превышает его удвоенной высоты. Необходимо определить оптимальное положение молниеотвода на двускатной крыше, обеспечивающее наименьшую его доступную высоту.

По теореме Пифагора, $h^2 > a^2 + b^2$, значит, $h \geq \sqrt{a^2 + b^2}$.

В астрономии.

В конце XIX века высказывались разные предположения о существовании обитателей Марса, подобных человеку. Это явилось следствием открытий итальянского астронома Скиапарелли (открыл на Марсе каналы, которые долгое время считались искусственными). Естественно, что вопрос о том, можно ли с помощью световых сигналов объясняться с этими гипотетическими существами, вызвал оживленную дискуссию. Парижской академией наук была даже установлена премия в 100 000 франков тому, кто первый установит связь с каким-нибудь обитателем другого небесного тела; эта премия все еще ждет счастливца. В шутку, хотя и не совсем безосновательно, было решено передать обитателям Марса световой сигнал в виде теоремы Пифагора. Неизвестно, как это сделать; но для всех очевидно, что математический факт, выражаемый теоремой Пифагора, имеет место всюду, и поэтому похожие на нас обитатели другого мира должны понять такой сигнал.

В литературе.

Многие, услышав имя Пифагор, вспоминают известную теорему, но мало кто знает, что этот знаменитый грек имел отношение не только к математике, но и к литературе.

Великий математик был еще и великим философом своего времени. Вот некоторые его высказывания:

- Делая великое, не обещай великого.
- Как ни коротки слова «да» и «нет», всё же они требуют самого серьезного размышления.
- Не делай ничего постыдного ни в присутствии других, ни втайне.
- Первым твоим законом должно быть уважение к самому себе.
- Не закрывай глаз, когда хочешь спать, не разобравши всех своих поступков за прошедший день.
- По торной дороге не ходи.

Теорема Пифагора издавна широко применялась в разных областях науки, техники и практической жизни. О ней писали в своих произведениях римский архитектор и инженер Витрувий, греческий писатель-моралист Плутарх, греческий ученый III в. Диоген Лаэрций, математик V в. Прокл и многие другие.

Легенда о том, что в честь своего открытия Пифагор принес в жертву быка или, как рассказывают другие, сто быков, послужила поводом для юмора в творчестве писателей и поэтов. Так, например, немецкий писатель-романист А. Шамиссо, который в начале XIX в. участвовал в кругосветном путешествии на русском корабле «Рюрик», написал следующие стихи:

Пребудет вечной истина, как скоро
Ее познает слабый человек!
И ныне теорема Пифагора
Верна, как и в его далекий век.
Обильно было жертвоприношенье
Богам от Пифагора. Сто быков
Он отдал на закланье и сожженье
За света луч, пришедший с облаков.
Поэтому всегда с тех самых пор,
Чуть истина рождается на свет,
Быки ревут, ее почуя, вслед.
Они не в силах свету помешать.
А могут лишь, закрыв глаза, дрожать
От страха, что вселил в них Пифагор.

Легенда о смерти Пифагора.

Сонную тишину ночного Метапонта прорезал ужасный крик. Послышалось падение на землю тяжелого тела, топот убегающих ног, и все смолкло. Когда ночной караул прибыл на место происшествия, в колеблющемся свете факелов все увидели распростертого на земле старца, и неподалеку от него – мальчика 12 лет с лицом, перекошенным от ужаса.

– Кто это? – спросил начальник караула у мальчика.

– Это Пифагор, – ответил тот.

– Кто такой Пифагор? Среди жителей города нет гражданина с таким именем.

– Мы недавно прибыли из Кротона. Мой господин должен был скрываться от врагов и выходил только ночью. Они выследили его и убили.

– Сколько их было?

– Я этого не успел заметить в темноте. Они отбросили меня в сторону и накинулись на него.

Начальник караула стал на колени и приложил руки к груди старца.

– Конец, – сказал начальник.

«Одному только разуму, как мудрому попечителю, должно вверять свою жизнь».

Урок 25. Тема: РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ НА ПРИМЕНЕНИЕ ТЕОРЕМЫ ПИФАГОРА

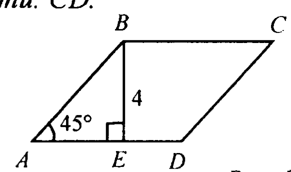
<table>
<tr><td>Цель деятельности учителя</td><td colspan="2">Создать условия для совершенствования навыков решения задач на применение теоремы Пифагора и теоремы, обратной теореме Пифагора</td></tr>
<tr><td>Термины и понятия</td><td colspan="2">Прямоугольный треугольник, катеты, гипотенуза</td></tr>
<tr><td colspan="3">Планируемые результаты</td></tr>
<tr><td colspan="2">Предметные умения</td><td>Универсальные учебные действия</td></tr>
<tr><td colspan="2">Умеют применять изученные понятия, методы для решения задач</td><td>Познавательные: осуществляют логические действия; формулируют ответы на вопросы.
Регулятивные: умеют самостоятельно планировать альтернативные пути достижения целей, осознанно выбирать наиболее эффективные способы решения учебных задач, адекватно оценивать правильность или ошибочность выполнения учебной задачи, ее объективную трудность и собственные возможности ее решения.
Коммуникативные: учитывают разные мнения и стремятся к координации различных позиций в сотрудничестве.
Личностные: имеют целостное мировоззрение, соответствующее современному уровню развития науки и общественной практики.</td></tr>
<tr><td colspan="3">Организация пространства</td></tr>
<tr><td>Формы работы</td><td colspan="2">Фронтальная (Ф); индивидуальная (И)</td></tr>
<tr><td>Образовательные ресурсы</td><td colspan="2">• Учебник.
• Задания для индивидуальной работы</td></tr>
<tr><td colspan="3">I этап. Актуализация опорных знаний</td></tr>
<tr><td>Цель деятельности</td><td colspan="2">Задания для самостоятельной работы</td></tr>
<tr><td>Проверить уровень сформированности знаний по теме</td><td colspan="2">(Ф) 1. Теоретический опрос.
– Сформулировать теорему Пифагора.
– Сформулировать теорему, обратную теореме Пифагора.
(И) 2. Самостоятельное решение задач по готовым чертежам.
Решение с последующей проверкой и обсуждением (при необходимости) (количество предложенных задач можно изменить).
1. ABCD – параллелограмм.
Найти: CD.


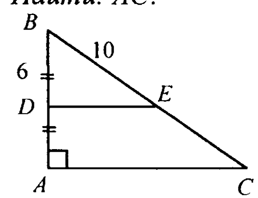
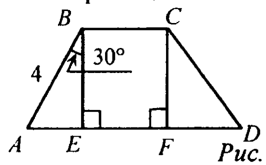
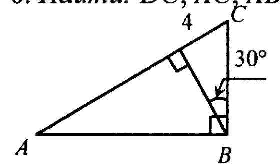
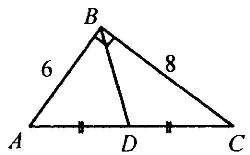
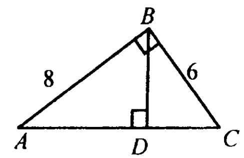
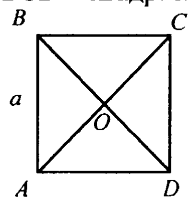
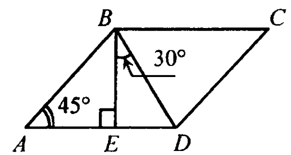
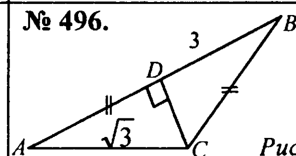
Рис. 1
2. DE || AC.
Найти: AC.


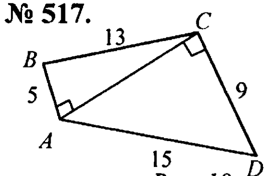
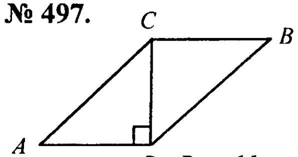
Рис. 2</td></tr>
</table>

1	2
	3. *ABCD* – трапеция. *Найти: CF.*  *Рис. 3* 6. *Найти: DC; AC; AB.*  *Рис. 6* 4. *Найти: BD.*  *Рис. 4* 7. *Найти: BD.*  *Рис. 7* 5. *ABCD* – квадрат. *Найти: AO.*  *Рис. 5* 8. *ABCD* – параллелограмм. *Найти: AD.*  *Рис. 8* Ответы: 1. $CD = 4\sqrt{2}$; 2. $AC = 16$; 3. $CF = 2\sqrt{3}$; 4. $BD = 5$; 5. $AO = \dfrac{a\sqrt{2}}{2}$; 6. $DC = 4\sqrt{2}$, $AC = 8\sqrt{3}$, $AB = 16$; 7. $BD = 4{,}8$; 8. $AD = 4\sqrt{2}\left(1 + \dfrac{\sqrt{3}}{3}\right)$

II этап. Решение задач

Цель деятельности	Деятельность учителя	Деятельность учащихся
1	2	3
Рассмотреть способы и методы решения задач повышенной сложности	(Ф) 1. Решить № 517, 496, 497, 489 на доске и в тетрадях	**№ 496.**  *Рис. 9* *Дано:* $\triangle ABC$ $CD \perp AB$, $AD = BC$, $AB = 3$, $CD = \sqrt{3}$. *Найти: AC.*

Продолжение табл.

1	2	3
		Решение: 1) Примем $BC = AD = x$, следовательно, в ΔDBC: $BC^2 = DC^2 + DB^2$. $x^2 = \left(\sqrt{3}\right)^2 + (3 - x)^2$; $x^2 = 3 + 9 - 6x + x^2$; $6x = 12$; $x = 2$; $BC = AD = 2$ см. 2) В ΔADC: $AC^2 = AD^2 + DC^2$; $AC^2 = 4 + 3 = 7$; $AC = \sqrt{7}$. Ответ: $\sqrt{7}$. **№ 517.**  *Рис. 10* *Дано:* $ABCD$ – четырехугольник $AB = 5$ см, $BC = 13$ см, $CD = 9$ см, $DA = 15$ см, $AC = 12$ см. *Найти:* S_{ABCD}. *Решение:* $AB^2 = 25$, $BC^2 = 169$, следовательно, $169 - 25 = 144 = AC^2$ $CD^2 = 81$, $AD^2 = 225$, следовательно, $225 - 81 = 144 = AC^2$, значит ΔABC и ΔACD – прямоугольные с общей стороной $AC = 12$ см. $S_{ABCD} = S_{ABCD} + S_{ACD}$; $S_{ABCD} = \frac{1}{2}AB \cdot AC + \frac{1}{2}AC \cdot CD$ $S_{ABCD} = \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 14 + \frac{1}{2} \cdot 9 \cdot 14 = 7 \cdot (5 + 9) = 98$ (см^2) Ответ: 98 см^2. **№ 497.**  *Рис. 11* *Дано:* $ABCD$ – параллелограмм, $BD \perp AD$, $P_{ABCD} = 50$ см, $AD - AB = 1$ см. *Найти:* BD. *Решение:* 1) Примем $AB = x$ см, следовательно, $AD = (x + 1)$ см. Так как $P_{ABCD} = 2\,(AB + AD)$, то $50 = 2 \cdot (x + x + 1)$; $25 = 2x + 1$; $2x = 24$; $x = 12$. $AB = 12$, $AD = 13$. 2) В ΔABD: $BD^2 = AB^2 - AD^2$; $BD^2 = 13^2 - 12^2$; $BD^2 = 25$, следовательно, $BD = 5$. Ответ: 5 см.

Окончание табл.

<table>
<tr><th>1</th><th>2</th><th colspan="2">3</th></tr>
<tr><td></td><td></td><td colspan="2">

№ 489.

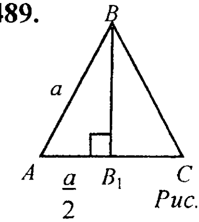


Рис. 12

Дано: ABC – равносторонний, $AB = a$.

Доказать: $S_{ABC} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

Доказательство:

1) Рассмотрим ΔABB_1: $BB_1^2 = AB^2 - AB_1^2$; $BB_1^2 = a^2 - \frac{a^2}{4} = \frac{3a^2}{4}$; $BB_1 = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

2) $S_{ABC} = \frac{1}{2}AC \cdot BB_1$; $S_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot a \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$.

а) если $a = 5$, то $S_{ABC} = \frac{25\sqrt{3}}{2}$;

б) если $a = 1{,}2$, то $S_{ABC} = 0{,}36\sqrt{3}$;

в) если $a = 2\sqrt{2}$, то $S_{ABC} = 2\sqrt{3}$

</td></tr>
<tr><td colspan="4">III этап. Самостоятельная работа</td></tr>
<tr><td>Цель деятельности</td><td colspan="3">Задания для самостоятельной работы</td></tr>
<tr><td>Закрепить полученные знания</td><td colspan="3">

(И) При наличии времени можно предложить проверочную работу, которая сдается учителю.

Вариант I

В прямоугольной трапеции основания равны 22 см и 6 см, бóльшая боковая сторона – 20 см. Найдите площадь трапеции.

Вариант II

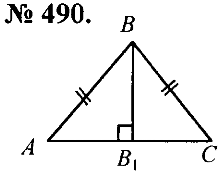
В прямоугольной трапеции боковые стороны равны 7 см и 25 см, а меньшее основание равно 2 см. Найдите площадь трапеции.

Вариант III (для более подготовленных учащихся)

Диагональ AC прямоугольной трапеции $ABCD$ перпендикулярна боковой стороне CD и составляет угол 60° с основанием AD. Найдите площадь трапеции, если $AD = 24$ см

</td></tr>
<tr><td colspan="4">IV этап. Итоги урока. Рефлексия</td></tr>
<tr><td colspan="3">Деятельность учителя</td><td>Деятельность учащихся</td></tr>
<tr><td colspan="3">(Ф/И)
– Оцените свою работу на уроке.
– Какой этап урока вам показался наиболее сложным? Почему?</td><td>(И) Домашнее задание: № 490, 491; рассмотреть самостоятельно решение № 524 (вывод формулы Герона) (по желанию)</td></tr>
</table>

Урок 26. Тема: РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ НА ПРИМЕНЕНИЕ ТЕОРЕМЫ ПИФАГОРА. ФОРМУЛА ГЕРОНА

<table>
<tr><td>Цель деятельности учителя</td><td colspan="2">Создать условия для совершенствования навыков решения задач по теме «Площадь», для ознакомления учащихся с формулой Герона; показать применение формулы Герона в процессе решения задач</td></tr>
<tr><td>Термины и понятия</td><td colspan="2">Прямоугольный треугольник, катеты, гипотенуза, формула Герона</td></tr>
<tr><td colspan="3">Планируемые результаты</td></tr>
<tr><td colspan="2">Предметные умения</td><td>Универсальные учебные действия</td></tr>
<tr><td colspan="2">Умеют применять изученные понятия, методы для решения задач</td><td>Познавательные: осуществляют логические действия; формулируют ответы на вопросы.
Регулятивные: умеют самостоятельно планировать альтернативные пути достижения целей, осознанно выбирать наиболее эффективные способы решения учебных задач, адекватно оценивать правильность или ошибочность выполнения учебной задачи, ее объективную трудность и собственные возможности ее решения.
Коммуникативные: учитывают разные мнения и стремятся к координации различных позиций в сотрудничестве.
Личностные: имеют целостное мировоззрение, соответствующее современному уровню развития науки и общественной практики</td></tr>
<tr><td colspan="3">Организация пространства</td></tr>
<tr><td>Формы работы</td><td colspan="2">Фронтальная (Ф); индивидуальная (И)</td></tr>
<tr><td>Образовательные ресурсы</td><td colspan="2">• Учебник.
• Задания для фронтальной и индивидуальной работы</td></tr>
<tr><td colspan="3">I этап. Актуализация опорных знаний</td></tr>
<tr><td colspan="3">Проверка домашнего задания</td></tr>
<tr><td>Цель деятельности</td><td colspan="2">Совместная деятельность</td></tr>
<tr><td>1</td><td colspan="2">2</td></tr>
<tr><td>Проверить правильность выполнения домашнего задания</td><td colspan="2">(Ф/И) По готовым чертежам на доске проверить решение задач № 490, 491(а).
№ 490.

Дано: ΔABC, $AB = BC$.
Найти: AB; S_{ABC}.
Рис. 1
Решение:
а) $AC = 12$ см, $BB_1 \perp AC$, $BB_1 = 8$ см.
$AB^2 = BB_1^2 + AB_1^2$; $S_{ABC} = \frac{1}{2} AC \cdot BB_1$; $AB^2 = 64 + 36 = 100$, $AB = 10$; $S_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 12 = 48$ см^2.</td></tr>
</table>

Продолжение табл.

1	2

б) $AC = 8$ см, $\angle B = 120°$.

Рассмотрим ΔABB_1: $\angle B_1 = 90°$, $\angle B = 60°$, следовательно, $\angle A = \frac{1}{2}\angle B = 30°$. Если $BB_1 = x$, то $AB = 2x$, а $AB_1 = 4$.

$AB^2 = BB_1^2 + AB_1^2$; $4x^2 = x^2 + 16$; $3x^2 = 16$; $x^2 = \frac{16}{3}$, следовательно, $AB = \frac{8\sqrt{3}}{3}$ см, $BB_1 = \frac{4\sqrt{3}}{3}$ см.

$S_\Delta = \frac{1}{2}AC \cdot BB_1$; $S_\Delta = \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot \frac{4\sqrt{3}}{3} = \frac{16\sqrt{3}}{3}$ см^2.

$\angle B = 90°$, $BB_1 = 7$ см.

Рассмотрим ΔABB_1: $\angle B_1 = 90°$, $\angle A = \angle B = 45°$, значит, $AB_1 = BB_1 = 7$ см; $AB^2 = AB_1^2 + AB_1^2$;

$AB^2 = 49 + 49 = 98$; $AB = 7\sqrt{2}$.

$S_\Delta = \frac{1}{2}AC \cdot BB_1$; $S_\Delta = \frac{1}{2} \cdot 14 \cdot 7 = 49$ см^2.

№ 491.

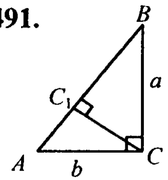


Рис. 2

Дано: ΔABC, $\angle C = 90°$

$CC_1 \perp AB$.

Найти: CC_1.

Решение:

а) Если $a = 5$, $b = 12$, то $c = 144 + 25 = 169$, следовательно, $c = 13$.

1) В ΔACC_1: $CC_1^2 = AC^2 - AC_1^2$; в ΔBCC_1: $CC_1^2 = BC^2 - BC_1^2$, следовательно, $AC^2 - AC_1^2 = BC^2 - BC_1^2$; $144 - x^2 = 25 - (13 - x)^2$;

$144 - x^2 = 25 - 169 + 26x - x^2$; $26x = 288$; $13x = 144$; $x = 11\frac{1}{13}$; $AC_1 = 11\frac{1}{13}$.

2) $CC_1^2 = AC^2 - AC_1^2$

$$CC_1^2 = 144 - \left(11\frac{1}{13}\right)^2 = 144 - \left(\frac{1}{13}\right)^2 = \frac{144 \cdot 169 - 144 \cdot 144}{169} = \frac{144 \cdot 25}{169};\ CC_1 = \frac{12 \cdot 5}{13} = \frac{60}{13} = 4\frac{8}{13}.$$

Ответ: $4\frac{8}{13}$.

б) Если $a = 12$, $b = 16$, то $c = 20$. Аналогично пункту (а) имеем: $256 - x^2 = 144 - (20 - x)^2$; $256 - x^2 = 144 - 400 + 40x - x^2$;

$40x = 512$; $x = 12{,}8$

$AC_1 = 12{,}8$ см, отсюда $CC_1^2 = 16^2 - 12{,}8^2$; $CC_1^2 = 256 - 163{,}84 = 92{,}16$, следовательно, $CC_1 = 9{,}6$ см.

Ответ: 9,6 см

Продолжение табл.

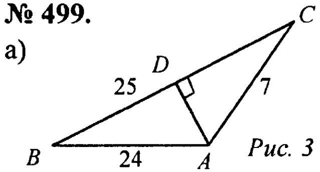
<table>
<tr><td colspan="3">II этап. Изучение нового материала</td></tr>
<tr><td colspan="3">Доказательство формулы Герона</td></tr>
<tr><td>Цель деятельности</td><td colspan="2">Совместная деятельность</td></tr>
<tr><td>Доказать формулу</td><td colspan="2">(Ф) Учитель доказывает формулу вместе с учащимися, которые дома разобрались с этой теоремой.
Докажите, что площадь S треугольника со сторонами a, b, c выражается формулой $S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$ (формула Герона), где $p = 0,5\ (a + b + c)$ – полупериметр треугольника</td></tr>
<tr><td colspan="3">Применение формулы Герона при решении задач</td></tr>
<tr><td>Цель деятельности</td><td>Деятельность учителя</td><td>Деятельность учащихся</td></tr>
<tr><td>Показать применение формулы Герона при решении задач</td><td>(Ф) Решить № 499 на доске и в тетради (если в классе не успевают выполнить № 499 (б), то предложить в качестве домашней работы)</td><td>№ 499.
а)


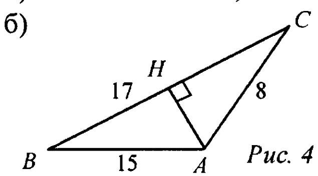
Рис. 3
Дано: ΔABC,
$AB = 24$ см, $BC = 25$ см, $AC = 7$ см.
Найти: меньшую высоту.
Решение:
Меньшей высотой является та высота, которая опущена на бóльшую сторону.
1) В ΔABD: $AD^2 = AB^2 - BD^2$; в ΔACD: $AD^2 = AC^2 - CD^2$, следовательно, $AB^2 - BD^2 = AC^2 - CD^2$; $24^2 - x^2 = 7^2 - (25 - x)^2$, следовательно, $576 - x^2 = 49 - 625 + 50x - x^2$; $50x = 1152$; $x = 23,04$, следовательно $BD = 23,04$ см.
2) $AD^2 = AB^2 - BD^2$; $AD^2 = 24^2 - (23,04)^2 = 576 - 530,8416 = 45,1584$; $AD = 6,72$ см.
б)


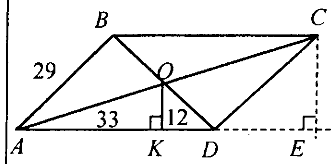
Рис. 4
Дано: ΔABC,
$AB = 17$ см, $BC = 8$ см, $AC = 15$ см.
Найти: CH.
Решение:
1) В ΔACH: $HC^2 = AC^2 - AH^2$;в ΔBCH: $HC^2 = BC^2 - BH^2$, следовательно $AC^2 - AH^2 = BC^2 - BH^2$, $225 - x^2 = 64 - (17 - x)^2$; $225 - x^2 = 64 - 289 + 34x - x^2$; $34x = 450$; $x = 13\frac{4}{17}$, следовательно, $AH = 13\frac{4}{17}$.
б) $HC^2 = AC^2 - AH^2$; $HC^2 = 15^2 - \left(13\frac{4}{17}\right)^2 = 225 - \left(\frac{225}{17}\right)^2 = \frac{225 \cdot 64}{289}$, следовательно,
$HC = \frac{15 \cdot 8}{17} = 7\frac{1}{17}$</td></tr>
</table>

III этап. Итоги урока. Рефлексия	
Деятельность учителя	Деятельность учащихся
(Ф/И) – С какой формулой познакомились на уроке? – Можно ли было решить № 499, применяя формулу Герона?	(И) Домашнее задание: решить № 499, используя формулу Герона

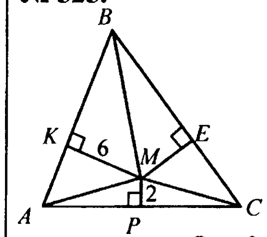
Урок 27. Тема: РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ НА ПРИМЕНЕНИЕ ТЕОРЕМЫ ПИФАГОРА. ФОРМУЛА ГЕРОНА

Цель деятельности учителя	Создать условия для совершенствования навыков решения задач по теме «Площадь», используя теорему Пифагора, формулу Герона
Термины и понятия	Прямоугольный треугольник, катеты, гипотенуза, формула Герона
Планируемые результаты	
Предметные умения	**Универсальные учебные действия**
Умеют применять изученные понятия, методы для решения задач	*Познавательные:* осуществляют логические действия; формулируют ответы на вопросы. *Регулятивные:* умеют самостоятельно планировать альтернативные пути достижения целей, осознанно выбирать наиболее эффективные способы решения учебных задач, адекватно оценивать правильность или ошибочность выполнения учебной задачи, ее объективную трудность и собственные возможности ее решения. *Коммуникативные:* умеют разрешать конфликты на основе согласования позиций и учета интересов. *Личностные:* имеют целостное мировоззрение, соответствующее современному уровню развития науки и общественной практики
Организация пространства	
Формы работы	Фронтальная (Ф); индивидуальная (И)
Образовательные ресурсы	• Учебник. • Задания для фронтальной и индивидуальной работы
I этап. Актуализация опорных знаний	
Проверка домашнего задания	
Цель деятельности	Совместная деятельность
1	2
Проверить степень усвоения теоретического материала и умения его применять при решении задач	(Ф) 1. Ответить на вопросы учащихся по выполнению домашнего задания. 2. Провести математический диктант: 1) Записать формулу для вычисления площади треугольника. 2) Записать формулу для вычисления площади прямоугольного треугольника.

Продолжение табл.

1	2	
	3) Записать формулу для вычисления площади равностороннего треугольника. 4) Записать формулу для вычисления площади прямоугольника. 5) Записать формулу для вычисления площади параллелограмма. 6) Записать формулу для вычисления площади ромба. 7) Записать формулу для вычисления площади трапеции. 8) Записать формулу Герона	
II этап. Решение задач		
Цель деятельности	Деятельность учителя	Деятельность учащихся
1	2	3
Закрепить умение применять формулы площадей многоугольников и теорему Пифагора при решении задач	(Ф) 1. На доске и в тетрадях решить задачи № 504, 517. К доске вызываются два ученика, один из них решает самостоятельно задачу № 504, другой – № 517. На местах учащиеся решают обе задачи, а затем проверяют решение с доски, ищут ошибки в своем решении и в решении на доске, высказывают свое мнение о правильности решения задач.	**№ 504.** *Решение:*  *Рис. 1* Проведем высоту параллелограмма CE. Так как $OK \perp AD$ и $CE \perp AD$, O – середина AC, то по теореме Фалеса $AK = KE = 33$ см, тогда $DE = KE - KD = 21$ см. В $\angle DCE$ $\angle E = 90°$, $DC = 29$ см, $DE = 21$ см, тогда по теореме Пифагора $CE^2 = CD^2 - DE^2 = 841 - 441 = 400 \Rightarrow CE = 20$ см. $S_{ABCD} = AD \cdot CE = (33 + 12) \cdot 20 = 900$ (см^2). Ответ: 900 см^2. **№ 517.** 1-й способ. $S_{ABCD} = S_{ABC} + S_{ACD}$. ΔABC и ΔACD – прямоугольные по теореме, обратной теореме Пифагора, так как $5^2 + 12^2 = 13^2$, $9^2 + 12^2 = 15^2$. Площадь прямоугольного треугольника вычисляется по формуле $S = \frac{ab}{2}$, где a и b – катеты треугольника. $S_{ABC} = \frac{1}{2} \cdot 5 \cdot 12 = 30$ (см^2), $S_{ACD} = \frac{1}{2} \cdot 9 \cdot 12 = 54$ (см^2), $S_{ABCD} = 30 + 54 = 84$ (см^2). 2-й способ. По формуле Герона $S_\Delta = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$, где $p = \frac{a+b+c}{2}$; a, b, c – стороны треугольника. $p_{ABC} = \frac{5+12+13}{2} = 15$ (см), $p_{ACD} = \frac{9+12+15}{2} = 18$ (см), $S_{ABC} = \sqrt{15 \cdot (15-5)(15-12)(15-13)} = \sqrt{15 \cdot 10 \cdot 3 \cdot 2} = 30$ (см^2).

Окончание табл.

1	2	3
	2. Решить задачу № 525 самостоятельно	$S_{ACD} = \sqrt{18\cdot(18-9)(18-12)(18-15)} = \sqrt{18\cdot 9\cdot 6\cdot 3} = 54$ (см^2). $S_{ABCD} = S_{ABC} + S_{ACD} = 30 + 54 = 84$ (см^2). О т в е т: 84 см^2. **№ 525.**  *Рис. 2* $S_{ABC} = S_{ABM} + S_{BCM} + S_{ACM}$. $S_{ABM} = \frac{1}{2}AB\cdot MK = \frac{1}{2}\cdot 13\cdot 6 = 39$ (см^2). $S_{ACM} = \frac{1}{2}AC\cdot MP = \frac{1}{2}\cdot 15\cdot 2 = 15$ (см^2). По формуле Герона $S_{ABC} = \sqrt{p(p-AB)(p-AC)(p-BC)}$, где $p = \frac{AB+AC+BC}{2} = \frac{13+14+15}{2} = 21$ (см) $\Rightarrow$ $S_{ABC} = \sqrt{21\cdot(21-13)(21-15)(21-14)} = \sqrt{21\cdot 8\cdot 6\cdot 7} = 84$ (см^2) $\Rightarrow$ $\Rightarrow S_{BCM} = 84 - 39 - 15 = 30$ (см^2), $S_{BCM} = \frac{1}{2}BC\cdot ME \Rightarrow$ $\Rightarrow ME = \frac{2\cdot S_{BCM}}{BC} = \frac{2\cdot 30}{14} = 4\frac{2}{7}$ (см). О т в е т: $4\frac{2}{7}$ см

III этап. Итоги урока. Рефлексия	
Деятельность учителя	Деятельность учащихся
(Ф/И) – Какие трудности возникли у вас при решении задач? – Оцените свою работу на уроке	(И) Домашняя работа: решить № 503, 518, подготовиться к контрольной работе

У р о к 28. Тема: КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 2

Цель деятельности учителя	Создать условия для проверки знаний, умений и навыков учащихся по усвоению и применению изученного материала
Термины и понятия	Площади четырехугольников, теорема Пифагора

<table>
<tr><th colspan="3">Планируемые результаты</th></tr>
<tr><th colspan="2">Предметные умения</th><th>Универсальные учебные действия</th></tr>
<tr><td colspan="2">Умеют демонстрировать знание основных понятий, применять полученные знания для решения основных и качественных задач, контролировать процесс и результат учебной математической деятельности</td><td>Познавательные: проводят сравнение, сериацию и классификацию по заданным критериям.
Регулятивные: вносят необходимые коррективы в действие после его завершения на основе его учета характера сделанных ошибок, осуществляют самоанализ и самоконтроль.
Коммуникативные: учитывают разные мнения и стремятся к координации различных позиций в сотрудничестве.
Личностные: осознают важность и необходимость знаний для человека</td></tr>
<tr><th colspan="3">Организация пространства</th></tr>
<tr><td>Формы работы</td><td colspan="2">Индивидуальная (И)</td></tr>
<tr><td>Образовательные ресурсы</td><td colspan="2">• Учебник.
• Задания для индивидуальной работы</td></tr>
<tr><th colspan="3">I этап. Выполнение контрольной работы по вариантам</th></tr>
<tr><td>Цель деятельности</td><td colspan="2">Задания для контрольной работы</td></tr>
<tr><td>1</td><td colspan="2">2</td></tr>
<tr><td>Проверить знания, умения и навыки по изученному материалу</td><td colspan="2">Вариант I
1. Сторона треугольника равна 5 см, а высота, проведенная к ней, в два раза больше стороны. Найдите площадь треугольника.
2. Катеты прямоугольного треугольника равны 6 и 8 см. Найдите гипотенузу и площадь треугольника.
3. Найдите площадь и периметр ромба, если его диагонали равны 8 и 10 см.
4*. В прямоугольной трапеции $ABCK$ бóльшая боковая сторона равна $3\sqrt{2}$ см, угол K равен 45°, а высота CH делит основание AK пополам. Найдите площадь трапеции.
Вариант II
1. Сторона треугольника равна 12 см, а высота, проведенная к ней, в три раза меньше стороны. Найдите площадь треугольника.
2. Один из катетов прямоугольного треугольника равен 12 см, а гипотенуза 13 см. Найдите второй катет и площадь треугольника.
3. Диагонали ромба равны 10 и 12 см. Найдите его площадь и периметр.
4*. В прямоугольной трапеции $ABCD$ бóльшая боковая сторона равна 8 см, угол A равен 60°, а высота BH делит основание AD пополам. Найдите площадь трапеции.

Решение заданий контрольной работы
Вариант I
1. $S = 0{,}5a \cdot h_a$; $a = 5$ см, $h_a = 5 \cdot 2 = 10$ см, $S = 5 : 2 \cdot 10 = 25$ (см^2).
Ответ: 25 см^2.
2. По теореме Пифагора $c^2 = a^2 + b^2 = 36 + 64 = 100$, $c = 10$ см.
$S = 6 \cdot 8 : 2 = 24$ (см^2).
Ответ: 10 см, 24 см^2.</td></tr>
</table>

Продолжение табл.

1	2

3.

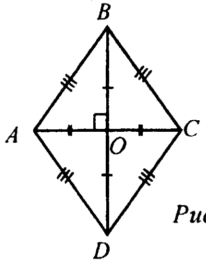


Рис. 1

ΔAOB – прямоугольный.

$AB^2 = AO^2 + BO^2 = 4^2 + 5^2 = 41$; $AB = \sqrt{41}$ (см).

$P_{ABCD} = 4\sqrt{41}$ (см). $S_{ABCD} = AC \cdot BD : 2 = 8 \cdot 10 : 2 = 40$ (см^2)

Ответ: $P_{ABCD} = 4\sqrt{41}$ см; $S_{ABCD} = 40$ см^2.

4*.

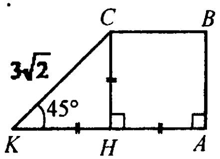


Рис. 2

$AKCH$ – прямоугольный, равнобедренный, тогда $KH = CH$.

По теореме Пифагора $CK^2 = KH^2 + CH^2$, $\left(3\sqrt{2}\right)^2 = KH^2 + KH^2$, $KH = 3$ см, $CH = 3$ см.

Так как CH делит AK пополам, то $AH = 3$ см, $AK = 6$ см. $ABCH$ – прямоугольник, $BC = AH = 3$ см.

$S_{ABCK} = CH : 2 \cdot (BC + AK) = 3 : 2 \cdot (3 + 6) = 13{,}5$ (см^2).

Ответ: $S_{ABCK} = 13{,}5$ см^2.

Вариант II

1. $S = 0{,}5a \cdot h_a$; $a = 12$ см, $h_a = 12 : 3 = 4$ (см), $S = 0{,}5 \cdot 12 \cdot 4 = 24$ (см^2).

Ответ: 24 см^2.

2. По теореме Пифагора $a^2 = c^2 - b^2 = 13^2 - 12^2 = 25$, $a = 5$ см.

$S = 5 \cdot 12 : 2 = 30$ (см^2).

Ответ: 5 см, 30 см^2.

3.

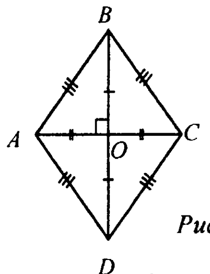


Рис. 3

ΔAOB – прямоугольный.

$AB^2 = AO^2 + BO^2 = 5^2 + 6^2 = 61$; $AB = \sqrt{61}$ (см).

$P_{ABCD} = 4\sqrt{61}$ (см). $S_{ABCD} = AC \cdot BD : 2 = 10 \cdot 12 : 2 = 60$ (см^2)

Ответ: $P_{ABCD} = 4\sqrt{61}$ см; $S_{ABCD} = 60$ см^2.

4*.

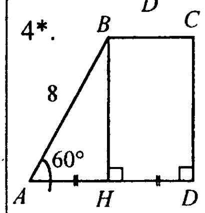


Рис. 4

ΔABH – прямоугольный, в нем $\angle A = 60°$, тогда $\angle ABH = 30°$, $AH = 0{,}5AB = 4$ см.

По теореме Пифагора $BH^2 = AB^2 - AM^2 = 8^2 - 4^2 = 48$, $BH = 4\sqrt{3}$ см. Так как BH делит AD пополам, то $DH = 4$ см, $AD = 8$ см. $HBCD$ – прямоугольник, $BC = HD = 4$ см.

$S_{ABCD} = 0{,}5BH \cdot (CD + AD) = 0{,}5 \cdot 4\sqrt{3} \cdot (4 + 8) = 24\sqrt{3}$ (см^2).

Ответ: $S_{ABCD} = 24\sqrt{3}$ см^2

Окончание табл.

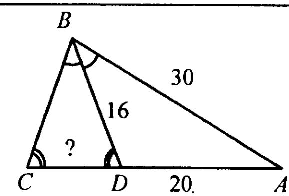
II этап. Итоги урока. Рефлексия	
Деятельность учителя	Деятельность учащихся
	(И) Домашнее задание: повторить свойства пропорций

ГЛАВА VII. ПОДОБНЫЕ ТРЕУГОЛЬНИКИ

Урок 29. Тема: ПРОПОРЦИОНАЛЬНЫЕ ОТРЕЗКИ. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПОДОБНЫХ ТРЕУГОЛЬНИКОВ

Цель деятельности учителя	Создать условия для определения пропорциональных отрезков, рассмотрения свойства биссектрисы треугольника и применения этого свойства при решении задач
Термины и понятия	Пропорциональные отрезки, биссектриса угла, отношение, пропорции, сходственные стороны, коэффициент подобия
Планируемые результаты	
Предметные умения	**Универсальные учебные действия**
Умеют демонстрировать знание основных понятий, применять полученные знания для решения основных и качественных задач, контролировать процесс и результат учебной математической деятельности	*Познавательные:* осуществляют логические действия; формулируют ответы на вопросы. *Регулятивные:* умеют самостоятельно ставить цели, выбирать и создавать алгоритмы для решения математических проблем, адекватно оценивать правильность или ошибочность выполнения учебной задачи, ее объективную трудность и собственные возможности ее решения. *Коммуникативные:* учитывают разные мнения и стремятся к координации различных позиций в сотрудничестве. *Личностные:* проявляют способность к эмоциональному восприятию математатических объектов, задач, решений, рассуждений
Организация пространства	
Формы работы	Фронтальная (Ф); индивидуальная (И)
Образовательные ресурсы	• Учебник
I этап. Анализ контрольной работы	
Цель деятельности	Совместная деятельность
Выявить трудности, возникшие при решении задач в контрольной работе	(Ф/И) 1. Сообщение итогов контрольной работы. 2. Анализ ошибок, допущенных учащимися в ходе работы. 3. Решение на доске задач, вызвавших затруднения у учащихся
II этап. Мотивация к деятельности	
Цель деятельности	Постановка учебной задачи
1	2
Подготовить учащихся к введению понятия пропорциональных отрезков	(Ф) – Что называют отношением двух чисел? Что показывает отношение? – Отношение AB к CD равно 2 : 7. О чем это говорит? Найдите отношение CD к AB. – В ΔABC $AB : BC : AC = 2 : 4 : 3$, $P_{ABC} = 45$ дм. Найдите стороны треугольника ABC.

1	2
	– Что называют пропорцией? Верны ли пропорции 1,5 : 1,8 = 25 : 30; 18 : 3 = 5 : 30? – В пропорции $a : b = c : d$ укажите крайние и средние члены. Сформулируйте основное свойство пропорции. – Переставив средние или крайние члены пропорции, составьте три верные пропорции: а) 12 : 0,2 = 30 : 0,5; б) $AB : MN = CD : KP$. – Найдите неизвестный член пропорции. а) $1x : 4{,}2 = 12{,}3 : 6$; б) $x : AB = MN : KP$
III этап. Изучение нового материала	
Цель деятельности	Совместная деятельность
Ввести понятие пропорциональных отрезков	(Ф) 1. Ввести понятие отношения отрезков. ***Определение.*** Отношением отрезков AB и CD называется отношение их длин, то есть $AB : CD$. 2. Ввести понятие пропорциональных отрезков. ***Определение.*** Отрезки AB и CD пропорциональны отрезкам A_1B_1 и C_1D_1, если $AB : A_1B_1 = CD : C_1D_1$. Например: Если $AB = 5$ см, $CD = 7$ см, $A_1B_1 = 7{,}5$ см, $C_1D_1 = 10{,}5$ см, то $AB : A_1B_1 = CD : C_1D_1$, то есть отрезки AB и CD пропорциональны отрезкам A_1B_1 и C_1D_1. 3. Ввести понятие подобных фигур (два круга, два квадрата, два мяча разных размеров, изображения на кинопленке и на экране, на фотопленке и на фотографии и т. д.). 4. Ввести понятие подобных треугольников: $\Delta ABC \sim \Delta A_1B_1C_1$, если $\angle A = \angle A_1$, $\angle B = \angle B_1$, $\angle C = \angle C_1$ и $\frac{AB}{A_1B_1} = \frac{BC}{B_1C_1} = \frac{AC}{A_1C_1} = k$, где k – коэффициент подобия. Стороны AB и A_1B_1, BC и B_1C_1, AC и A_1C_1 называют сходственными. ***Определение.*** Два треугольника называются подобными, если их углы соответственно равны и стороны одного треугольника пропорциональны сходственным сторонам другого. 5. Решить устно № 533, 534 (а, б). 6. Разобрать решение задачи № 535 (свойство биссектрисы треугольника)

IV этап. Закрепление изученного материала		
Цель деятельности	Деятельность учителя	Деятельность учащихся
1	2	3
При решении простых задач отработать понятия пропорциональных отрезков и сходственных сторон	(Ф/И) 1. Один из учащихся решает задачу № 536 (б) на доске, остальные в тетрадях. 2. Решить самостоятельно № 541. Затем один из учеников выходит к доске, показывает решение, остальные сверяют, задают вопросы, оценивают себя	**№ 536 (б).** *Решение:* Так как $\angle C = \angle BDC$, то ΔBDC – равнобедренный с основанием CD, следовательно, $BC = BD = 16$. 

Окончание табл.

1	2	3
		Так как BD – биссектриса ΔABC, то $\frac{DC}{BC} = \frac{DA}{AB} \Rightarrow$ $\Rightarrow DC = \frac{BC \cdot DA}{AB} = \frac{16 \cdot 20}{30} = 10\frac{2}{3}$. Ответ: $10\frac{2}{3}$. **№ 541.** *Решение:* В ΔABC $\angle A = 106°$, $\angle B = 34° \Rightarrow \angle C = 180° - (\angle A + \angle B) =$ $= 180° - 140° = 40°$. В ΔDEF $\angle E = 106°$, $\angle F = 40° \Rightarrow \angle D = 180° - (\angle E + \angle F) =$ $= 180° - 146° = 34°$. По определению подобных треугольников, два треугольника называют подобными, если их углы соответственно равны и стороны одного треугольника пропорциональны сходственным сторонам другого. В ΔABC и ΔDEF $\angle A = \angle E = 106°$; $\angle B = \angle D = 34°$; $\angle C = \angle F =$ $= 40°$; $BC : DF = 7{,}6 : 22{,}8 = 1 : 3$; $AC : EF = 4{,}4 : 13{,}2 = 1 : 3$; $AB : DE = 5{,}2 : 15{,}6 = 1 : 3 \Rightarrow \Delta ABC \sim \Delta DEF$. Ответ: $\Delta ABC \sim \Delta DEF$

IV этап. Итоги урока. Рефлексия	
Деятельность учителя	Деятельность учащихся
(Ф/И) – Какие новые понятия узнали? – Какие отрезки называются пропорциональными? – Какие стороны треугольника называются сходственными? – Оцените по пятибалльной шкале, насколько вы поняли материал урока	(И) Домашнее задание: п. 58, 59, вопросы 1, 2, 3; решить задачи № 536 (а), 538, 542

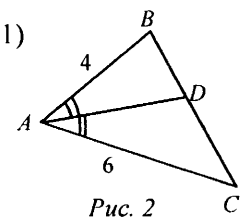
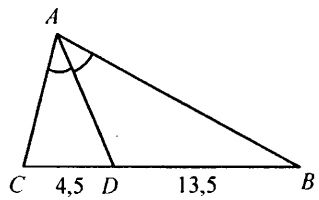
Урок 30. Тема: ОТНОШЕНИЕ ПЛОЩАДЕЙ ПОДОБНЫХ ТРЕУГОЛЬНИКОВ

Цель деятельности учителя	Создать условия для закрепления понятий пропорциональных отрезков и подобных треугольников; для совершенствования навыков решения задач на применение свойства биссектрисы треугольника и определения подобных треугольников; для рассмотрения теоремы об отношении площадей подобных треугольников и ее применения в процессе решения задач
Термины и понятия	Пропорциональные отрезки, отношение, пропорции, сходственные стороны, коэффициент подобия

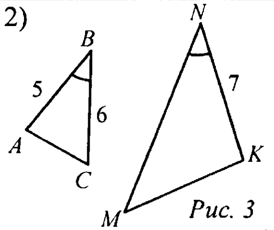
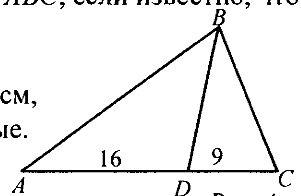
Продолжение табл.

Планируемые результаты	
Предметные умения	**Универсальные учебные действия**
Умеют демонстрировать знание основных понятий, применять полученные знания для решения основных и качественных задач, контролировать процесс и результат учебной математической деятельности	*Познавательные:* осуществляют логические действия; формулируют ответы на вопросы. *Регулятивные:* умеют самостоятельно ставить цели, выбирать и создавать алгоритмы для решения математических проблем, адекватно оценивать правильность или ошибочность выполнения учебной задачи, ее объективную трудность и собственные возможности ее решения. *Коммуникативные:* учитывают разные мнения и стремятся к координации различных позиций в сотрудничестве, умеют работать в группе. *Личностные:* проявляют способность к эмоциональному восприятию математатических объектов, задач, решений, рассуждений

Организация пространства	
Формы работы	Фронтальная (Ф); индивидуальная (И); групповая (Г)
Образовательные ресурсы	• Учебник. • Задания для индивидуальной, фронтальной работы

I этап. Активизация знаний учащихся		
Цель деятельности	Деятельность учителя	Деятельность учащихся
1	2	3
Выявить трудности, возникшие при выполнении домашнего задания; подготовить учащихся к восприятию новой темы	(Ф/И) 1. К доске вызвать троих учащихся: один из них готовит доказательство теоремы, двое оформляют на доске задачи № 538 и № 542. 2. В это время остальные учащиеся отвечают на теоретические вопросы, а затем решают задачи на готовых чертежах. 1) Что называется отношением двух отрезков? 2) В каком случае говорят, что отрезки AB и CD пропорциональны отрезкам A_1B_1 и C_1D_1? 3) Дайте определение подобных треугольников. З а д а ч и: 1)  *Рис. 2* $S_{ABD} = 12$ см^2 *Найти:* S_{ACD}.	**№ 538.**  *Рис. 1* AD – биссектриса $\Delta ABC \Rightarrow$ $\Rightarrow \dfrac{CD}{AC} = \dfrac{BD}{AB} \Rightarrow$ $\Rightarrow AB = \dfrac{AC \cdot BD}{CD} = \dfrac{AC \cdot 13{,}5}{4{,}5} =$ $= 3AC$ $P_{ABC} = AB + AC + BC = 3AC + AC + (CD + DB) = 4AC + 18 = 42 \Rightarrow$ $\Rightarrow AC = \dfrac{42 - 18}{4} = 6$ (см) $\Rightarrow AB = 3 \cdot 6 = 18$ (см). О т в е т: $AC = 6$ см, $AB = 18$ см. **№ 542.** $\Delta ABC \sim \Delta KMN \Rightarrow \dfrac{KM}{AB} = \dfrac{MN}{BC} = \dfrac{KN}{AC}$. $\dfrac{KM}{AB} = 2{,}1 \Rightarrow KM = 2{,}1 \cdot AB = 2{,}1 \cdot 4 = 8{,}4$ (см).

Продолжение табл.

1	2	3
	2)  $S_{ABC} : S_{MNK} = 3 : 7$. *Найти: MN.* *Рис. 3* 3) *Двое учащихся работают по индивидуальным карточкам.* 1-й у р о в е н ь (карточка 1). 1. Треугольники KPF и EMT подобны, причем $KP : ME =$ $= PF : MT = KF : ET$, $\angle F = 30°$, $\angle E = 49°$. Найдите остальные углы этих треугольников. 2. Биссектриса BD делит сторону AC треугольника ABC на отрезки AD и CD, равные соответственно 7 см и 10,5 см. Найдите периметр треугольника ABC, если известно, что $AB = 9$ см. 2-й у р о в е н ь (карточка 2). 1. Дано: $\Delta BDC \sim \Delta ABC$, $AD = 16$ см, $DC = 9$ см. $\angle ABC$ и $\angle BDA$ – тупые. Найти: BC.  *Рис. 4* 2. Периметр треугольника равен 70 см, две его стороны равны 24 и 32 см. Найдите отрезки, на которые биссектриса треугольника делит его третью сторону	$\frac{MN}{BC} = 2{,}1 \Rightarrow MN = 2{,}1 \cdot BC = 2{,}1 \cdot 5 = 10{,}5$ (см). $\frac{KN}{AC} = 2{,}1 \Rightarrow KN = 2{,}1 \cdot AC = 2{,}1 \cdot 7 = 14{,}7$ (см). О т в е т : $KM = 8{,}4$ см, $MN = 10{,}5$ см, $KN = 14{,}7$ см

II этап. Изучение новой темы

Цель деятельности	Совместная деятельность
Доказать теорему об отношении площадей подобных треугольников	(Г) 1. Распределить учащихся по творческим группам и предложить обсудить в группах задачу: «Треугольники ABC и $A_1B_1C_1$ подобны с коэффициентом подобия k. Найти отношение их площадей». 2. Заслушать варианты решений, выбрать из предложенных наиболее удачный и решение записать в тетрадях и на доске

III этап. Закрепление изученного материала

Цель деятельности	Деятельность учителя	Деятельность учащихся
1	2	3
Научиться применять доказанную теорему	(Ф/И) 1. Решить письменно задачу № 545 на доске и в тетрадях (записать краткое решение). Один из учащихся самостоятельно	**№ 545.** $\Delta ABC \sim \Delta A_1B_1C_1$, $k = \frac{6}{5} \Rightarrow \frac{S_{ABC}}{S_{A_1B_1C_1}} = \left(\frac{6}{5}\right) = \frac{36}{25}$.

Окончание табл.

1	2	3
	решает задачу на доске, остальные – в тетрадях. После завершения работы проверяется правильность решения.	S_{ABC} на 77 см^2 больше $S_{A_1B_1C_1} \Rightarrow S_{ABC} = S_{A_1B_1C_1} + 77 \Rightarrow$ $\Rightarrow \dfrac{S_{A_1B_1C_1} + 77}{S_{A_1B_1C_1}} = \dfrac{36}{25} \Rightarrow 25 \cdot \left(S_{A_1B_1C_1} + 77\right) = 36 \cdot S_{A_1B_1C_1}$ $S_{A_1B_1C_1} \cdot (36 - 25) = 25 \cdot 77$ $S_{A_1B_1C_1} = \dfrac{25 \cdot 77}{11} = 25 \cdot 7 = 175$ (см^2) $\Rightarrow S_{ABC} = 77 + 175 = 252$ (см^2). Ответ: 175 см^2 и 252 см^2.
	(Г) 2. Решить задачи № 547, 548 (обсудить принцип решения задач, варианты решений заслушать всем классом)	**№ 547.** *Краткое решение:* $\Delta ABC \sim \Delta A_1B_1C_1 \Rightarrow \dfrac{AB}{A_1B_1} = \dfrac{BC}{B_1C_1} = \dfrac{AC}{A_1C_1} = k \Rightarrow AB = k \cdot A_1B_1,$ $BC = k \cdot B_1C_1, AC = k \cdot A_1C_1 \Rightarrow \dfrac{P_{ABC}}{P_{A_1B_1C_1}} = \dfrac{AB + BC + AC}{A_1B_1 + B_1C_1 + A_1C_1} =$ $= \dfrac{kA_1B_1 + kB_1C_1 + kA_1C_1}{A_1B_1 + B_1C_1 + A_1C_1} = \dfrac{k\left(A_1B_1 + B_1C_1 + A_1C_1\right)}{A_1B_1 + B_1C_1 + A_1C_1} = k.$ **№ 548.** *Краткое решение:* $\Delta ABC \sim \Delta A_1B_1C_1, \ \dfrac{BC}{B_1C_1} = \dfrac{1{,}4\text{ м}}{56\text{ см}} = \dfrac{5}{2} = k \Rightarrow \dfrac{P_{ABC}}{P_{A_1B_1C_1}} = k = \dfrac{5}{2}.$ Ответ: 5 : 2

Самостоятельная работа

Цель деятельности	Задания для самостоятельной работы
Закрепить полученные знания	(И) Учащиеся выполняют самостоятельную работу на листочках и сдают на проверку учителю (если время на уроке осталось, можно выполнить самопроверку) *(см. Ресурсный материал)*

IV этап. Итоги урока. Рефлексия

Деятельность учителя	Деятельность учащихся
(Ф/И) – Оцените свою работу на уроке. – На каком этапе урока у вас возникли наибольшие затруднения?	(И) Домашнее задание: п. 60, вопрос 4; повторить п. 52; решить задачи № 544, 543, 546, 549; решить задачу *(по желанию)*: В трапеции $ABCD$ ($AD \parallel BC$) AC – биссектриса $\angle A$ делит трапецию на два подобных треугольника ABC и ACD, $AB = 9$ см, $CD = 12$ см. Найдите периметр трапеции

Ресурсный материал

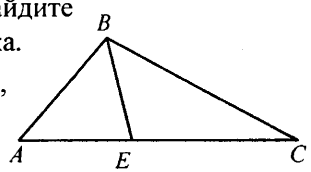
Самостоятельная работа

Вариант I

1. AB и A_1B_1, BC и B_1C_1 – сходственные стороны подобных треугольников ABC и $A_1B_1C_1$, $BC : B_1C_1 = 2{,}5$, $A_1C_1 = 4$ см, $\angle B = 47^\circ21'$. Найдите $\angle B_1$, AC и отношение этих треугольников.

2. Площади двух подобных треугольников равны 16 см^2 и 25 см^2. Одна из сторон первого треугольника равна 2 см. Найдите сходственную ей сторону другого треугольника.

3*. Дано: $\Delta BEC \sim \Delta ABC$, $AE = 16$ см, $CE = 9$ см, $\angle BEC$ – тупой. Найти: BC.

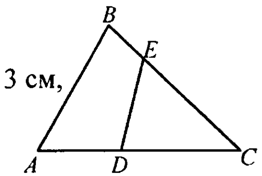


Вариант II

1. Треугольники ABC и $A_1B_1C_1$ подобны. BC и B_1C_1, AC и A_1C_1 – сходственные стороны. Найдите $\angle C_1$, AB и отношение площадей этих треугольников, если $AC : A_1C_1 = 4{,}4$, $A_1B_1 = 5$ см, $\angle C = 15^\circ31'$.

2. Две сходственные стороны подобных треугольников равны 2 см и 5 см. Площадь первого треугольника 8 см^2.
Найдите площадь второго треугольника.

3*. Дано: $\Delta ABC \sim \Delta DEC$, DE не параллелен AB, $AD = 3$ см, $DC = 5$ см, $BC = 7$ см. Найти: CE.



Урок 31. Тема: ПЕРВЫЙ ПРИЗНАК ПОДОБИЯ ТРЕУГОЛЬНИКОВ

<table>
<tr><td>Цель деятельности учителя</td><td colspan="2">Создать условия для выведения доказательства первого признака подобия треугольников и формирования у учащихся навыков применения этого признака при решении задач</td></tr>
<tr><td>Термины и понятия</td><td colspan="2">Пропорциональные отрезки, отношение, пропорции, сходственные стороны, коэффициент подобия</td></tr>
<tr><td colspan="3">Планируемые результаты</td></tr>
<tr><td colspan="2">Предметные умения</td><td>Универсальные учебные действия</td></tr>
<tr><td colspan="2">Умеют демонстрировать знание основных понятий, применять полученные знания для решения основных и качественных задач, контролировать процесс и результат учебной математической деятельности</td><td>Познавательные: осуществляют логические действия; формулируют ответы на вопросы.
Регулятивные: умеют самостоятельно ставить цели, выбирать и создавать алгоритмы для решения математических проблем, адекватно оценивать правильность или ошибочность выполнения учебной задачи, ее объективную трудность и собственные возможности ее решения, контролировать процесс и результат учебной математической деятельности.
Коммуникативные: учитывают разные мнения и стремятся к координации различных позиций в сотрудничестве, умеют работать в группе.
Личностные: проявляют познавательный интерес к изучению предмета</td></tr>
<tr><td colspan="3">Организация пространства</td></tr>
<tr><td>Формы работы</td><td colspan="2">Фронтальная (Ф); индивидуальная (И)</td></tr>
<tr><td>Образовательные ресурсы</td><td colspan="2">• Учебник.
• Задания для индивидуальной работы</td></tr>
<tr><td colspan="3">I этап. Активизация знаний учащихся</td></tr>
<tr><td>Цель деятельности</td><td colspan="2">Совместная деятельность</td></tr>
<tr><td>Проверить правильность выполнения домашней работы</td><td colspan="2">(Ф) Проверка домашнего задания: № 544, 543, 546, 549 (дополнительную задачу проверить индивидуально)</td></tr>
</table>

Продолжение табл.

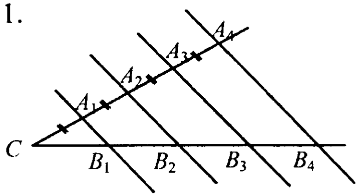
<table>
<tr><th colspan="3">II этап. Мотивация к деятельности</th></tr>
<tr><td>Цель деятельности</td><td colspan="2">Постановка учебной задачи</td></tr>
<tr><td>Подготовить учащихся к восприятию новой темы</td><td colspan="2">(Ф/И) Решение задач с целью подготовки учащихся к восприятию нового материала. (Самостоятельное решение с последующим обсуждением.) Обсуждение решений можно организовать таким образом: один из учащихся выходит к доске и предлагает свое решение, остальные предлагают свое или соглашаются с предложенным решением.
1.


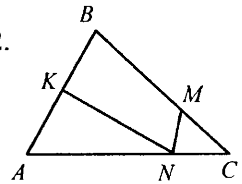
Рис. 1
Дано: $CA_1 = A_1A_2 = A_2A_3 = A_3A_4$; $A_1B_1 \parallel A_2B_2 \parallel A_3B_3 \parallel A_4B_4$; $CB_4 = 12$ см; $S_{A_4B_4C} = 32$ см^2.
Найти: а) B_1B_2, B_2B_4; б) $S_{A_3B_3C}$.
Решение:
По теореме Фалеса $CB_1 = B_1B_2 = B_2B_3 = B_3B_4 = 3$ см, следовательно, $B_2B_4 = 6$ см.
$\Delta A_3B_3C \sim \Delta A_4B_4C,\ k = \frac{3}{4} \Rightarrow \frac{S_{A_3B_3C}}{S_{A_4B_4C_4}} = \frac{9}{16} \Rightarrow S_{A_3B_3C} = 18$ см^2.
Ответ: $B_1B_2 = 3$ см, $B_2B_4 = 6$ см, $S_{A_3B_3C} = 18$ см^2.
2.


Рис. 2
Дано: $S_{ABC} = 36$ см^2, $AN : NC = 3 : 1$, $BM : MC = 2 : 1$, $AK = KB$.
Найти: а) S_{CMN}; б) S_{AKN}; в) S_{BKNM}.
Решение:
а) $\frac{S_{ABC}}{S_{CMN}} = \frac{CB \cdot CA}{CM \cdot CN} = \frac{3CM \cdot 4CN}{CM \cdot CN} = 12 \Rightarrow S_{CMN} = 3$ см^2.
б) $\frac{S_{ABC}}{S_{AKN}} = \frac{AB \cdot AC}{AK \cdot AN} = \frac{2AK \cdot 4NC}{AK \cdot 3NC} = \frac{8}{3} \Rightarrow S_{AKN} = 13{,}5$ см^2.
в) $S_{BKNM} = 36 - 3 - 13{,}5 = 19{,}5$ (см^2).
Ответ: а) $S_{CMN} = 3$ см^2; б) $S_{AKN} = 13{,}5$ см^2; в) $S_{BKNM} = 19{,}5$ см^2</td></tr>
<tr><th colspan="3">III этап. Изучение новой темы</th></tr>
<tr><td>Цель деятельности</td><td colspan="2">Совместная деятельность</td></tr>
<tr><td>Доказать первый признак подобия треугольников</td><td colspan="2">(Ф/И) 1. Сформулировать первый признак подобия треугольников.
2. Доказать первый признак подобия треугольников и записать план доказательства на доске и в тетрадях</td></tr>
<tr><th colspan="3">IV этап. Закрепление изученного материала</th></tr>
<tr><td>Цель деятельности</td><td>Деятельность учителя</td><td>Деятельность учащихся</td></tr>
<tr><td>1</td><td>2</td><td>3</td></tr>
<tr><td>Научить применять доказанную теорему при решении задач</td><td>(Ф/И) Решить задачи № 550, 551, 553, 561 (устно)</td><td>№ 550.
а) Рассмотрим ΔABC и ΔCDE. $\angle C = \angle E = \alpha$ (по условию), $\angle A = \angle D = 90°$ (по условию), следовательно, $\Delta ABC \sim \Delta DCE$ (по двум углам), следовательно,</td></tr>
</table>

1	2	3

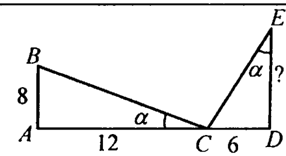


Рис. 3

$$\frac{AB}{DC} = \frac{BC}{CE} = \frac{AC}{DC};\ \frac{8}{6} = \frac{12}{ED},\ ED = 9.$$

б)

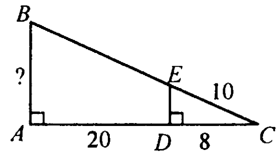


Рис. 4

1) Рассмотрим ΔABC и ΔDEC. $\angle A = \angle D = 90°$ (по условию), $\angle C$ – общий, следовательно, $\Delta ABC \sim \Delta DEC$ (по двум углам), следовательно, $DE = \sqrt{100-64}$, $DE = 6$ (по теореме Пифагора).

2) $\dfrac{AB}{DE} = \dfrac{AC}{DC} = \dfrac{BC}{EC};\ \dfrac{AB}{6} = \dfrac{28}{8}, AB = 21$ см.

№ 551.

а)

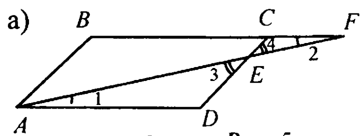


Рис. 5

Дано: $ABCD$ – параллелограмм.
$E \in CD$, $AE \cap BC = F$, $DE = 8$ см, $EC = 4$ см, $BC = 7$ см, $AE = 10$ см.
Найти: EF, FC.
Решение:

1) Рассмотрим ΔAED и ΔFCE. $\angle 1 = \angle 2$ (как накрест лежащие при $AD \parallel BC$ и секущей AF), $\angle 3 = \angle 4$ (как вертикальные), следовательно

$$\frac{AD}{FC} = \frac{DE}{CE} = \frac{AE}{FE};\ \frac{7}{FC} = \frac{8}{4} = \frac{10}{FE}.$$

2) $\dfrac{7}{FC} = \dfrac{8}{4}; \dfrac{10}{FE} = \dfrac{8}{4}$; $2FC = 7$; $2FE = 10$; $FC = 3{,}5$ см; $FE = 5$ см.

б)

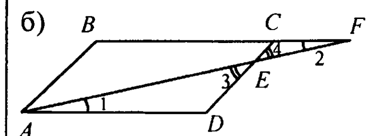


Рис. 6

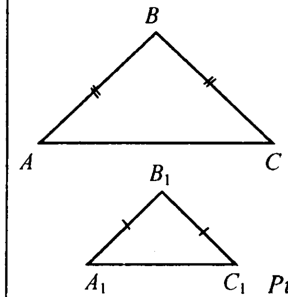
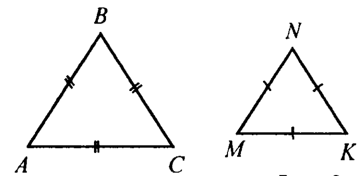
Дано: $ABCD$ – параллелограмм.
$AB = 8$ см, $AD = 5$ см, $CF = 2$ см.
Найти: DE, EC.
Решение:

Из $\Delta AED \sim \Delta FED$ следует, что $\dfrac{DE}{EC} = \dfrac{AD}{FC} = \dfrac{AE}{FE};\ \dfrac{DE}{EC} = \dfrac{5}{2}$.

Так как $DE + EC = CD = 8$ см, то $\dfrac{DE}{8 \cdot DE} = \dfrac{5}{2}$; $2DE = (8 - DE) \cdot 5$;

$2DE = 40 - 5DE$; $7DE = 4$; $DE = 5\dfrac{5}{7} EC = 8 - 5\dfrac{5}{7} = 2\dfrac{5}{7}$ (см).

Окончание табл..

1	2	3
		№ 553. а) да; б) да; в) да.  *Рис. 7* Так как треугольники равнобедренные и имеют по одному равному углу, то, используя свойство углов равнобедренного треугольника и теорему о сумме углов треугольника, можно найти остальные углы. Следовательно, $\Delta ABC \sim \Delta A_1B_1C_1$ по двум углам. **№ 561.**  *Рис. 8* *Дано:* ΔABC и ΔMNK $AB = BC = AC$ $MN = NK = MK$ *Доказать:* $\Delta ABC \sim \Delta MNK$ *Доказательство:* 1) ΔABC – равносторонний, значит, $\angle A = \angle B = \angle C = 60°$ ΔMNK – равносторонний, значит, $\angle M = \angle N = \angle K = 60°$. 2) Так как $\angle M = \angle N = \angle K = \angle A = \angle B = \angle C = 60°$, то $\Delta ABC \sim \Delta MNK$ по двум углам, что и требовалось доказать

V этап. Итоги урока. Рефлексия	
Деятельность учителя	Деятельность учащихся
(Ф/И) – Для того чтобы записать пропорциональность сторон подобных треугольников, что необходимо? – Сформулируйте первый признак подобия треугольников. – Составьте синквейн к уроку	(И) Домашнее задание: выучить признак подобия треугольников; решить № 555. *Дополнительная задача:* На продолжении сторон DC (за точку C) и BA (за точку A) параллелограмма $ABCD$ взяты соответственно точки K и E. KE пересекает сторону BC в точке M, а сторону AD – в точке F. Докажите, что $AE \cdot MC = KC \cdot AF$

Урок 32. Тема: ПЕРВЫЙ ПРИЗНАК ПОДОБИЯ ТРЕУГОЛЬНИКОВ. РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ

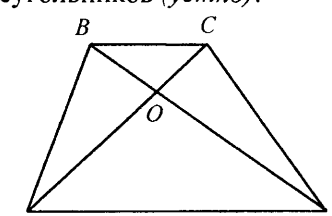
<table>
<tr><td>Цель деятельности учителя</td><td colspan="2">Создать условия для формирования у учащихся навыков решения задач на применение первого признака подобия треугольников</td></tr>
<tr><td>Термины и понятия</td><td colspan="2">Пропорциональные отрезки, отношение, пропорции, сходственные стороны, коэффициент подобия</td></tr>
<tr><td colspan="3" align="center">Планируемые результаты</td></tr>
<tr><td colspan="2" align="center">Предметные умения</td><td align="center">Универсальные учебные действия</td></tr>
<tr><td colspan="2">Умеют демонстрировать знание основных понятий, применять полученные знания для решения основных и качественных задач, контролировать процесс и результат учебной математической деятельности</td><td>Познавательные: осуществляют логические действия; формулируют ответы на вопросы.
Регулятивные: умеют самостоятельно ставить цели, выбирать и создавать алгоритмы для решения математических проблем, адекватно оценивать правильность или ошибочность выполнения учебной задачи, ее объективную трудность и собственные возможности ее решения, контролировать процесс и результат учебной математической деятельности.
Коммуникативные: учитывают разные мнения и стремятся к координации различных позиций в сотрудничестве; умеют работать в группе.
Личностные: проявляют познавательный интерес к изучению предмета</td></tr>
<tr><td colspan="3" align="center">Организация пространства</td></tr>
<tr><td>Формы работы</td><td colspan="2">Фронтальная (Ф); индивидуальная (И)</td></tr>
<tr><td>Образовательные ресурсы</td><td colspan="2">• Учебник.
• Задания для фронтальной, индивидуальной работы</td></tr>
<tr><td colspan="3" align="center">I этап. Актуализация опорных знаний</td></tr>
<tr><td align="center">Цель деятельности</td><td colspan="2" align="center">Совместная деятельность</td></tr>
<tr><td>Проверить правильность выполнения домашней работы</td><td colspan="2">(Ф)
1. Проверка домашнего задания.
2. Теоретический опрос:
– Сформулируйте первый признак подобия треугольников.
– Чему равно отношение периметров подобных треугольников?
– Какие треугольники называются подобными?
– Сформулируйте теорему об отношении площадей подобных треугольников.
3. Найти пары подобных треугольников (устно):


Рис. 1</td></tr>
</table>

<table>
<tr><th colspan="2">II этап. Решение задач по готовым чертежам</th></tr>
<tr><th>Цель деятельности</th><th>Задания для самостоятельной работы</th></tr>
<tr><td>На простых задачах проверить уровень усвоения первого признака подобия треугольников</td><td>
(И) Учащиеся самостоятельно решают данные задачи, затем решение каждой задачи выносится на доску. Проводится обсуждение решений и осуществляется самооценка.

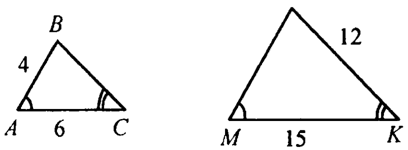
1. Найти: BC, MN.


Рис. 2
О т в е т: $BC = 3{,}2$, $MN = 22{,}4$.

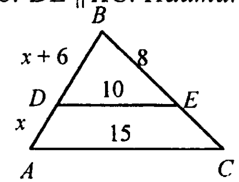
2. Дано: DE ∥ AC. Найти: AB, BC.


Рис. 3
О т в е т: $AB = 18$, $BC = 12$.

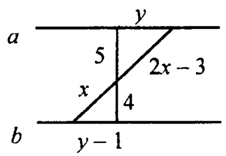
3. Дано: a ∥ b. Найти: x, y.


Рис. 4
О т в е т: $x = 4$, $y = 5$.

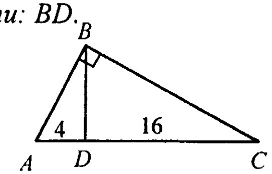
4. Найти: BD.


Рис. 5
О т в е т: $BD = 8$.

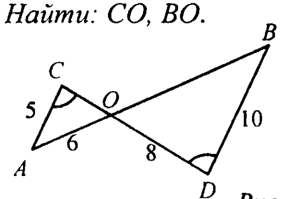
5. Найти: CO, BO.


Рис. 6
О т в е т: $CO = 4$, $BO = 12$

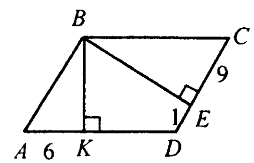
6. Найти: BC.


Рис. 7
О т в е т: $BC = 15$
</td></tr>
</table>

<table>
<tr><th colspan="3">III этап. Решение задач</th></tr>
<tr><th>Цель деятельности</th><th>Деятельность учителя</th><th>Деятельность учащихся</th></tr>
<tr><td>1</td><td>2</td><td>3</td></tr>
<tr><td>Отработать применение первого признака подобия при решении задач</td><td>(Ф) 1. Решите № 556.
2. Решите № 557 (а).</td><td>№ 557 (а).
Краткое решение:
$\Delta ABC \sim \Delta ADE.\ \frac{AB}{AD} = \frac{AC}{AE} \Rightarrow \frac{22-8}{22} = \frac{AC}{AC+10} \Rightarrow AC = 17{,}5$ (см)
О т в е т: $AC = 17{,}5$ см.</td></tr>
</table>

Окончание табл.

<table>
<tr><th>1</th><th>2</th><th>3</th></tr>
<tr><td></td><td>(И/П)
3. Самостоятельно решите № 557 (б), 552 (в) в парах. (Затем проверка на доске.)

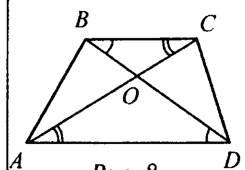
4. Решите задачу:
Диагонали трапеции $ABCD$ с основаниями AD и BC пересекаются в точке O. Периметры треугольников BOC и AOD относятся как 2 : 3, $AC = 20$. Найдите длины отрезков AO и OC</td><td>№ 557 (б).
Краткое решение:
$\Delta ABC \sim \Delta ADE.\ \dfrac{AB}{AD} = \dfrac{AC}{AE} = \dfrac{BC}{DE} \Rightarrow \dfrac{10}{AD} = \dfrac{8}{AC+CE} = \dfrac{4}{DE} \Rightarrow$
$\dfrac{10}{AD} = \dfrac{8}{12} = \dfrac{4}{DE} \Rightarrow AD = \dfrac{10 \cdot 12}{8} = 15$ (см), $DE = \dfrac{12 \cdot 4}{8} = 6$ (см).
$BD = AD - AB = 15 - 10 = 5$ (см).
Ответ: $BD = 5$ см, $DE = 6$ см.
№ 552 (в).
Краткое решение (рис. 461):
Пусть $AO = x$ см, тогда $OC = AC - AO = 15 - x$ (см).
$\Delta AOB \sim \Delta\ COD \Rightarrow \dfrac{AO}{CO} = \dfrac{AB}{CD} \Rightarrow \dfrac{x}{15-x} = \dfrac{96}{24} \Rightarrow 24x = 1440 - 96x;$
$120x = 1440;\ x = 12$ (см), то есть $AO = 12$ см.
Ответ: $AO = 12$ см.
Решение:


Рис. 8
$\Delta BOC \sim \Delta DOA$ по двум углам ($\angle CBO = \angle ADO$, $\angle BCO = \angle DAO$, как накрест лежащие при параллельных прямых AD и BC и секущих AC и BD),
тогда $\dfrac{P_{BOC}}{P_{ABO}} = \dfrac{BO}{DO} = \dfrac{OC}{OA} = \dfrac{BC}{AD} = \dfrac{2}{3}$,
то есть $OC : OA = 2 : 3$, $OA = 1{,}5OC$. Так как $AC = 20$, то $AC = OA + OC = 1{,}5OC + OC = 20$, откуда $OC = 8$, тогда $AO = 12$.
Ответ: $AO = 12$, $OC = 8$</td></tr>
</table>

<table>
<tr><th colspan="2">IV этап. Итоги урока. Рефлексия</th></tr>
<tr><th>Деятельность учителя</th><th>Деятельность учащихся</th></tr>
<tr><td>(Ф/И)
– Оцените свою работу на уроке.
– Какие трудности возникли у вас при решении задач?
– Кто может с полной уверенностью сказать, что понял, как применять первый признак подобия треугольников при решении задач?</td><td>(И) Домашнее задание: повторить п. 59; решить задачи № 552 (а, б), 557 (в), 558, 556</td></tr>
</table>

Урок 33. Тема: ВТОРОЙ И ТРЕТИЙ ПРИЗНАКИ ПОДОБИЯ ТРЕУГОЛЬНИКОВ

Цель деятельности учителя	Создать условия для доказательства второго и третьего признаков подобия треугольников
Термины и понятия	Пропорциональные отрезки, отношение, пропорции, сходственные стороны, коэффициент подобия

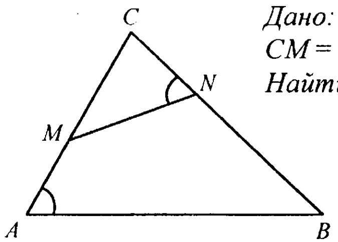
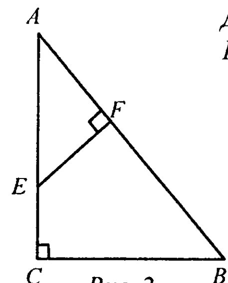
Планируемые результаты

Предметные умения	**Универсальные учебные действия**
Умеют демонстрировать знание основных понятий, применять полученные знания для решения основных и качественных задач, контролировать процесс и результат учебной математической деятельности	*Познавательные:* осуществляют поиск необходимой информации для выполнения учебных заданий с использованием учебной литературы. *Регулятивные:* умеют адекватно оценивать правильность или ошибочность выполнения учебной задачи, ее объективную трудность и собственные возможности ее решения, контролируют действие партнера, осуществляют самоанализ и самоконтроль. *Коммуникативные:* умеют вступать в речевое общение, участвовать в диалоге. *Личностные:* проявляют познавательный интерес к изучению предмета

Организация пространства

Формы работы	Фронтальная (Ф); индивидуальная (И)
Образовательные ресурсы	• Учебник. • Задания для индивидуальной работы

I этап. Актуализация знаний учащихся

Цель деятельности	Задания для самостоятельной работы
Проверить степень усвоения первого признака подобия треугольников	(Ф/И) 1. Проверка домашнего задания. 2. Самостоятельная работа с взаимопроверкой. *(Решение дано на закрытой доске.)* **Вариант I**  *Рис. 1* *Дано:* $BC = 12$ см, $CM = 6$ см, $CN = 4$ см. *Найти:* AC. $\Delta ACB \sim \Delta NCM$ ($\angle C$ – общий, $\angle N = \angle A$). $AC : NC = BC : CM$; $AC = 8$ (см). Ответ: $AC = 8$ см **Вариант II**  *Рис. 2* *Дано:* $BC = 12$ см, $AE = 10$ см, $EF = 6$ см. *Найти:* AB. $\Delta ACB \sim \Delta AFE$ ($\angle A$ – общий, $\angle F = \angle C$). $AB : AE = BC : FE$; $AB = 20$ (см). Ответ: $AB = 20$ см

Продолжение табл.

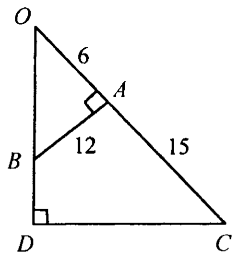
<table>
<tr><th colspan="3">II этап. Изучение нового материала</th></tr>
<tr><th>Цель деятельности</th><th colspan="2">Совместная деятельность</th></tr>
<tr><td>Доказать второй и третий признаки подобия треугольников</td><td colspan="2">(Ф) Второй признак подобия треугольников.
Теорема. Если две стороны одного треугольника пропорциональны двум сторонам другого треугольника и углы, заключенные между этими сторонами, равны, то такие треугольники подобны.
Учащиеся записывают в тетрадях план-конспект доказательства теоремы.
Третий признак подобия треугольников.
Теорема. Если три стороны одного треугольника пропорциональны трем сторонам другого треугольника, то такие треугольники подобны.
Учащиеся записывают в тетрадях план-конспект доказательства теоремы</td></tr>
<tr><th colspan="3">III этап. Закрепление изученного материала</th></tr>
<tr><th>Цель деятельности</th><th>Деятельность учителя</th><th>Деятельность учащихся</th></tr>
<tr><td>Отработать применение изученных признаков при решении простых задач</td><td>(Ф/И) Решение задач на доске и в тетради.
Докажите, что два прямоугольных треугольника подобны, если катеты одного из них пропорциональны катетам другого.


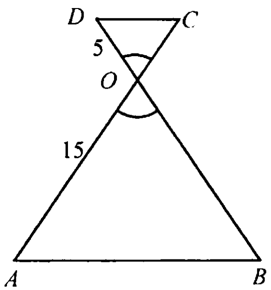
Рис. 3
$OA = 6$ см, $AC = 15$ см, $OB = 9$ см, $BD = 5$ см, $AB = 12$ см.
Найдите CD.


Рис. 4
Дано: $OA = 15$ см; $OD = 5$ см; $CO : OB = 1 : 3$; $AB + CD = 24$ см.
Найдите AB и CD</td><td>Решение:
1) $OD = OB + BD = 9 + 5 = 14$ (см).
$OC = OA + AC = 6 + 15 = 21$ (см).
2) Угол O общий для треугольников BOA и COD.
3) $\frac{OB}{OC} = \frac{9}{21} = \frac{3}{7}; \frac{OA}{OD} = \frac{6}{14} = \frac{3}{7}$.
$\Delta BOA \sim \Delta COD$ по II признаку подобия треугольников.
4) $\frac{AB}{DC} = \frac{3}{7}; \frac{12}{DC} = \frac{3}{7}$; $DC = 28$ см.
Ответ: 28 см.

Решение:
1) В треугольниках DOC и AOB угол O – общий и $\frac{DO}{OA} = \frac{5}{15} = \frac{1}{3}; \frac{CO}{OB} = \frac{1}{3}$ и $\Delta DOC \sim \Delta AOB$ по II признаку подобия треугольников.
2) Пусть $DC = x$, тогда $AB = 24 - x$.
3) $\frac{DC}{AB} = \frac{1}{3}; \frac{x}{24-x} = \frac{1}{3}; x = 6$, значит, $DC = 6$ см, $AB = 18$ см.
Ответ: 18 см и 6 см</td></tr>
</table>

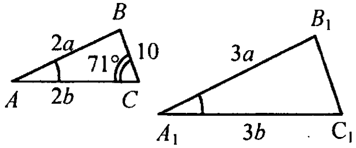
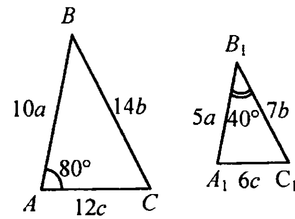
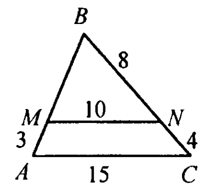
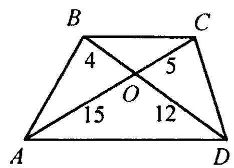
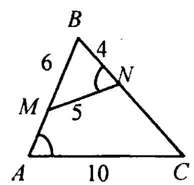
Окончание табл.

IV этап. Итоги урока. Рефлексия	
Деятельность учителя	Деятельность учащихся
(Ф/И) – Сформулируйте признаки подобия треугольников. – Составьте список вопросов, на которые мы будем отвечать на следующем уроке. Как вы думаете, зачем его составлять?	(И) Домашнее задание: п. 62, 63, вопросы 6, 7; решить задачи № 559, 560, 561. Творческое задание: увеличить или уменьшить картинку

Урок 34. Тема: РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ НА ПРИМЕНЕНИЕ ПРИЗНАКОВ ПОДОБИЯ ТРЕУГОЛЬНИКОВ

Цель деятельности учителя	Создать условия для формирования у учащихся навыков применения признаков подобия треугольников при решении задач	
Термины и понятия	Пропорциональные отрезки, отношение, пропорции, сходственные стороны, коэффициент подобия	
Планируемые результаты		
Предметные умения		**Универсальные учебные действия**
Умеют демонстрировать знание основных понятий, применять полученные знания для решения основных и качественных задач, контролировать процесс и результат учебной математической деятельности		*Познавательные:* осуществляют поиск необходимой информации для выполнения учебных заданий с использованием учебной литературы. *Регулятивные:* умеют адекватно оценивать правильность или ошибочность выполнения учебной задачи, ее объективную трудность и собственные возможности ее решения, контролировать действие партнера; осуществляют самоанализ и самоконтроль. *Коммуникативные:* умеют вступать в речевое общение, участвовать в диалоге. *Личностные:* проявляют познавательный интерес к изучению предмета
Организация пространства		
Формы работы	Фронтальная (Ф); индивидуальная (И)	
Образовательные ресурсы	• Учебник. • Задания для индивидуальной работы	
I этап. Проверка домашнего задания		
Цель деятельности	Совместная деятельность	
Выявить трудности, возникшие при выполнении домашнего задания; оценить рисунки учащихся и список вопросов	(Ф) 1. Обсудить вопросы учащихся по домашней работе. 2. Оценить рисунки учащихся. 3. Заслушать список вопросов, которые подготовили учащиеся. (И) 4. Провести 5-минутный тест *(см. Ресурсный материал).* Ответы к тесту: *1-й вариант:* 1. Подобными; 2. $k = 2$; 3. $x = 7$. *2-й вариант:* 1. Коэффициентом; 2. $k = 3$; 3. $x = 5$	

Продолжение табл.

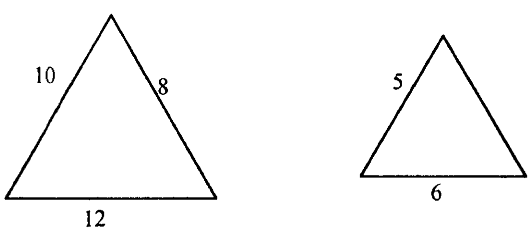
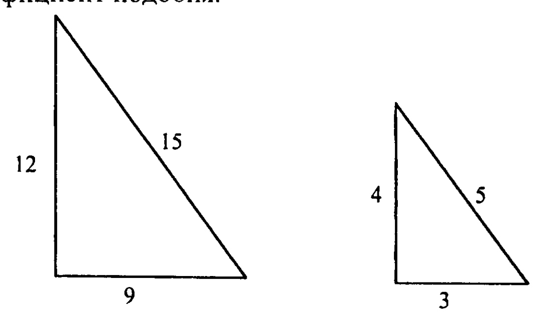
II этап. Решение задач	
Цель деятельности	Совместная деятельность
Научить применять признаки подобия при решении задач	(И) 1. Решение задач по готовым чертежам. 1) *Найти:* $\angle C_1$, B_1C_1.  *Рис. 1* Ответ: $\angle C_1 = 71°$, $B_1C_1 = 15$ см. 2) *Найти:* $\angle C$, $\angle C_1$.  *Рис. 2* Ответ: $\angle C = \angle C_1 = 60°$. 3) *Найти:* BM.  *Рис. 3* Ответ: $BM = 6$ см. 4) *Найти:* BC.  *Рис. 4* Ответ: $BC = \frac{20}{3}$. 5) *Найти:* AB, NC.  *Рис. 5* Ответ: $AB = 8$, $NC = 8$. Проверить решения задач по готовым ответам. Учащиеся, справившиеся со всеми задачами, решают дополнительные. Индивидуально поработать с теми детьми, которые допустили ошибки при решении задач. 2. Дополнительные задачи. 1) Диагональ AC трапеции $ABCD$ ($AB \parallel CD$) делит ее на два подобных треугольника. Найдите площадь трапеции $ABCD$, если AB = 25 см, BC = 20 см, AC = 15 см. Ответ: $S_{ABCD} = 204$ см^2. 2) Угол B треугольника ABC в два раза больше угла A. Биссектриса угла B делит сторону AC на части $AD = 6$ см и $CD = 3$ см. Найдите стороны треугольника ABC. Ответ: $AC = 9$ см, $AB = 6\sqrt{3}$ см, $BC = 3\sqrt{3}$ см

Окончание табл.

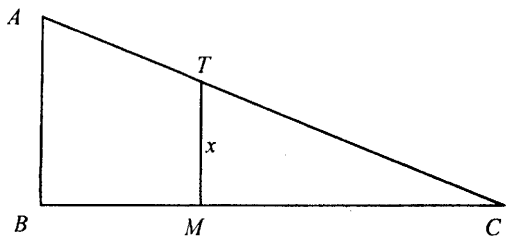
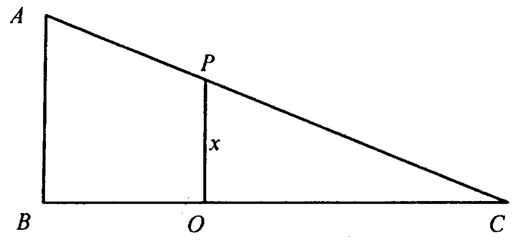
III этап. Итоги урока. Рефлексия	
Деятельность учителя	Деятельность учащихся
(Ф/И) – Оцените свою работу на уроке. – Какие трудности возникли при решении и почему? – За что бы ты себя похвалил на уроке? – Что изменил бы в своих действиях на уроке? – Что бы ты изменил на уроке в последующем? – Что тебе понравилось на уроке больше всего?	(И) Домашнее задание: решить задачи № 562, 563, 604, 605

Ресурсный материал

Тест
«Признаки подобия треугольников»

Ф. И.	Ф. И.
Вариант I	**Вариант II**
1	2
1. Вставить пропущенное слово. Два треугольника называются ____________________, если их углы соответственно равны и стороны одного треугольника пропорциональны сходственным сторонам другого	1. Вставить пропущенное слово. Число k, равное отношению сходственных сторон подобных треугольников, называется ____________________ подобия
2. Найти коэффициент подобия.  Ответ: ____________________	2. Найти коэффициент подобия.  Ответ: ____________________

Окончание табл.

1	2
3. Найти x, если $AB = 21$, $BC = 30$, $MC = 10$.  Ответ: ____________________	3. Найти x, если $AB = 10$, $AC = 40$, $PC = 20$.  Ответ: ____________________

Урок 35. Тема: РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ НА ПРИМЕНЕНИЕ ПРИЗНАКОВ ПОДОБИЯ ТРЕУГОЛЬНИКОВ

Цель деятельности учителя	Создать условия для совершенствования навыков решения задач на применение признаков подобия треугольников для подготовки учащихся к контрольной работе
Термины и понятия	Пропорциональные отрезки, отношение, пропорции, сходственные стороны, коэффициент подобия
Планируемые результаты	
Предметные умения	**Универсальные учебные действия**
Умеют демонстрировать знание основных понятий, применять полученные знания для решения основных и качественных задач, контролировать процесс и результат учебной математической деятельности	*Познавательные:* осуществляют поиск необходимой информации для выполнения учебных заданий с использованием учебной литературы. *Регулятивные:* умеют адекватно оценивать правильность или ошибочность выполнения учебной задачи, ее объективную трудность и собственные возможности ее решения, контролировать действие партнера, работать в группе, осуществлять самоанализ и самоконтроль. *Коммуникативные:* вступают в речевое общение, участвуют в диалоге. *Личностные:* проявляют познавательный интерес к изучению предмета
Организация пространства	
Формы работы	Фронтальная (Ф); индивидуальная (И); групповая (Г)
Образовательные ресурсы	• Учебник. • Задания для групповой и индивидуальной работы
I этап. Проверка домашнего задания	
Цель деятельности	Совместная деятельность
1	2
Проверить уровень усвоения признаков подобия треугольников	(Ф/И) 1. Ответить на вопросы учащихся. 2. Проверить выполнение домашнего задания.

Продолжение табл.

1	2

№ 562.

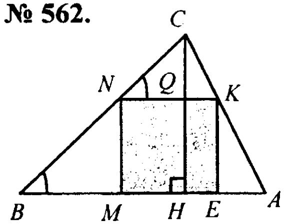


Рис. 1

Дано: ΔABC, $AB = a$, $CH \perp AB$, $CH = h$, $MNKE$ – квадрат.
Найти: MN.
Решение:
Рассмотрим ΔABC и ΔKNC. $\angle B = \angle N$ (как соответственные при $AB \parallel NK$ и секущей BC), $\angle C$ – общий, следовательно, $\Delta ABC \sim \Delta KNC$ (по двум углам), следовательно, $\dfrac{AB}{NK} = \dfrac{CH}{CQ}$ (*).

Примем $MN = NK = KE = ME = x$, следовательно, $CQ = h - x$. Подставим значения в (*), получим: $\dfrac{a}{x} = \dfrac{h}{h-x}$; $a(h-x) = hx$;

$ah = hx + ax$; $x = \dfrac{ah}{a+h}$, то есть $MN = \dfrac{ah}{a+h}$.

Ответ: $\dfrac{ah}{a+h}$.

№ 563.

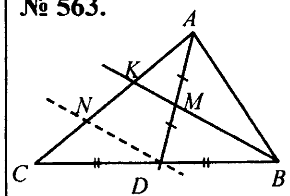


Рис. 2

Дано: ΔABC, AD – медиана, $M \in AD$, $BM \cap AC = K$.

Найти: $\dfrac{AK}{KC}$ – ?

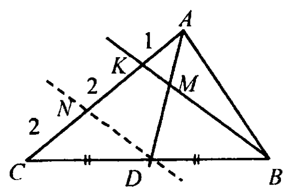
Решение:

а) Если M – середина AD (дополнительное построение $ND \parallel KB$):

1) Рассмотрим ΔAKM и ΔAND; $\angle A$ – общий, $\angle K = \angle N$ (как соответственные при $KB \parallel AD$ и секущей AN), следовательно, $\Delta AKM \sim \Delta AND$ (по двум углам), следовательно, $\dfrac{AK}{AN} = \dfrac{1}{2}$ (так как $AM = MD$ по условию).

2) Рассмотрим ΔCND и ΔCKB; $\angle C$ – общий, $\angle D = \angle B$ (как соответственные при $ND \parallel KB$ и секущей DB), следовательно, $\Delta CND \sim \Delta CKB$ (по двум углам), следовательно, $\dfrac{CN}{CK} = \dfrac{1}{2}$ (так как $CD = DB$ по условию).

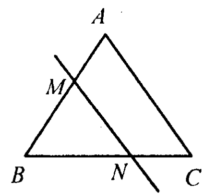
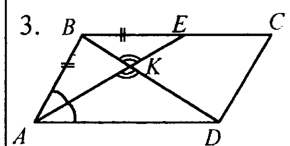
3) $\dfrac{AK}{AN} = \dfrac{1}{2}$; $\dfrac{CN}{CK} = \dfrac{1}{2}$, следовательно, $AK = NK = CN$, а значит $\dfrac{AK}{KC} = \dfrac{1}{2}$, что и требовалось доказать.



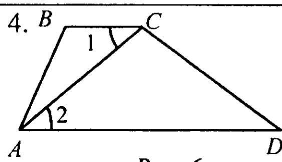
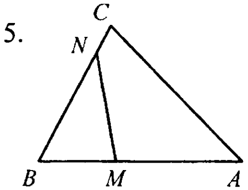
б) Если $\dfrac{AM}{MD} = \dfrac{1}{2}$, рассуждая аналогично пункту (а), имеем:

1) $\Delta AKM \sim \Delta AND$ (по двум углам), следовательно, $\dfrac{AK}{AN} = \dfrac{1}{3}$.

Рис. 3

1	2	
	2) $\Delta NCD \sim \Delta CKB$ (по двум углам), следовательно, $\dfrac{CN}{CK} = \dfrac{1}{2}$. 3) $\dfrac{AK}{AN} = \dfrac{1}{3}$, то есть $AK : KN = 1 : 2$; $\dfrac{CN}{CK} = \dfrac{1}{2}$, то есть $CN = NK = 2$. Значит, $\dfrac{AK}{KC} = \dfrac{1}{4}$, что и требовалось доказать	
	II этап. Решение задач	
Цель деятельности	Деятельность учителя	Деятельность учащихся
Совершенствовать навыки решения задач на применение признаков подобия треугольников; подготовить учащихся к контрольной работе	(Г) Класс делится на группы по 3–4 человека. Учитель при необходимости оказывает консультативную помощь. Задачи: 1. В прямоугольном треугольнике ABC $\angle A = 40°$, $\angle B = 90°$, а в треугольнике MNK углы M, N, K относятся как $5 : 9 : 4$. $AB = 3$ см, $KN = 9$ см. *Найти:* а) $BC : KM$; б) $S_{ABC} : S_{MNK}$; в) $P_{ABC} : P_{MNK}$.	*Краткое решение задач:* 1. $\angle M : \angle N : \angle K = 5 : 9 : 4$, $\angle M + \angle N + \angle K = 180° \Rightarrow$ $\Rightarrow \angle M = 50°$, $\angle K = 90°$, $\angle N = 40° \Rightarrow \angle A = \angle N = 40°$, $\angle B = \angle K = 90° \Rightarrow \Delta ABC \sim \Delta NKM$ по двум углам $\Rightarrow AB : NK = BC : KM = AC : NM$. а) Так как $AB : NK = 3 : 9 = 1 : 3$, то $BC : KM = 1 : 3$. б) $S_{ABC} : S_{MNK} = (AB : NK)^2 = 1 : 9$. в) $P_{ABC} : P_{MNK} = AB : NK = 1 : 3$. Ответ: а) 1 : 3; б) 1 : 9; в) 1 : 3.
	2.  *Рис. 4* *Дано:* $MN \parallel AC$, $S_{ABC} : S_{BMN} = 49 : 25$, $MN = 20$ см. *Найти:* AC.	2. $\Delta ABC \sim \Delta BMN$ по двум углам ($\angle B$ – общий, $\angle BAC = \angle BMN$). $S_{ABC} : S_{MNK} = 49 : 25 = k^2$, $\Rightarrow k = \dfrac{7}{5} \Rightarrow AB : MB = BC : BN = AC : MN = \dfrac{7}{5} \Rightarrow$ AC = 28 см. Ответ: 28 см.
	3. В параллелограмме $ABCD$ AE – биссектриса угла A. Стороны параллелограмма AB и BC относятся как $4 : 9$. AE пересекает диагональ BD в точке K. Найти отношение $BK : KD$.	3.  *Рис. 5* Биссектриса $\angle A$ параллелограмма $ABCD$ отсекает от него равнобедренный треугольник ABE, следовательно, $AB = BE$. Так как $AB : BC = 4 : 9$, то BE : BC = 4 : 9. $BE : AD = 4 : 9$ ($BC = AD$, как противолежащие стороны параллелограмма). $\Delta AKD \sim \Delta EKB$ по двум углам ($\angle BKE = \angle AKD$, $\angle BEK = \angle KAD$), тогда $BK : KD = BE : AD = 4 : 9$. Ответ: 4 : 9.

Окончание табл.

1	2	3
	4. В трапеции $ABCD$ основания BC и AD равны 2 см и 8 см, а диагональ AC равна 4 см. В каком отношении делит диагональ AC площадь трапеции? 5. Прямая MN пересекает стороны AB и BC треугольника ABC в точках M и N соответственно так, что $BC = 2MB$, $AB = 2NB$, $MB : NB = 3 : 5$. Найти: а) $P_{ABC} : P_{NBM}$; б) $S_{ABC} : S_{NBM}$; в) $MN : AC$	4.  *Рис. 6* $\Delta ABC \sim \Delta DCA$ по двум пропорциональным сторонам и углу между ними ($BC : AC = AC : AD = 1 : 2$; $\angle 1 = \angle 2$), отсюда $S_{ABC} : S_{ADC} = (BC : AC)^2 = \frac{1}{4}$. Ответ: 1 : 4. 5.  *Рис. 7* $MB : NB = 3 : 5 \Rightarrow BM = 3x$, $NB = 5x$; $AB = 2NB \Rightarrow AB = 10x$. $BM : BC = 3x : 6x = 1 : 2$ $BN : BA = 5x : 10x = 1 : 2$ $\angle MBN = \angle CBA$, таким образом, $\Delta ABC \sim \Delta NBM$. а) $P_{BMN} : P_{ABC} = 1 : 2$ б) $S_{ABC} : S_{NBM} = (2 : 1)^2 = 4$ в) $MN : AC = 1 : 2$ Ответ: а) 1 : 2; б) 4 : 1; в) 1 : 2

III этап. Итоги урока. Рефлексия

Деятельность учителя	Деятельность учащихся
(Ф/И) – Оцените свою работу и работу группы. – Какая задача оказалась для вас трудной и почему?	(И) Домашнее задание: решить задачи. 1. Высота CD прямоугольного треугольника ABC делит гипотенузу AB на части $AD = 16$ см и $BD = 9$ см. Докажите, что $\Delta ACD \sim \Delta CBD$, и найдите высоту CD. 2. Точки M и N лежат на сторонах AC и BC треугольника ABC соответственно, $AC = 16$ см, $BC = 12$ см, $CM = 12$ см, $CN = 9$ см. Докажите, что $MN \parallel BC$

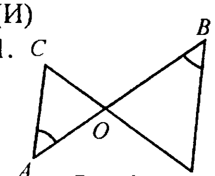
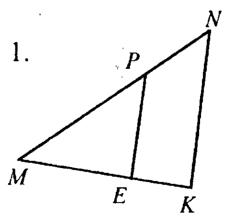
Урок 36. Тема: КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 3

Цель деятельности учителя	Создать условия для проверки знаний, умений и навыков учащихся по усвоению и применению изученного материала
Термины и понятия	Пропорциональные отрезки, отношение, пропорции, сходственные стороны, коэффициент подобия

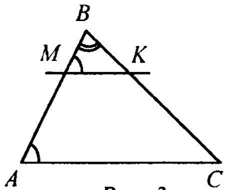
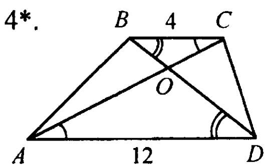
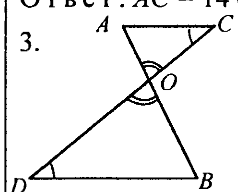
Продолжение табл.

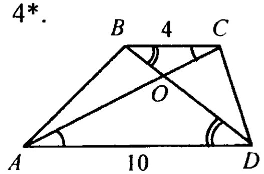
Планируемые результаты	
Предметные умения	**Универсальные учебные действия**
Умеют демонстрировать знание основных понятий, применять полученные знания для решения основных и качественных задач, контролировать процесс и результат учебной математической деятельности	*Познавательные:* проводят сравнение, сериацию и классификацию по заданным критериям. *Регулятивные:* вносят необходимые коррективы в действие после его завершения на основе его учета характера сделанных ошибок; осуществляют самоанализ и самоконтроль. *Коммуникативные:* учитывают разные мнения и стремятся к координации различных позиций в сотрудничестве. *Личностные:* понимают важность и необходимость знаний для человека

Организация пространства	
Формы работы	Индивидуальная (И)
Образовательные ресурсы	• Учебник. • Задания для индивидуальной работы

I этап. Выполнение контрольной работы	
Цель деятельности	Задания для контрольной работы
1	2
Проверить знания, умения и навыки по изученному материалу	(И) **Вариант I** 1.  *Рис. 1* *Дано:* $\angle A = \angle B$, $CO = 4$, $DO = 6$, $AO = 5$. *Найти:* а) OB; б) $AC : BD$; в) $S_{AOC} : S_{BOD}$. 2. В треугольнике ABC $AB = 4$ см, $BC = 1$ см, $AC = 6$ см, а в треугольнике MNK $MK = 8$ см, $MN = 12$ см, $KN = 14$ см. Найдите углы треугольника MNK, если $\angle A = 80°$, $\angle B = 60°$. 3. Прямая пересекает стороны треугольника ABC в точках M и K соответственно так, что $MK \parallel AC$, $BM : AM = 1 : 4$. Найдите периметр треугольника BMK, если периметр треугольника ABC равен 25 см. 4*. В трапеции $ABCD$ (AD и BC – основания) диагонали пересекаются в точке O, $AD = 12$ см, $BC = 4$ см. Найдите площадь треугольника BOC, если площадь треугольника AOD равна 45 см^2. **Вариант II** 1.  *Рис. 2* *Дано:* $PE \parallel NK$, $MP = 8$, $MN = 12$, $ME = 6$. *Найти:* а) MK; б) $PE : NK$; в) $S_{MEP} : S_{MKN}$. 2. В ΔABC $AB = 12$ см, $BC = 18$ см, $\angle B = 70°$, а в ΔMNK $MN = 6$ см, $NK = 9$ см, $\angle N = 70°$. Найдите сторону AC и угол C треугольника ABC, если $MK = 7$ см, $\angle K = 60°$.

Продолжение табл.

1	2
	3. Отрезки AB и CD пересекаются в точке O так, что $\angle ACO = \angle BDO$, $AO : OB = 2 : 3$. Найдите периметр треугольника ACO, если периметр треугольника BOD равен 21 см. 4*. В трапеции $ABCD$ (AD и BC – основания) диагонали пересекаются в точке O, $S_{AOD} = 32$ см^2, $S_{BOC} = 8$ см^2. Найдите меньшее основание трапеции, если большее из них равно 10 см. **Решение заданий контрольной работы** **Вариант I** 1. $\Delta AOC \sim \Delta BOD$ по двум углам. $AO : BO = CO : DO \Rightarrow OB = 7{,}5$. $AC : BD = 2 : 3$. $S_{AOC} : S_{BOD} = 4 : 9$. Ответ: а) 7,5; б) 2 : 3; в) 4 : 9. 2. $AB : MK = 1 : 2$, $BC : KN = 1 : 2$, $AC : MN = 1 : 2$. $\Delta ABC \sim \Delta MKN$. $\angle M = \angle A = 80°$, $\angle K = \angle B = 60°$. $\angle N = 180° - (\angle M + \angle K) = 40°$. Ответ: 80°, 60°, 40°. 3. *Рис. 3* а) $\Delta BMK \sim \Delta BAC$ по двум углам $\Rightarrow BM : BA = MK : AC = BK : BC = \frac{1}{5}$. б) $P_{BMK} : P_{ABC} = 1 : 5$, значит, $P_{BMK} = 5$ см. Ответ: 5 см. 4*. *Рис. 4* а) $\Delta BOC \sim \Delta DOA$. б) $BO : DO = OC : OA = BC : DA = 4 : 12 = 1 : 3 = k$. в) $S_{BOC} : S_{DOA} = k^2 = \frac{1}{9}$, значит, $S_{BOC} = 5$ см^2. Ответ: 5 см^2. **Вариант II** 1. $\Delta MPE \sim \Delta MNK$ по двум углам. $MP : MN = ME : MK \Rightarrow MK = 9$. $PE : NK = 2 : 3$. $S_{MPE} : S_{MKN} = 4 : 9$. Ответ: а) 9; б) 2 : 3; в) 4 : 9. 2. $AB : MN = 2$, $BC : NK = 2$, $\angle B = \angle N \Rightarrow \Delta ABC \sim \Delta MNK$. $AC : MK = 2 \Rightarrow AC = 14$ см, $\angle C = \angle K = 60°$. Ответ: $AC = 14$ см, $\angle C = 60°$. 3. *Рис. 5* а) $\Delta ACO \sim \Delta BDO$ по двум углам $\Rightarrow AC : BD = CO : DO = AO : BO = 2 : 3$. б) $P_{ACO} : P_{ADO} = 2 : 3 \Rightarrow P_{ACO} = 14$ см. Ответ: 14 см.

1	2
	4*.  *Рис. 6* а) $\Delta BOC \sim \Delta DOA$. б) $S_{BOC} : S_{DOA} = 8 : 32 = \frac{1}{4} = k^2$, $k = 0{,}5$. в) $BC : AD = k = 0{,}5$, значит, $BC = 5$ см. Ответ: 5 см

II этап. Итоги урока	
Деятельность учителя	Деятельность учащихся
	(И) Домашнее задание: повторить § 2 главы VII и теорему Фалеса

Урок 37. Тема: СРЕДНЯЯ ЛИНИЯ ТРЕУГОЛЬНИКА

Цель деятельности учителя	Создать условия для доказательства теоремы о средней линии треугольника и свойства медиан треугольника; для применения этих свойств в процессе решения задач
Термины и понятия	Пропорциональные отрезки, отношение, пропорции, сходственные стороны, коэффициент подобия, средняя линия треугольника

Планируемые результаты	
Предметные умения	**Универсальные учебные действия**
Владеют базовым понятийным аппаратом по основным разделам содержания	*Познавательные:* понимают и используют математические средства наглядности для иллюстрации, интерпретации, аргументации; устанавливают причинно-следственные связи, строят логическое рассуждение, делают умозаключения и выводы. *Регулятивные:* принимают и сохраняют цели и задачи учебной деятельности. *Коммуникативные:* учитывают разные мнения и стремятся к координации различных позиций в сотрудничестве; умеют ясно, точно, грамотно излагать свои мысли в устной и письменной речи. *Личностные:* проявляют познавательные интерес к изучению предмета

Организация пространства	
Формы работы	Фронтальная (Ф); индивидуальная (И); групповая (Г)
Образовательные ресурсы	• Учебник. • Задания для индивидуальной и групповой работы

I этап. Активизация знаний учащихся	
Цель деятельности	Совместная деятельность
Выявить трудности, возникшие при решении задач в контрольной работе	(Ф/И) 1. Сообщить результаты выполненной работы. 2. Обсудить решения задач, с которыми не справились большинство учащихся. 3. Предложить выполнить работу над ошибками самостоятельно дома

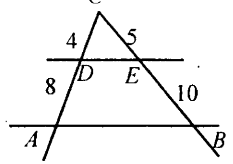
<table>
<tr><th colspan="2">II этап. Мотивация к деятельности</th></tr>
<tr><td>Цель деятельности</td><td>Постановка учебной задачи</td></tr>
<tr><td>Подготовить учащихся к введению понятия средняя линия треугольника</td><td>(Ф/И)
Повторить теоретический материал в процессе решения задач по готовым чертежам.
1. 

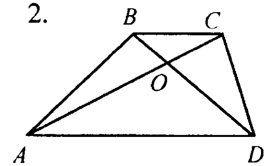
Рис. 1
$CD = 4$, $AD = 8$, $CE = 5$, $BE = 10$.
Доказать: а) $\Delta CDE \sim \Delta CAB$;
б) $AB \parallel DE$.
2. 

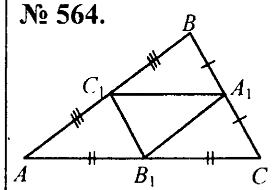
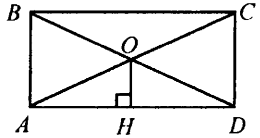
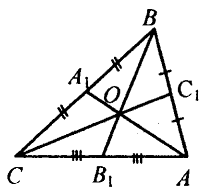
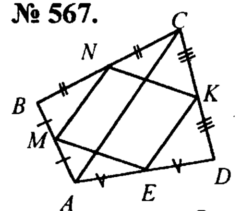
Рис. 2
$ABCD$ – трапеция.
Доказать: а) $BO : OD = CO : OA$;
б) $DO : BO = 2$, если $BC = \frac{AD}{2}$</td></tr>
<tr><th colspan="2">III этап. Учебно-познавательная деятельность</th></tr>
<tr><th colspan="2">Изучение нового материала</th></tr>
<tr><td>Цель деятельности</td><td>Совместная деятельность</td></tr>
<tr><td>1</td><td>2</td></tr>
<tr><td>Ввести понятие средней линии трапеции и доказать теорему о средней линии трапеции</td><td>(Ф/И) 1. Определение средней линии треугольника.
Определение. Отрезок, соединяющий середины двух сторон треугольника, называется средней линией треугольника.
На доске и в тетрадях рисунок из учебника на с. 145 и запись: «Если $AM = MB$ и $CN = NB$, то MN – средняя линия ΔABC».
(Г) 2. Творческое задание.
Работа осуществляется в группах с последующим обсуждением решения.
– Исследуйте, какими свойствами обладает средняя линия треугольника.
3. Оформление теоремы о средней линии треугольника с доказательством на доске и в тетрадях.
4. Решение задач № 564, 565 *(устно, рисунки на доске выполнены заранее)*.
№ 564.


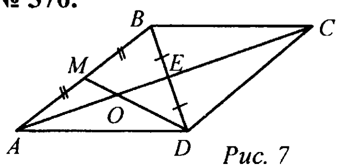
Рис. 3
Дано: ΔABC, $AB = 8$ см, $BC = 5$ см, $AC = 7$ см; $A_1 \in BC$, $B_1 \in AC$, $C_1 \in AB$; A_1, B_1, C_1 – середины сторон ΔABC.
Найти: $P_{AB_1C_1}$.
Решение:
1) A_1B_1, B_1C_1, A_1C_1 – средние линии ΔABC, значит, $A_1C_1 = \frac{1}{2}AC = 3{,}5$ см; $B_1C_1 = \frac{1}{2}BC = 2{,}5$ см; $A_1B_1 = \frac{1}{2}AB = 4$ см.
2) $P_{A_1B_1C_1} = A_1B_1 + B_1C_1 + A_1C_1 = 3{,}5 + 2{,}5 + 4 = 10$ (см)</td></tr>
</table>

1	2
	№ 565.  *Рис. 4* *Дано:* $ABCD$ – прямоугольник, $AC \cap BD = O$, $OH \perp AD$, $OH = 2{,}5$ см. *Найти:* AB. *Решение:* 1) Рассмотрим ΔAOH и ΔACD: $\angle A$ – общий, $\angle H = \angle D = 90°$, следовательно, $\Delta AOH \sim \Delta ACD$, следовательно, $\frac{AO}{OC} = \frac{OH}{CD}$. Так как O – середина AC, то $AO = \frac{1}{2}AC$, значит, $\frac{OH}{CD} = \frac{1}{2}$. 2OH = CD; $2 \cdot 2{,}5 = CD$; $CD = 5$ см. (Г) 5. Творческое задание. Задача № 1, с. 146 (учащиеся работают в группах по 3–4 человека). Доказать, что медианы треугольника пересекаются в одной точке, которая делит каждую медиану в отношении 2 : 1, считая от вершины. 6. Решение задачи с целью закрепления свойства медиан треугольника *(устно)*.  *Рис. 5* В треугольнике ABC медианы AA_1, BB_1 и CC_1, равные соответственно 6 см, 9 см и 12 см, пересекаются в точке O. *Найти:* $AO + OB + CO$

IV этап. Решение задач

Цель деятельности	Деятельность учителя	Деятельность учащихся
1	2	3
Совершенствовать навыки решения задач на применение знаний о подобных треугольниках	(Ф/И) Решить на доске и в тетради № 567 и 570	**№ 567.**  *Рис. 6* *Дано:* $ABCD$ – четырехугольник, M, N, K, E – середины сторон. *Доказать:* $MNKE$ – параллелограмм. *Доказательство:* 1) Рассмотрим ΔABC и ΔMBN: $\angle B$ – общий, $\frac{BM}{AB} = \frac{BN}{BC} = \frac{1}{2}$ (по условию), следовательно, $\Delta ABC \sim \Delta MBN$ (по двум сторонам и углу между ними),

Окончание табл.

1	2	3
		следовательно, $MN = \frac{1}{2}AC$ и $MN \perp AC$. 2) Рассмотрим ΔABC. KE – средняя линия ΔADC (по определению), значит, $KE = \frac{1}{2}AO$ и $KE \parallel AC$. 3) В ы в о д : $MN = KE = \frac{1}{2}AC$. $KE \parallel MN \parallel AC \Rightarrow MNKE$ – параллелограмм по признаку, что и требовалось доказать. **№ 570.**  *Рис. 7* *Дано:* $ABCD$ – параллелограмм, $AC = 18$ см, $M \in AB$, $AM = MB$, $MD \cap AC = O$. *Найти:* AO, OC. *Решение:* 1) Рассмотрим ΔABD. DM, AE – медианы и $AE \cap$ DM $= O$, по свойству медиан $AO : OE = 2 : 1$. 2) Так как (свойство диагонали параллелограмма) $AE = 9$ см, тогда $AO = 6$ см, $OE = 3$ см, отсюда $OC = OE + EC = 3 + 9 = 12$ см. О т в е т : 6 см, 12 см.

V этап. Итоги урока. Рефлексия	
Деятельность учителя	Деятельность учащихся
(Ф/И) – Составьте синквейн к уроку. – Оцените свою работу	(И) Домашнее задание: вопросы 8, 9, с. 159; № 565, 566, 571

У р о к 38. Тема: СРЕДНЯЯ ЛИНИЯ ТРЕУГОЛЬНИКА

Цель деятельности учителя	Создать условия для совершенствования навыков решения задач на применение теоремы о средней линии треугольника и свойства медиан треугольника
Термины и понятия	Пропорциональные отрезки, отношение, пропорции, сходственные стороны, средняя линия треугольника, медианы треугольника

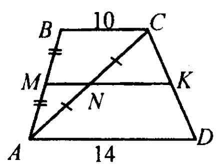
Планируемые результаты	
Предметные умения	**Универсальные учебные действия**
Владеют базовым понятийным аппаратом по основным разделам содержания	*Познавательные:* понимают и используют математические средства наглядности для иллюстрации, интерпретации, аргументации; устанавливают причинно-следственные связи, строят логическое рассуждение, делают умозаключения и выводы. *Регулятивные:* принимают и сохраняют цели и задачи учебной деятельности. *Коммуникативные:* учитывают разные мнения и стремятся к координации различных позиций в сотрудничестве; умеют ясно, точно, грамотно излагать свои мысли в устной и письменной речи. *Личностные:* проявляют познавательный интерес к изучению предмета

Организация пространства	
Формы работы	Фронтальная (Ф); индивидуальная (И)
Образовательные ресурсы	• Учебник. • Задания для индивидуальной работы

I этап. Активизация знаний учащихся	
Цель деятельности	Совместная деятельность
Проверить правильность выполнения домашнего задания и уровень теоретических знаний	(Ф/И) 1. Проверить домашнее задание. К доске вызываются трое учеников для решения домашнего задания. 2. Самостоятельная работа на 5 минут с самопроверкой *(см. Ресурсный материал)*

II этап. Решение задач	
Цель деятельности	Задания для самостоятельной работы
1	2
Совершенствовать навыки решения задач на применение средней линии треугольника	(И) 1. Решить задачи письменно с последующей проверкой по готовым ответам (15 минут).

1)

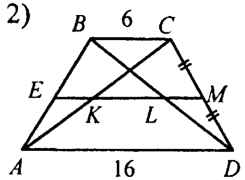


Найти: MK.

Рис. 1

Ответ: $MK = 12$.

2)

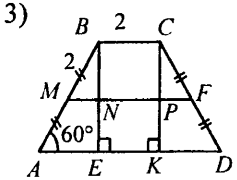


Найти: KL.

Рис. 2

Ответ: $KL = 5$.

3)

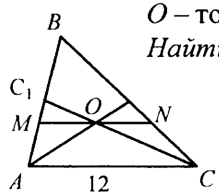
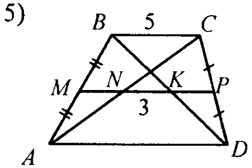
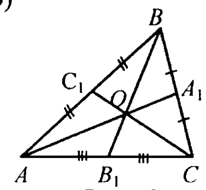


Найти: MF.

Рис. 3

Ответ: $MF = 4$.

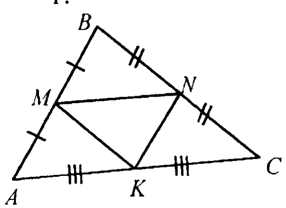
Окончание табл.

1	2
	4)  *O* – точка пересечения медиан, $MN \parallel AC$. *Найти:* MN. *Рис. 4* Ответ: $MN = 8$. 5)  *Найти:* AD. *Рис. 5* Ответ: $AD = 11$. 6)  $S_{ABC} = 369$ см^2. *Найти:* а) S_{ABB_1}; б) S_{AOC}; в) S_{AOB_1}. *Рис. 6* Ответ: а) $S_{ABB_1} = 15$ см^2; б) $S_{AOC} = 12$ см^2; в) $S_{AOB_1} = 6$ см^2. (Ф) 2. Решить у доски и в тетрадях № 568 (а), 617

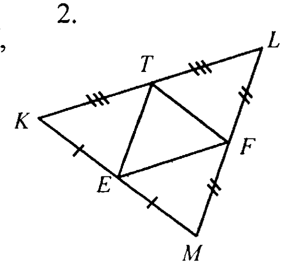
III этап. Итоги урока. Рефлексия	
Деятельность учителя	Деятельность учащихся
(Ф/И) – Оцените свою работу. – Что получилось на уроке, что вызвало затруднения? Почему?	(И) Домашнее задание: решить № 568 (б), 618

Ресурсный материал

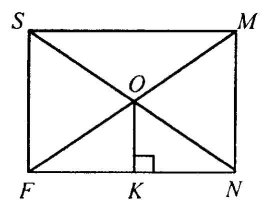
Самостоятельная работа

1. 

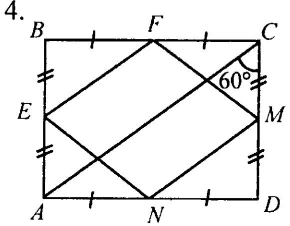
Дано: ΔABC,
$AB = 16$,
$BC = 18$,
$AC = 20$.
$P_{\Delta MNK}$ – ?

2. 

Дано: ΔKLM,
$P_{\Delta KLM} = 24$.
$P_{\Delta EFT}$ – ?

3. 

Дано: $FSMN$ – прямоугольник,
$OK = 24$.
SF – ?

4. 

Дано: $ABCD$ – прямоугольник,
$CD = 30$.
P_{EFMN} – ?

Ответы: 1. $P_{\Delta MNK} = 27$; 2. $P_{\Delta ETF} = 12$; 3. $SF = 48$; 4. $P_{EFMN} = 120$.

Урок 39. Тема: ПРОПОРЦИОНАЛЬНЫЕ ОТРЕЗКИ В ПРЯМОУГОЛЬНОМ ТРЕУГОЛЬНИКЕ

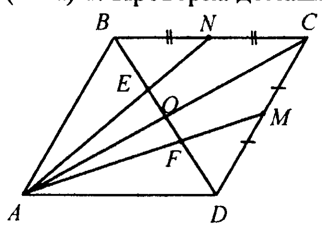
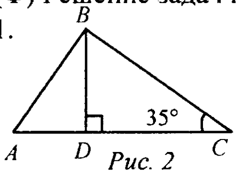
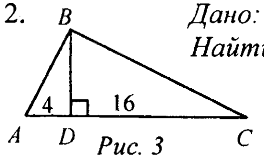
<table>
<tr><td>Цель деятельности учителя</td><td colspan="2">Создать условия для рассмотрения задачи о пропорциональных отрезках в прямоугольном треугольнике</td></tr>
<tr><td>Термины и понятия</td><td colspan="2">Пропорциональные отрезки, отношение, пропорции, среднее пропорциональное</td></tr>
<tr><td colspan="3">Планируемые результаты</td></tr>
<tr><td colspan="2">Предметные умения</td><td>Универсальные учебные действия</td></tr>
<tr><td colspan="2">Владеют базовым понятийным аппаратом по основным разделам содержания</td><td>Познавательные: понимают и используют математические средства наглядности для иллюстрации, интерпретации, аргументации; устанавливают причинно-следственные связи, строят логическое рассуждение, делают умозаключения и выводы.
Регулятивные: принимают и сохраняют цели и задачи учебной деятельности.
Коммуникативные: учитывают разные мнения и стремятся к координации различных позиций в сотрудничестве; умеют ясно, точно, грамотно излагать свои мысли в устной и письменной речи.
Личностные: проявляют познавательный интерес к изучению предмета</td></tr>
<tr><td colspan="3">Организация пространства</td></tr>
<tr><td>Формы работы</td><td colspan="2">Фронтальная (Ф); индивидуальная (И); групповая (Г)</td></tr>
<tr><td>Образовательные ресурсы</td><td colspan="2">• Учебник.
• Задания для фронтальной работы</td></tr>
<tr><td colspan="3">I этап. Активизация знаний учащихся</td></tr>
<tr><td>Цель деятельности</td><td colspan="2">Совместная деятельность</td></tr>
<tr><td>Выявить трудности при выполнении домашнего задания; проверить умение применять изученный материал при решении простейших задач</td><td colspan="2">(Ф/И) 1. Проверка домашнего задания. Один из учеников у доски показывает решение № 618.


Рис. 1
Дано: $ABCD$ – параллелограмм, $M \in CD$, $CM = MD$; $N \in BC$, $BN = NC$; $AN \cap BD = E$, $AM \cap BD = F$.
Доказать: $BE = EF = DF$.
Доказательство:
1) Рассмотрим ΔABC. AN, BO – медианы, по свойству медиан $BE : EO = 2 : 1$.
2) Аналогично в ACD: $DF : FO = 2 : 1$.
3) Так как в параллелограмме $ABCD$ диагонали точкой пересечения делятся пополам, то $BO = OD$.
$BE + EO = FO + FD$, то есть $BE = EF = DF$.
$2x = 1x + 1x = 2x$, что и требовалось доказать.
(И) 2. Самостоятельная работа.
Вариант I
Площадь ромба 48 см^2. Найдите площадь четырехугольника, вершинами которого являются середины сторон данного ромба.
Вариант II
Площадь прямоугольника равна 36 см^2. Найдите площадь четырехугольника, вершинами которого являются середины сторон данного прямоугольника</td></tr>
</table>

Продолжение табл.

II этап. Мотивация к деятельности

Цель деятельности	Постановка учебной задачи
При решении задач по готовым чертежам подготовить учащихся к восприятию новой темы	(Ф) Решение задач по готовым чертежам с целью подготовки учащихся к восприятию нового материала. 1.  *Рис. 2* *Дано:* $\angle B = 90°$, $\angle C = 35°$. *Доказать:* а) $\Delta ABD \sim \Delta BCD$; б) $\Delta ABD \sim \Delta ACB$. 2.  *Рис. 3* *Дано:* $\angle B = 90°$. *Найти:* BD.

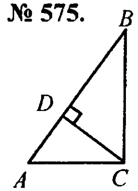
III этап. Изучение нового материала

Цель деятельности	Совместная деятельность
Ввести понятие среднего геометрического двух отрезков, отработать решение задач, помочь в построении доказательства	1. Среднее геометрическое двух отрезков. Ввести понятие среднего пропорционального (среднего геометрического) двух отрезков. ***Определение.*** Отрезок XY называется средним пропорциональным (средним геометрическим) для отрезков AB и CD, если $XY = \sqrt{AB \cdot CD}$. 2. Решение задач *(устно)*. 1. Найти длину среднего пропорционального отрезков MN и KP, если $MN = 9$ см, $KP = 16$ см. 2. Среднее пропорциональное отрезков AB и CD равно 10, а разность их длин равна 21. Найти длины отрезков AB и CD. (Г) 3. Творческое задание. *(Класс разбить на группы.)* Задача № 2 (с. 146–147, п. 65 учебника), утверждения 1° и 2° (с. 147, п. 65). 1-я группа: Доказать, что высота прямоугольного треугольника, проведенная из вершины прямого угла, разделяет треугольник на два подобных прямоугольных треугольника, каждый из которых подобен данному треугольнику. 2-я группа: Доказать, что катет прямоугольного треугольника есть среднее пропорциональное для гипотенузы и отрезка гипотенузы, заключенного между катетом и высотой, проведенной из вершины прямого угла. *(Данные задачи желательно дать группам на отдельных карточках для обеспечения максимально самостоятельного подхода к решению задач.)*

IV этап. Закрепление изученного материала

Цель деятельности	Деятельность учителя	Деятельность учащихся
1	2	3
Закрепить полученные знания	(Ф/И). 1. Решить у доски и в тетрадях № 572 (а, в). 2. Решить № 573 *(устно)*. 3. Решить № 575	**№ 572 (а, в).** а) $h = \sqrt{b_c \cdot a_c} = \sqrt{25 \cdot 16} = 5 \cdot 4 = 20$ $c = a_c + b_c = 25 + 16 = 41$ $a = \sqrt{c \cdot a_c} = \sqrt{41 \cdot 16} = 4\sqrt{41}$ $b = \sqrt{c \cdot b_c} = \sqrt{41 \cdot 25} = 5\sqrt{41}$ в) $b = \sqrt{c \cdot b_c}$; $b^2 = c \cdot b_c$, $144 = c \cdot 6$, $c = 24$. $c^2 = a^2 + b^2$; $576 = a^2 + 144$; $a^2 = 432$; $a = 12\sqrt{3}$. $a = \sqrt{c \cdot a_c}$; $a^2 = c \cdot a_c$; $432 = 24 \cdot a_c$; $a_c = 18$.

Окончание табл.

1	2	3
		№ 575.  *Дано:* ΔABC, $\angle C = 90°$, $AC : BC = 3 : 4$, $AB = 50$ мм, $CD \perp AB$. *Найти:* AD, BD. *Решение:* 1) $AC^2 + BC^2 = AB^2$; $(3x)^2 + (4x)^2 = 2500$ $25x^2 = 2500$; $x^2 = 100$; $x = 10$; $AC = 30$ мм, $BC = 40$ мм 2) $AD = \dfrac{AC^2}{AB}$, $AD = \dfrac{900}{50} = 18$ $BD = \dfrac{BC^2}{AB}$, $BD = \dfrac{1600}{50} = 32$ Ответ: 18 мм; 32 мм

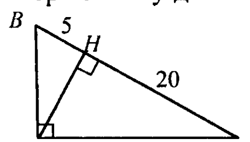
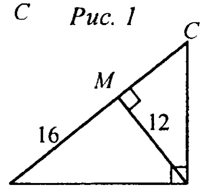
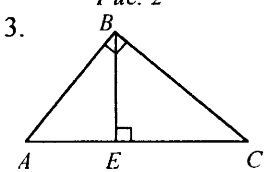
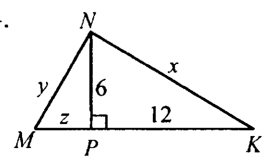
V этап. Итоги урока. Рефлексия	
Деятельность учителя	Деятельность учащихся
(Ф/И) – С какими понятиями познакомились на уроке? – Какой этап урока оказался для вас наиболее сложным? – Составьте синквейн к уроку	(И) Домашнее задание: решить № 572 (б), 574, 576

Урок 40. Тема: ПРОПОРЦИОНАЛЬНЫЕ ОТРЕЗКИ В ПРЯМОУГОЛЬНОМ ТРЕУГОЛЬНИКЕ

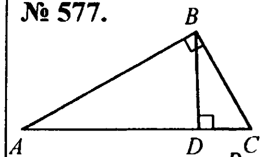
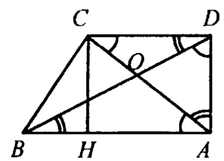
Цель деятельности учителя	Создать условия для совершенствования навыков решения задач на применение теории подобных треугольников
Термины и понятия	Пропорциональные отрезки, отношение, пропорции, среднее пропорциональное
Планируемые результаты	
Предметные умения	**Универсальные учебные действия**
Владеют навыками устных, письменных, инструментальных вычислений	*Познавательные:* умеют видеть математическую задачу в контексте проблемной ситуации. *Регулятивные:* умеют адекватно оценивать правильность или ошибочность выполнения учебной задачи. *Коммуникативные:* учитывают разные мнения и стремятся к координации различных позиций в сотрудничестве. *Личностные:* проявляют креативность мышления, инициативность, находчивость, активность при решении геометрических задач
Организация пространства	
Формы работы	Фронтальная (Ф); индивидуальная (И)
Образовательные ресурсы	• Учебник. • Задания для индивидуальной работы

Продолжение табл.

I этап. Активизация знаний учащихся	
Цель деятельности	Совместная деятельность
Выявить трудности при выполнении домашнего задания	(Ф/И) Проверка домашнего задания. 1. Вызвать троих учащихся для решения домашнего задания. 2. Подготовить доказательства следующих свойств прямоугольного треугольника: 1) Высота прямоугольного треугольника, проведенная к гипотенузе, делит его на два подобных треугольника, каждый из которых подобен данному. 2) Высота прямоугольного треугольника, проведенная из вершины прямого угла, есть среднее пропорциональное для отрезков, на которые делится гипотенуза этой высотой. 3) Катет прямоугольного треугольника есть среднее пропорциональное для гипотенузы и отрезка гипотенузы, заключенного между катетом и высотой, проведенной из вершины прямого угла

II этап. Решение по готовым чертежам		
Цель деятельности	Деятельность учителя	Деятельность учащихся
На простых задачах закрепить знания о пропорциональных отрезках	(И) Учащиеся решают задачи самостоятельно, затем проверяют их у доски. 1. *Найти: CH.*  *Рис. 1* 2. *Найти: MC.*  *Рис. 2* 3. *Найти: AB, BC.*  *Рис. 3* 4. *Найти: x; y; z*  *Рис. 4*	Ответы: 1. $CH = 10$. 2. $MC = 9$. 3. $AB = 5\sqrt{10}$, $BC = 5\sqrt{3}$. 4. $x = 6\sqrt{5}$, $y = 3\sqrt{5}$, $z = 3$

Продолжение табл.

III этап. Решение задач		
Цель деятельности	**Деятельность учителя**	**Деятельность учащихся**
Совершенствовать навыки решения задач	(Ф/И) Учащиеся решают у доски и в тетрадях № 577, 614	**№ 577.**  Рис. 5 *Дано:* ΔABC, $AB = 5$ см, $BC = 12$ см, $AC = 13$ мм, $BD \perp AC$. *Найти:* AD, CD. *Решение:* 1) Так как $5^2 + 12^2 = 13^2$, $25 + 144 = 169$, то ΔABC – прямоугольный и $\angle B = 90°$. 2) $CD = \frac{CB^2}{AC}$, $CD = \frac{144}{13}$, $CD = 11\frac{1}{13}$. $AD = \frac{AB^2}{AC}$, $AD = \frac{25}{13}$, $AD = 1\frac{12}{13}$. Ответ: $11\frac{1}{13}; 1\frac{12}{13}$. **№ 614.**  Рис. 6 *Дано:* $\Delta ABCD$ – трапеция, $\angle A = 90°$, $AC \perp BD$, $BD \cap CA = O$, $AB = 6$ см, $AD = 4$ см. *Найти:* DC, DB, CB. *Решение:* 1) По теореме Пифагора $BD^2 = AB^2 + AD^2$; $BD^2 = 36 + 16 = 52$; $BD = 2\sqrt{13}$ см. 2) Рассмотрим ΔADC и ΔBAD; $\angle D = \angle A = 90°$; $\angle C = \angle D$, следовательно, $\Delta ADC \sim \Delta BAD$ (по двум углам), следовательно, $\frac{AD}{BA} = \frac{DC}{AD} = \frac{AC}{BD}$; $\frac{4}{6} = \frac{DC}{4} = \frac{AC}{BD}$; $DC = \frac{16}{6} = 2\frac{2}{3}$. 3) $BH = 6 - 2\frac{2}{3} = 3\frac{1}{3}$. По теореме Пифагора $BC^2 = BH^2 + CH^2$; $BC^2 = 4^2 + \left(3\frac{1}{3}\right)^2$, $BC^2 = 16 + \frac{100}{9} = \frac{244}{9}$, следовательно, $BC = \frac{2}{3}\sqrt{61}$ см. Ответ: $2\sqrt{13}$ см; $2\frac{2}{3}$ см; $\frac{2}{3}\sqrt{61}$ см

Окончание табл.

IV этап. Итоги урока. Рефлексия	
Деятельность учителя	Деятельность учащихся
(Ф/И) – Подведите самостоятельно итоги урока. – Какие задачи вызвали у вас наибольшее затруднения? Почему?	(И) Домашнее задание: № 607, 623

Урок 41. Тема: ИЗМЕРИТЕЛЬНЫЕ РАБОТЫ НА МЕСТНОСТИ

Цель деятельности учителя	Создать условия для применения подобия треугольников в измерительных работах на местности	
Термины и понятия	Пропорциональные отрезки, отношение, пропорции, среднее пропорциональное	
Планируемые результаты		
Предметные умения		**Универсальные учебные действия**
Владеют навыками устных, письменных, инструментальных вычислений		*Познавательные:* умеют видеть математическую задачу в контексте проблемной ситуации в других дисциплинах, в окружающей жизни. *Регулятивные:* умеют адекватно оценивать правильность или ошибочность выполнения учебной задачи. *Коммуникативные:* учитывают разные мнения и стремятся к координации различных позиций в сотрудничестве. *Личностные:* проявляют креативность мышления, инициативность, находчивость, активность при решении геометрических задач
Организация пространства		
Формы работы	Фронтальная (Ф); индивидуальная (И)	
Образовательные ресурсы	• Учебник. • Задания для индивидуальной работы. • Исторические сведения	
I этап. Активизация знаний учащихся		
Цель деятельности	Задания для самостоятельной работы	
Проверить уровень сформированности знаний по изученной теме	(Ф/И) 1. Проверка домашнего задания. 2. Выполнение теста *(см. Ресурсный материал)*	
II этап. Изучение нового материала		
Цель деятельности	Деятельность учителя	Деятельность учащихся
1	2	3
Ознакомить учащихся с практическим применением подобия	(И) – Прочитайте самостоятельно текст «Определение расстояния до недоступной точки» на с. 151 учебника. – Используя задачу № 583 и рис. 204 (с. 155), составьте план	*Возможный план:* 1) На местности выбрать точку A и точку B_1 на берегу реки так, чтобы AB_1 было перпендикулярно берегу. B – точка на противоположном берегу.

Окончание табл.

1	2	3
	действий для определения ширины реки. – Решите задачу № 582. *Один из учащихся работает у доски, остальные в тетрадях*	2) На берегу реки выбрать точку C, отличную от B_1. 3) Измерить углы B_1AC и ACB. 4) На листе бумаги выполнить рисунок в некотором масштабе и провести прямую $B_1\,C_1$ параллельно B_1B. 5) Вычислить AB, а затем B_1B. $AB : AC = AB_1 : AC_1 \Rightarrow AB = AC \cdot AB_1 : AC$ и $B_1B = AB - AB_1$. **№ 582.** $\Delta A_1B_1C_1 \sim \Delta ABC$ (по построению). Тогда $\dfrac{AB}{A_1B_1} = \dfrac{AC}{A_1C_1} \Rightarrow$ $\Rightarrow AB = \dfrac{AC \cdot A_1B_1}{A_1C_1} = \dfrac{4200 \cdot 7{,}2}{6{,}3} = 48$ (м). Ответ: 48 м

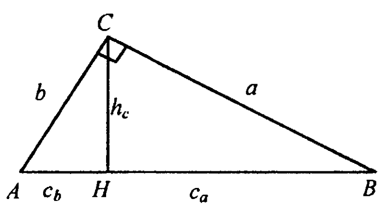
III этап. Исторические сведения	
Цель деятельности	Совместная деятельность
Ознакомить учащихся с историческими фактами о подобии, дошедшими до наших дней	(Ф) *(См. Ресурсный материал)*

IV этап. Итоги урока. Рефлексия	
Деятельность учителя	Деятельность учащихся
(Ф/И) – Какие факты вы для себя открыли? – Оцените свою работу на уроке	(И) Домашнее задание: № 580, 581; подготовить сообщение о применении подобия в быту

Ресурсный материал

Тест

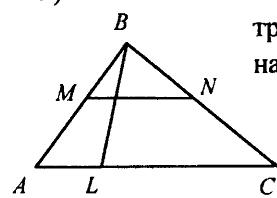
1) Выберите верное соотношение между элементами прямоугольного треугольника.



а) $a = \sqrt{b \cdot c}$; в) $a = \sqrt{c_b \cdot c}$;

б) $a = \sqrt{h \cdot c}$; г) $a = \sqrt{c_a \cdot c}$.

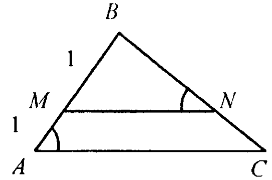
2) Сколько пар подобных треугольников изображено на рисунке?



а) 0; б) 1;

в) 2; г) 3.

3) Треугольники BMN и ABC, изображенные на рисунке:



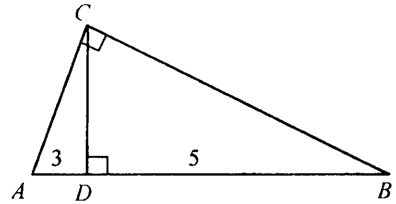
а) подобны по двум углам;

б) подобны по двум пропорциональным сторонам и углу между ними;

в) подобны по трем пропорциональным сторонам;

г) не подобны.

4) На рисунке в прямоугольном треугольнике ABC длина катета BC равна ________



Ответы: 1) г; 2) г; 3) б; 4) $CB = 2\sqrt{10}$.

Исторические сведения

• Уже в XVI в. нужды землемерия, строительства и военного дела привели к созданию рукописных руководств геометрического содержания. Первое дошедшее до нас сочинение такого рода носит название «О земном верстании, как землю верстать». Оно является частью «Книги сошного письма», написанной, как полагают, при Иване IV в 1556 г. Сохранившаяся копия относится к 1629 г. При разборе Оружейной Палаты в Москве в 1775 г. была обнаружена инструкция «Устав ратных, пушечных и других дел, касающихся до военной науки», изданная в 1607 и 1621 годах и содержащая некоторые геометрические сведения, которые сводятся к определенным приемам решения задач на нахождение расстояний.

• Для измерения расстояния от точки *Я* до точки *Б* *(см. рис. 1)* рекомендуется вбить в точке *Я* жезл примерно в рост человека. К верхнему концу жезла *Ц* прилагается вершина прямого угла угольника так, чтобы один из катетов (или его продолжение) проходил через точку *Б*. Отмечается точка *З* пересечения другого катета (или его продолжения) с землей. Тогда расстояние *БЯ* относится к длине жезла *ЦЯ* так, как длина жезла к расстоянию *ЯЗ*. Для удобства расчетов и измерений жезл был разделен на 1000 равных частей.

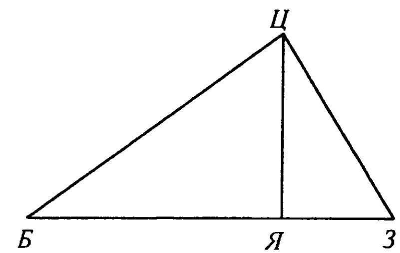


Рис. 1

• За шесть веков до нашей эры греческий мудрец Фалес Милетский вычислил высоту египетской пирамиды, измерив длину ее тени. Как это было, рассказывается в книге Я. И. Перельмана «Занимательная геометрия». Фалес, говорит предание, избрал день и час, когда длина собственной его тени равнялась его росту. В этот момент высота пирамиды должна также равняться длине отбрасываемой его тени. Вот, пожалуй, единственный случай, когда человек извлек пользу из своей тени.

ПРИТЧА

Усталый чужеземец пришел в страну Великого Хапи. Солнце уже садилось, когда он подошел к великолепному дворцу фараона. Он что-то сказал слугам. По мановению руки распахнулись перед ним двери и провели его в приемную залу. И вот он стоит в запыленном походном плаще, а перед ним на золоченом троне сидит фараон. Рядом стоят высокомерные жрецы, хранители великих тайн природы.

– Кто ты? – спросил верховный жрец.

– Зовут меня Фалес. Родом я из Милета.

Жрец надменно продолжал:

– Так это ты похвалялся, что сможешь измерить высоту пирамиды, не взбираясь на нее? – Жрецы согнулись от хохота.

– Будет хорошо, – насмешливо продолжал жрец, – если ты ошибешься не более чем на 100 локтей.

– Я могу измерить высоту пирамиды и ошибусь не более чем на пол-локтя. Я сделаю это завтра.

Лица жрецов потемнели. Какая наглость! Этот чужеземец утверждает, что может вычислить то, чего не могут они – жрецы великого Египта.

– Хорошо, – сказал фараон. – Около дворца стоит пирамида, мы знаем ее высоту. Завтра проверим твое искусство.

На следующий день Фалес нашел длинную палку, воткнул ее в землю чуть поодаль пирамиды. Дождался определенного момента. Провел некоторые измерения, сказал способ определения высоты пирамиды и назвал ее высоту.

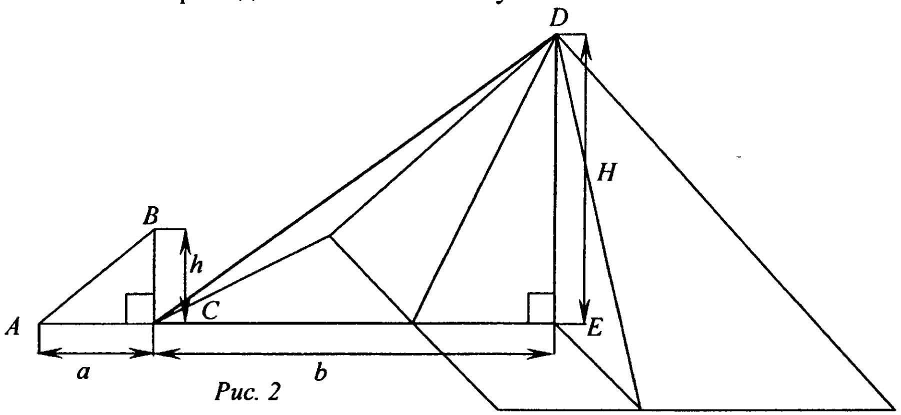


Рис. 2

Когда тень от палки будет той же длины, что и сама палка, то длина тени от центра основания пирамиды до ее вершины будет иметь ту же длину, что и сама пирамида. $CE = ED$, то есть $H = b$.

Преимущества: не требуются вычисления.

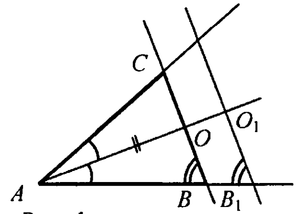
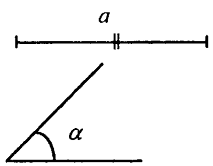
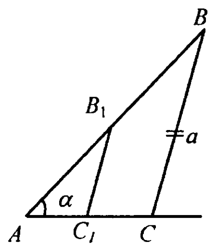
Недостатки: нельзя измерить высоту предмета при отсутствии солнца и, как следствие, тени.

Урок 42. Тема: ЗАДАЧИ НА ПОСТРОЕНИЕ МЕТОДОМ ПОДОБИЯ

Цель деятельности учителя	Создать условия для применения подобия треугольников в задачах на построение
Термины и понятия	Пропорциональные отрезки, отношение, пропорции, среднее пропорциональное
Планируемые результаты	
Предметные умения	**Универсальные учебные действия**
1	2
Владеют навыками устных, письменных, инструментальных вычислений	*Познавательные:* умеют видеть математическую задачу в контексте проблемной ситуации в других дисциплинах, в окружающей жизни.

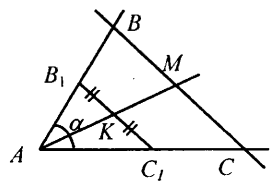
1	2
	Регулятивные: умеют адекватно оценивать правильность или ошибочность выполнения учебной задачи. *Коммуникативные:* учитывают разные мнения и стремятся к координации различных позиций в сотрудничестве. *Личностные:* проявляют креативность мышления, инициативность, находчивость, активность при решении геометрических задач
Организация пространства	
Формы работы	Фронтальная (Ф); индивидуальная (И)
Образовательные ресурсы	• Учебник. • Задания для индивидуальной работы
I этап. Активизация знаний учащихся	
Цель деятельности	Совместная деятельность
Выявить трудности, возникшие при выполнении домашнего задания	(Ф/И) 1. Проверка домашнего задания. Разобрать задачи, с которыми не справилось большинство учащихся. 2. Заслушать сообщения учащихся о подобии в жизни человека. 3. Решить задачи на построение: 1) Постройте медиану AM треугольника ABC. 2) Постройте биссектрису MA треугольника MNK. 3) Постройте высоту PK треугольника PST. 4) Постройте прямую, параллельную стороне AB треугольника ABC и проходящую через точку C
II этап. Решение задач на построение методом подобия	
Цель деятельности	Совместная деятельность
1	2
Научить решать задачи на построение методом подобия	(Ф/И) 1. Разобрать задачу № 584 (деление отрезка в данном отношении). Учащиеся самостоятельно читают решение задачи по учебнику, а затем один из наиболее подготовленных учеников решает ее у доски, остальные – в тетрадях. 2. Решить задачу № 585 (а) на доске и в тетрадях. Один из учащихся работает у доски, остальные – в тетрадях. **№ 585 (а).** План построения: 1) Построить луч AD и отложить на нем отрезки AK и KD так, чтобы $AK : KD = 2 : 5$ (например, $AK = 2$ см, $KD = 5$ см). 2) Провести прямую BD. 3) Провести прямую $K \parallel BD$ ($F \in AB$). $AF : FB = AK : KD = 2 : 5$. 3. Прочитать самостоятельно п. 66 (задачу 3). 4. Решить самостоятельно задачу № 586 с последующим обсуждением. Учащиеся решают задачу в тетрадях, затем один из них по желанию выходит к доске и комментирует свое решение.

Окончание табл.

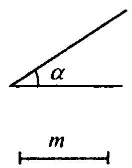
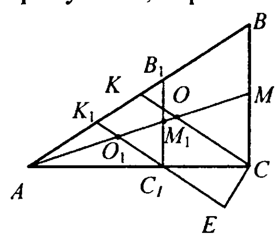
1	2
	П о с т р о е н и е: 1) Построить угол, равный данному ($\angle A$). 2) Построить биссектрису данного угла и отложить на ней отрезок (AO), равный биссектрисе данного треугольника. 3) Построить угол, равный второму углу, ($\angle B_1$) от произвольной точки на одной из сторон первого угла. 4) Через точку O провести прямую, параллельную O_1B_1 5) Прямая OB пересекается со второй стороной угла в точке C. ΔABC – искомый.  *Рис. 1* 5. Решить самостоятельно задачу № 589.  *Рис. 2* *Дано:* $\angle A = \alpha$, $BC = a$, $AB : AC = 2 : 1$ *(рис. а).* *Построить:* ΔABC. П о с т р о е н и е *(рис. б)*:  *Рис. 3* 1) Построить $\angle A = \alpha$. 2) Построить отрезки AC_1 и AB_1 на сторонах $\angle A$ так, что $AB_1 : AC_1 = 2 : 1$. 3) Откладываем отрезок $AB = \frac{a}{B_1C_1} \cdot AB_1$, $AC = \frac{a}{B_1C_1} \cdot AC_1$. 4) ΔABC – искомый

III этап. Итоги урока. Рефлексия	
Деятельность учителя	Деятельность учащихся
(Ф/И) – Что оказалось сложным для вас в этом уроке? – Что необходимо сделать, чтобы минимизировать трудности?	(И) Домашнее задание: № 585 (б, в), 587, 588, 590

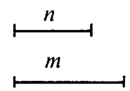
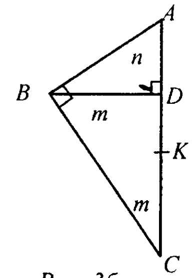
Урок 43. Тема: ЗАДАЧИ НА ПОСТРОЕНИЕ МЕТОДОМ ПОДОБИЯ

Цель деятельности учителя	Создать условия для применения подобия треугольников в задачах на построение
Термины и понятия	Пропорциональные отрезки, отношение, пропорции, среднее пропорциональное
Планируемые результаты	
Предметные умения	**Универсальные учебные действия**
Владеют навыками устных, письменных, инструментальных вычислений, построений	*Познавательные:* умеют видеть математическую задачу в контексте проблемной ситуации в других дисциплинах, в окружающей жизни. *Регулятивные:* умеют адекватно оценивать правильность или ошибочность решения учебной задачи. *Коммуникативные:* учитывают разные мнения и стремятся к координации различных позиций в сотрудничестве. *Личностные:* проявляют креативность мышления, инициативность, находчивость, активность при решении геометрических задач
Организация пространства	
Формы работы	Фронтальная (Ф); индивидуальная (И); групповая (Г)
Образовательные ресурсы	• Учебник. • Задания для групповой и индивидуальной работы
I этап. Активизация знаний учащихся	
Цель деятельности	Совместная деятельность
Выявить трудности в выполнении домашнего задания	(Ф/И) 1. Проверка домашнего задания. **№ 588.** *Дано:* $\angle A = \alpha$, $AM = a$ (медиана), $AB : AC = 2 : 3$ *(рис. 1а)*. *Построить:* ΔABC. Построение:  *Рис. 1а*  *Рис. 1б* Построение *(рис 1б)*: 1) $\angle A = \alpha$. 2) Построить на сторонах $\angle A$ отрезки AB_1 и AC_1 так, что $AB_1 : AC_1 = 2 : 3$ ($AB_1 = 2$ см, $AC_1 = 3$ см). 3) Отметить середину B_1C_1 – точку K. AK – медиана ΔAB_1C_1. 4) На луче AK отложить отрезок AM, равный a. 5) Через точку A провести прямую $BC \parallel B_1C_1$. ΔABC – искомый

Продолжение табл.

II этап. Решение задач	
Цель деятельности	Совместная деятельность
1	2
Совершенствовать навыки решения задач методом подобия	(Г) Каждую из задач учащиеся решают самостоятельно в группах, а затем идет обсуждение решения, выбор наиболее рационального способа. 1. Построить треугольник ABC по углу A, отношению сторон $AB : AC = 2 : 1$ и расстоянию от точки пересечения медиан до вершины C. *Дано:* $\angle A = \alpha$, O – точка пересечения медиан ΔABC, $OC = m$, $AB : AC = 2 : 1$. *Построить:* ΔABC. Построение: а) Построить угол A, равный α. б) На сторонах угла A отложить отрезки AC_1 и AB_1 так, что $AB_1 : AC_1 = 2 : 1$. в) Построить точку пересечения медиан треугольника AB_1C_1 – точку O_1. г) На луче O_1C_1 отложить отрезок O_1E, равный m. д) Построить прямую EC, параллельную медиане AM_1 треугольника AB_1C_1, $C = EC \cap AC_1$. е) Через точку C провести прямую CB, параллельную C_1B_1, $CB \cap AB_1 = B$. Треугольник ABC – искомый.  *Рис. 2а*  *Рис. 2б* 2. Построить отрезок $a = \frac{(m-n)\cdot m}{n}$, если отрезки m и n известны. $\frac{(m-n)\cdot m}{n} = \frac{m^2 - mn}{n} = \frac{m^2}{n} - m$. В прямоугольном ΔABC BD – высота, проведенная из вершины прямого угла, поэтому $BD = \sqrt{CD \cdot AD} \Rightarrow BD^2 = CD \cdot AD \Rightarrow$ $CD = BD^2 : AD = m^2 : n$; $DK = CD - CK$. Если $CK = m$, то $DK = m^2 : n - m$. Построение: а) Построить ΔABD, в котором $\angle D = 90°$, $BD = m$, $AD = n$.

Окончание табл.

1	2
	б) Провести прямую BC так, что $BC \perp AD = C$. в) На луче CA отложить отрезок CK, равный m. г) DK – искомый отрезок. Задача не имеет решения, если $m < n$  *Рис. 3а*  *Рис. 3б*

III этап. Самостоятельная работа	
Цель деятельности	Задания для самостоятельной работы
Совершенствовать навыки решения задач методом подобия	(И) **Вариант I** Постройте прямоугольный треугольник по острому углу и медиане, проведенной из вершины этого угла. **Вариант II** Постройте прямоугольный треугольник по острому углу и биссектрисе прямого угла

IV этап. Итоги урока. Рефлексия	
Деятельность учителя	Деятельность учащихся
(Ф/И) – Оцените свою работу на уроке. – Какой этап урока был наиболее сложным?	(И) Домашнее задание: решить № 629

Урок 44. Тема: СИНУС, КОСИНУС И ТАНГЕНС ОСТРОГО УГЛА ПРЯМОУГОЛЬНОГО ТРЕУГОЛЬНИКА

Цель деятельности учителя	Создать условия для введения понятий синуса, косинуса и тангенса острого угла прямоугольного треугольника и ознакомления учащихся с основным тригонометрическим тождеством, показать его применение в процессе решения задач
Термины и понятия	Синус, косинус, тангенс, основное тригонометрическое тождество

Планируемые результаты	
Предметные умения	**Универсальные учебные действия**
Владеют геометрическим языком	*Познавательные:* осознанно владеют логическими действиями определения понятий, обобщения, установления аналогий. *Регулятивные:* умеют выдвигать гипотезы при решении учебных задач и понимают необходимость их проверки. *Коммуникативные:* учитывают разные мнения и стремятся к координации различных позиций в сотрудничестве. *Личностные:* проявляют креативность мышления, инициативность, находчивость, активность при решении геометрических задач

Окончание табл.

Организация пространства	
Формы работы	Фронтальная (Ф); парная (П); индивидуальная (И)
Образовательные ресурсы	• Учебник. • Задания для парной работы
I этап. Активизация знаний учащихся	
Цель деятельности	Совместная деятельность
Проверить правильность выполнения домашней работы	(Ф/И) 1. Сообщить результаты самостоятельной работы и прокомментировать допущенные ошибки. 2. Проверить правильность выполнения домашнего задания
II этап. Изучение нового материала	
Цель деятельности	Совместная деятельность
Ввести понятия синуса, косинуса, тангенса угла	(Ф) 1. Изложить в виде лекции содержание пункта 68. (П) 2. Творческая работа. Решить самостоятельно, обсуждая в парах, задачу: Докажите, что если острый угол одного прямоугольного треугольника равен острому углу другого прямоугольного треугольника, то синусы этих углов равны и тангенсы этих углов равны
III этап. Закрепление изученного материала	
Цель деятельности	Совместная деятельность
Отработать введенные понятия на простых примерах	(Ф/И) Работа у доски и в тетрадях. Выполнить № 591 (а, б), 592 (а, в, д), 593 (а)
IV этап. Итоги урока. Рефлексия	
Деятельность учителя	Деятельность учащихся
(Ф/И) – С какими понятиями познакомились на уроке? – Составьте синквейн к уроку	(И) Домашнее задание: выучить определения синуса, косинуса, тангенса угла прямоугольного треугольника; решить № 591 (в, г), 592 (б, г, е), 539 (б)

Урок 45. Тема: ЗНАЧЕНИЯ СИНУСА, КОСИНУСА И ТАНГЕНСА ДЛЯ УГЛОВ 30°, 45° И 60°

Цель деятельности учителя	Создать условия для обучения учащихся вычислению значений синуса, косинуса и тангенса для углов 30°, 45° и 60°
Термины и понятия	Синус, косинус, тангенс, основное тригонометрическое тождество
Планируемые результаты	
Предметные умения	**Универсальные учебные действия**
1	2
Владеют геометрическим языком	*Познавательные:* осознанно владеют логическими действиями определения понятий, обобщения, установления аналогий.

Продолжение табл.

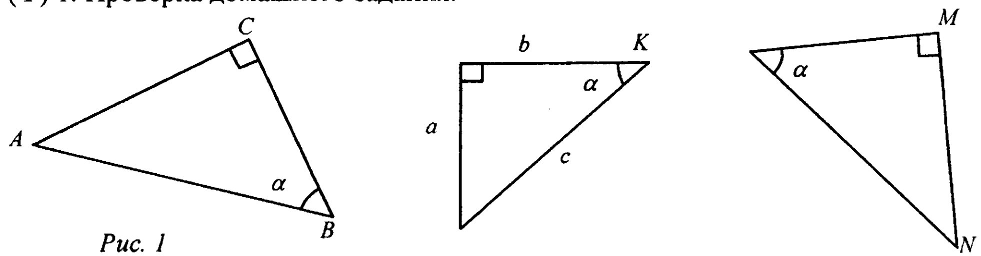
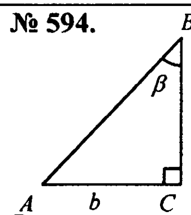
<table>
<tr><td>1</td><td colspan="2">2</td></tr>
<tr><td></td><td colspan="2">Регулятивные: умеют выдвигать гипотезы при решении учебных задач и понимают необходимость их проверки.
Коммуникативные: учитывают разные мнения и стремятся к координации различных позиций в сотрудничестве.
Личностные: креативность мышления, инициативность, находчивость, активность при решении геометрических задач</td></tr>
<tr><td colspan="3">Организация пространства</td></tr>
<tr><td colspan="2">Формы работы</td><td>Фронтальная (Ф); индивидуальная (И)</td></tr>
<tr><td colspan="2">Образовательные ресурсы</td><td>• Учебник.
• Задания для индивидуальной работы</td></tr>
<tr><td colspan="3">I этап. Активизация знаний учащихся</td></tr>
<tr><td colspan="2">Цель деятельности</td><td>Совместная деятельность</td></tr>
<tr><td colspan="2">Проверить уровень усвоения теоретического материала</td><td>(Ф) 1. Проверка домашнего задания.


Рис. 1
Записать значения $\sin\alpha$, $\cos\alpha$, $\mathrm{tg}\alpha$ для данных треугольников.
2. Катеты треугольника равны 3 см и 4 см. Чему равны синусы его острых углов?
3. Гипотенуза AB прямоугольного треугольника равна 10 см, а катет BC равен 8 см. Чему равны тангенсы его острых углов?
(И) 4. Работа по карточкам.
Карточка № 1.
1) В треугольнике MNK $\angle K = 90°$, $MN = 13$ см, $NK = 5$ см. Найдите синусы, косинусы и тангенсы углов M и N.
2) Найдите $\cos\alpha$ и $\mathrm{tg}\alpha$, если $\sin\alpha = 0{,}3$.
Карточка № 2.
1) Постройте угол A, равный α, такой, что: а) $\sin\alpha = \frac{3}{5}$; б) $\mathrm{tg}\alpha = \frac{2}{3}$.
2) В равнобедренном треугольнике ABC ($AB = BC$) основание равно 12 см, а высота, проведенная к ней, 8 см. Найдите синусы, косинусы и тангенсы углов при основании</td></tr>
</table>

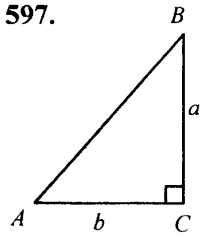
Продолжение табл.

II этап. Изучение нового материала	
Цель деятельности	Совместная деятельность
Научить находить значения синусов, косинусов и тангенсов для углов 30°, 45°, 60°	(Ф) Используя текст учебника (п. 69) объяснить, как вычисляются значения синусов, косинусов и тангенсов для углов 30°, 45°, 60°. В ходе объяснения на доске и в тетрадях заполнить таблицу:

α	30°	45°	60°
$\sin\alpha$	0,5	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
$\cos\alpha$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	0,5
$\mathrm{tg}\alpha$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$

III этап. Закрепление изученного материала		
Цель деятельности	Деятельность учителя	Деятельность учащихся
1	2	3
Формировать навыки решения прямоугольных треугольников, используя синус, косинус и тангенс острого угла	(Ф/И) 1. Решить № 593 (а) – для значения $\alpha = 30°$; № 593 (б) – для значения $\alpha = 45°$ *(устно)*; № 601, 594, 597, 598 (а). 2. Решить на доске и в тетради № 594. 3. Решить № 597	**№ 594.**  Рис. 2 *Дано:* ΔABC, $\angle C = 90°$, $\angle B = \beta$, $AC = b$. *Выразить:* BC и $\angle A$, AB. *Решение:* 1) $\mathrm{tg}\angle B = \frac{AC}{BC}$ (по определению). $BC = \frac{AC}{\mathrm{tg}\angle\beta} = \frac{b}{\mathrm{tg}\beta}$, $\angle A = 90° - \beta$; $AB = \frac{b}{\sin\beta}$. 2) Если $b = 10$ см, $\beta = 50°$, то $BC = \frac{10}{\mathrm{tg}50°} \approx \frac{10}{1{,}1918} \approx 8{,}39$ (см); $\angle A = 40°$; $AB = \frac{10}{\sin 50°} \approx \frac{10}{0{,}766} \approx 13{,}05$ (см). Ответ: $\frac{b}{\mathrm{tg}\beta}$; $90° - \beta$; $\frac{b}{\sin\beta}$; ≈ 8,39 см ; 40°;≈ 13,05 см

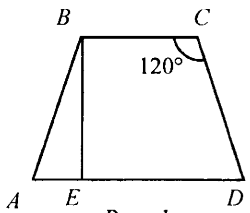
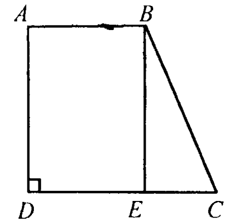
Окончание табл.

<table>
<tr><th>1</th><th>2</th><th>3</th></tr>
<tr><td></td><td></td><td>№ 597.

Дано: ΔABC, $\angle C = 90°$, $BC = a$, AC = b.
Выразить: AC, $\angle A$ и $\angle B$.
Рис. 3
Решение:
1) $AB^2 = AC^2 + BC^2$, $AB = \sqrt{a^2 + b^2}$, $\sin\angle B = \cos\angle A = \dfrac{b}{\sqrt{a^2 + b^2}}$
или $\text{tg}\angle A = \dfrac{a}{b}$; $\text{tg}\angle B = \dfrac{b}{a}$.
2) Если $a = 12$ см, $b = 15$ см, то $AB = \sqrt{144+225} = \sqrt{369} \approx 19$ (см),
$\text{tg}\angle A = \dfrac{12}{15} = 0{,}8$, следовательно, $\angle A \approx 38°39'$, $\text{tg}\angle B = \dfrac{15}{12} = 1{,}25$, следовательно, $\angle B \approx 51°21'$</td></tr>
<tr><td colspan="3" align="center">IV этап. Итоги урока. Рефлексия</td></tr>
<tr><td colspan="2" align="center">Деятельность учителя</td><td align="center">Деятельность учащихся</td></tr>
<tr><td colspan="2">(Ф/И)
Предложить дать рефлексивную оценку через выполнение определенных движений:
– присесть на корточки – очень низкая оценка, негативное отношение;
– присесть, немного согнув ноги в коленях, – невысокая оценка, безразличное отношение;
– обычная поза стоя, руки по швам – удовлетворительная оценка, спокойное отношение;
– поднять руки в локтях – хорошая оценка, позитивное отношение;
– поднять руки вверх, хлопая в ладоши, подняться на носочки – очень высокая оценка, восторженное отношение</td><td>(И) Домашнее задание: № 595, 596, 598 (б), 600; подготовиться к самостоятельной работе по § 3</td></tr>
</table>

Урок 46. Тема: СООТНОШЕНИЯ МЕЖДУ СТОРОНАМИ И УГЛАМИ ПРЯМОУГОЛЬНОГО ТРЕУГОЛЬНИКА. РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ

Цель деятельности учителя	Создать условия для совершенствования навыков решения прямоугольных треугольников	
Термины и понятия	Синус, косинус, тангенс, основное тригонометрическое тождество	
Планируемые результаты		
Предметные умения	**Универсальные учебные действия**	
Владеют геометрическим языком	*Познавательные:* осознанно владеют логическими действиями определения понятий, обобщения, установления аналогий. *Регулятивные:* умеют адекватно оценивать правильность или ошибочность выполнения учебной задачи. *Коммуникативные:* учитывают разные мнения и стремятся к координации различных позиций в сотрудничестве. *Личностные:* проявляют способность к эмоциональному восприятию математических объктов, задач, решений, рассуждений	
Организация пространства		
Формы работы	Фронтальная (Ф); индивидуальная (И)	
Образовательные ресурсы	• Учебник. • Задания для индивидуальной работы	
I этап. Активизация опорных знаний учащихся		
Цель деятельности	Совместная деятельность	
Проверить уровень усвоения теоретического материала	(Ф/И) Проверка домашнего задания *(см. Ресурсный материал)*	
II этап. Решение задач		
Цель деятельности	Деятельность учителя	Деятельность учащихся
Совершенствовать навыки решения задач	(Ф) Решить задачи № 601, № 602 у доски и в тетрадях	
III этап. Самостоятельная работа		
Цель деятельности	Задания для самостоятельной работы	
1	2	
Проверить уровень сформированности навыков решения прямоугольных треугольников	(И) **Вариант I** В равнобедренной трапеции меньшее основание равно 4 см, боковая сторона равна 6 см, а один из углов трапеции равен 120°. Найдите площадь трапеции. **Вариант II** В прямоугольной трапеции меньшее основание равно 3 см, бóльшая боковая сторона 4 см, а один из углов равен 150°. Найдите площадь трапеции.	

Окончание табл.

1	2
	Решение:
	Вариант I
	 *Рис. 1*
	1) $\angle B = \angle C = 120°$ 2) $\angle ABE = 30°$ 3) $\cos\angle ABE = \dfrac{BE}{AB} = \dfrac{\sqrt{3}}{2}; BE = 3\sqrt{3}$. 4) $\sin\angle ABE = \dfrac{AE}{AB} = \dfrac{1}{2}; AE = 3$. 5) $AD = BC + 2AE = 10$. 6) $S_{ABCD} = \dfrac{BC + AD}{2} \cdot BE = 21\sqrt{3}$
	Вариант II
	 *Рис. 2*
	1) $\angle B = 150°$, $\angle C = 30°$. 2) $BE = 2$, значит, $EC = BC \cdot \cos\angle BCE = 2\sqrt{3}$. 3) $DC = DE + EC = 3 + 2\sqrt{3}$. 4) $S_{ABCD} = (3 + 3 + 2\sqrt{3}) : 2 \cdot 2 = 6 + 2\sqrt{3}$

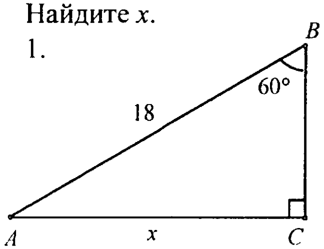
IV этап. Итоги урока. Рефлексия	
Деятельность учителя	Деятельность учащихся
(Ф/И) – Оцените свою работу на уроке. – Продолжите предложение: «Я могу…»	(И) Домашнее задание: № 603, 621, 626

Ресурсный материал

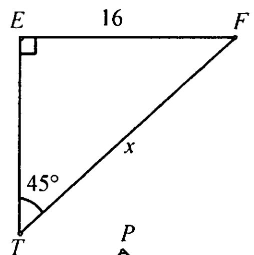
Домашнее задание

Найдите x.

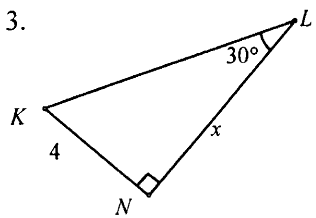
1.



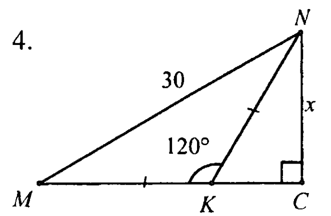
2.



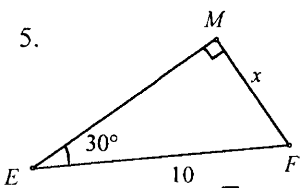
3.



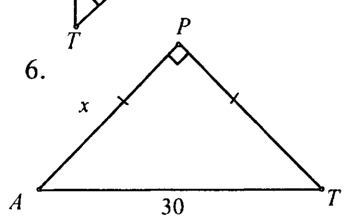
4.



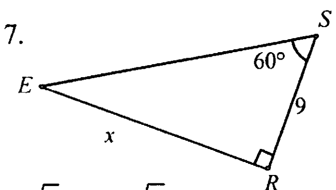
5.



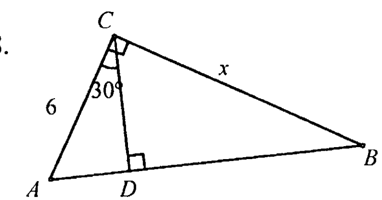
6.



7.



8.



Ответы: 1) $9\sqrt{3}$; 2) $16\sqrt{2}$; 3) $4\sqrt{3}$; 4) $15\sqrt{3}$; 5) 5; 6) $15\sqrt{2}$; 7) $3\sqrt{3}$; 8) $6\sqrt{3}$.

У р о к 47. Тема: ПОДГОТОВКА К КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЕ

Цель деятельности учителя	Создать условия для совершенствования навыков решения прямоугольных треугольников, применения подобия
Термины и понятия	Синус, косинус, тангенс

Планируемые результаты

Предметные умения	Универсальные учебные действия
Владеют геометрическим языком	*Познавательные:* осознанно владеют логическими действиями определения понятий, обобщения, установления аналогий. *Регулятивные:* умеют адекватно оценивать правильность или ошибочность выполнения учебной задачи. *Коммуникативные:* учитывают разные мнения и стремятся к координации различных позиций в сотрудничестве. *Личностные:* проявляют способность к эмоциональному восприятию математических объектов, задач, решений, рассуждений

Организация пространства

Формы работы	Фронтальная (Ф); индивидуальная (И)
Образовательные ресурсы	• Учебник. • Задания для индивидуальной работы

I этап. Активизация знаний учащихся

Цель деятельности	Совместная деятельность
1	2
Подготовить учащихся к контрольной работе	(И) Провести тест с целью повторения основных теоретических фактов с последующей самопроверкой.

В а р и а н т I

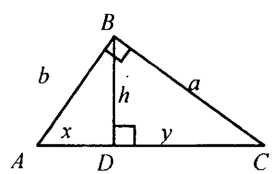
1. 

Рис. 1

Для данного треугольника справедливо равенство:

а) $h = \sqrt{a \cdot b}$;

б) $a = \sqrt{x \cdot y}$;

в) $b = \sqrt{y \cdot (x + y)}$.

2. Для данного треугольника *(рис. 1)* справедливо равенство:

а) $AB : BC = BD : DC$;

б) $AB : AD = BC : DC$;

в) $AB : AC = BD : AB$.

Продолжение табл.

1	2

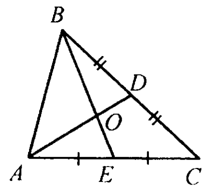
3. 

Рис. 2

Для данного треугольника справедливо равенство:
а) $BO : OE = 1 : 2$;
б) $AO = \frac{2}{3}AD$;
в) $OD = 2AO$.

4. Треугольник, образованный средними линиями прямоугольного треугольника, является:
а) равносторонним;
б) прямоугольным;
в) равнобедренным.

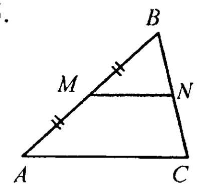
5. 

Рис. 3

MN – средняя линия треугольника ABC, если:
а) $\angle BMN = \angle BAC$;
б) $\angle AMN = \angle BNM$;
в) $BN : NC = MN : AC$.

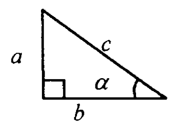
6. 

Рис. 4

Для данного треугольника справедливо равенство:
а) $a = b \cdot \cos\alpha$;
б) $a = c \cdot \cos\alpha$;
в) $a = c \cdot \sin\alpha$.

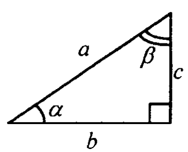
7. 

Рис. 5

Для данного треугольника справедливо равенство:
а) $c = b \cdot \mathrm{tg}\alpha$;
б) $c = b \cdot \mathrm{tg}\beta$;
в) $b = c \cdot \mathrm{tg}\alpha$.

8. Значение выражения $\sin 60° + \cos 45°$ равно:

а) $\frac{1+\sqrt{2}}{2}$; б) $\frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{2}$; в) $\frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{4}$.

1	2

Вариант II

1.

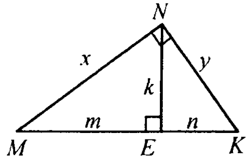


Рис. 1

Для данного треугольника справедливо равенство:

а) $k = \sqrt{m+n}$;

б) $k^2 = m \cdot n$;

в) $x \cdot y = m \cdot n$.

2. Для данного треугольника *(рис. 1)* справедливо равенство:

а) $MN : NK = ME : KE$;

б) $NE : EK = ME : NK$;

в) $ME : NE = NE : KE$.

3.

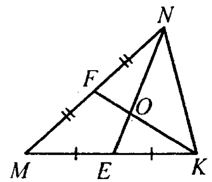


Рис. 2

Для данного треугольника справедливо равенство:

а) $OE = NE : 3$;

б) $FO : OK = 2 : 1$;

в) $OE = OK : 2$.

4. Треугольник, образованный средними линиями равнобедренного треугольника, является:

а) прямоугольным;

б) равносторонним.

5.

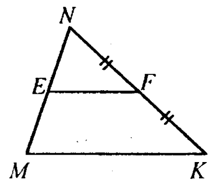


Рис. 3

EF – средняя линия треугольника MNK, если:

а) $\angle NEF + \angle NMK = 180°$;

б) $\angle KME + \angle MEF = 180°$;

в) $EF : MK = NM : NE$.

6.

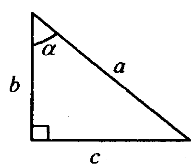


Рис. 4

Для данного треугольника справедливо равенство:

а) $a = b \cdot \mathrm{tg}\alpha$;

б) $b = c \cdot \sin\alpha$;

в) $b = a \cdot \sin\alpha$.

Продолжение табл.

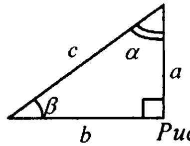
<table>
<tr><th>1</th><th>2</th></tr>
<tr><td></td><td>
7.


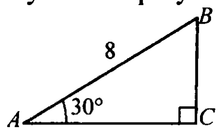
Рис. 5
Для данного треугольника справедливо равенство:
а) $a = b \cdot \text{tg}\alpha$;
б) $a = b \cdot \text{tg}\beta$;
в) $b = a \cdot \text{tg}\beta$.
8. Значение выражения sin 45° + cos 60° равно:
а) $\dfrac{\sqrt{2}+\sqrt{3}}{2}$; б) $\dfrac{\sqrt{2}+1}{4}$; в) $\dfrac{\sqrt{2}}{2}+\dfrac{1}{2}$
<table>
<tr><td></td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>6</td><td>7</td><td>8</td></tr>
<tr><td>Вариант I</td><td>в</td><td>а</td><td>б</td><td>б</td><td>а</td><td>в</td><td>а</td><td>б</td></tr>
<tr><td>Вариант I</td><td>б</td><td>в</td><td>а</td><td>в</td><td>б</td><td>а</td><td>б</td><td>в</td></tr>
</table>
</td></tr>
<tr><th colspan="2">II этап. Решение задач по готовым чертежам</th></tr>
<tr><td>Цель деятельности</td><td>Совместная деятельность</td></tr>
<tr><td>Совершенствовать навыки решения задач</td><td>
(Ф/И) 1. Проанализировать ошибки, допущенные в тесте.
2. Решить как можно больше задач, записав в тетрадях краткое решение; самые простые задачи можно решить устно, записав промежуточные результаты на рисунке.
1)


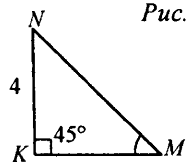
Рис. 1
Найти: BC, AC, S_{ABC}.
2)


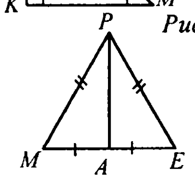
Рис. 2
Найти: MK, MN.
3)


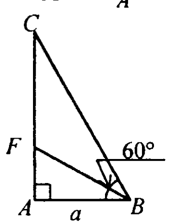
Рис. 3
Дано: $ME = b$, $\angle MPE = \beta$.
Найти: MP и PA.
4)


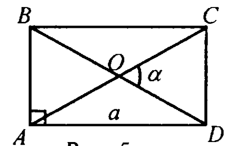
Рис. 4
Дано: BF – биссектриса.
Найти: BF.
5)


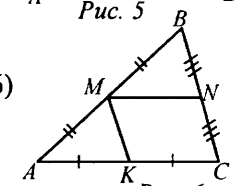
Рис. 5
Дано: $ABCD$ – прямоугольник.
Найти: CD, AC, S_{ABCD}.
6)


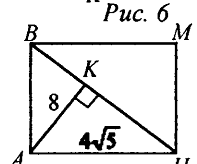
Рис. 6
Дано: $MN : MK = 5 : 3$, $AC + BC = 48$.
Найти: MN, MK.
7)


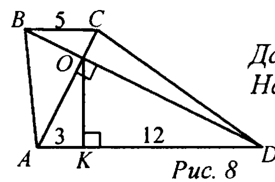
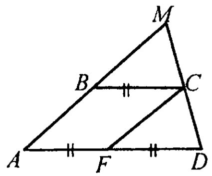
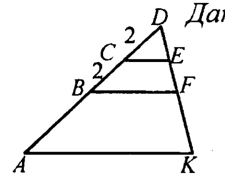
Рис. 7
Дано: $ABMH$ – прямоугольник.
Найти: BH.
8)


Рис. 8
Дано: $ABCD$ – трапеция.
Найти: S_{ABCD}.
</td></tr>
</table>

Окончание табл.

1	2
	9)  *Дано: ABCD* – трапеция, $AM = 10$ см. *Найти: CF.* *Рис. 9* 10)  *Дано:* $CE \parallel BF \parallel AK$, $CE + BF + AK = 21$. *Найти: CE, BF, AK.* *Рис. 10*

III этап. Итоги урока. Рефлексия	
Деятельность учителя	Деятельность учащихся
(Ф/И) – Оцените свою работу, работу своего соседа по парте. – Оцените степень готовности к контрольной работе	(И) Домашнее задание: задачи, которые не успели сделать в классе

Урок 48. Тема: КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 4

Цель деятельности учителя	Создать условия для проверки знаний, умений и навыков учащихся по усвоению и применению изученного материала
Термины и понятия	Синус, косинус, тангенс

Планируемые результаты	
Предметные умения	**Универсальные учебные действия**
Умеют демонстрировать знание основных понятий, применять полученные знания для решения основных и качественных задач, контролировать процесс и результат учебной математической деятельности	*Познавательные:* умеют проводить сравнение, сериацию и классификацию по заданным критериям. *Регулятивные:* вносят необходимые коррективы в действие после его завершения на основе его учета характера сделанных ошибок; осуществляют самоанализ и самоконтроль. *Коммуникативные:* учитывают разные мнения и стремятся к координации различных позиций в сотрудничестве. *Личностные:* осознают важность и необходимость знаний для человека

Организация пространства	
Формы работы	Индивидуальная (И)
Образовательные ресурсы	• Учебник. • Задания для индивидуальной работы

I этап. Выполнение контрольной работы	
Цель деятельности	Задания для контрольной работы
1	2
Проверить знания, умения, навыки по изученному материалу	(И) **Вариант I** 1. В прямоугольном треугольнике ABC $\angle A = 90°$, $AB = 20$ см; высота $AD = 12$ см. Найдите AC и $\cos\angle C$. 2. Диагональ BD параллелограмма $ABCD$ перпендикулярна стороне AD. Найдите площадь параллелограмма $ABCD$, если $AB = 12$ см, $\angle A = 41°$.

Окончание табл.

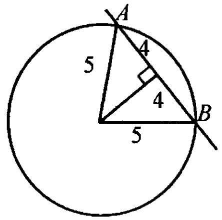
1	2
	Вариант II 1. Высота BD прямоугольного треугольника ABC равна 24 см и отсекает от гипотенузы AC отрезок DC, равный 18 см. Найдите AB и $\cos\angle A$. 2. Диагональ AC прямоугольника $ABCD$ равна 3 см и составляет со стороной AD угол 37°. Найдите площадь прямоугольника $ABCD$. **Вариант III** (для более подготовленных учащихся) 1. Диагональ AC равнобедренной трапеции $ABCD$ перпендикулярна боковой стороне CD. Найдите площадь трапеции, если ее основания равны 10 см и 8 см. 2. Найдите отношение высот BN и AM равнобедренного треугольника ABC, в котором угол при основании BC равен α

II этап. Итоги урока	
Деятельность учителя	Деятельность учащихся
	(И) Домашнее задание: повторить п. 21 «Окружность», п. 38

ГЛАВА VIII. ОКРУЖНОСТЬ

Урок 49. Тема: ВЗАИМНОЕ РАСПОЛОЖЕНИЕ ПРЯМОЙ И ОКРУЖНОСТИ

Цель деятельности учителя	Создать условия для рассмотрения различных случаев взаимного расположения прямой и окружности
Термины и понятия	Окружность, хорда, радиус, диаметр, касательная
Планируемые результаты	
Предметные умения	**Универсальные учебные действия**
Владеют базовым понятийным аппаратом по основным разделам содержания	*Познавательные:* умеют устанавливать причинно-следственные связи, строить логическое рассуждение, делать умозаключения и выводы. *Регулятивные:* умеют самостоятельно ставить цели, выбирать и создавать алгоритмы для решения учебных математических задач. *Коммуникативные:* учитывают разные мнения и стремятся к координации различных позиций в сотрудничестве. *Личностные:* имеют целостное мировоззрение, соответствующее современному уровню развития науки и общественной практики
Организация пространства	
Формы работы	Фронтальная (Ф); индивидуальная (И); групповая (Г)
Образовательные ресурсы	• Учебник. • Задания для фронтальной, групповой работы

<table>
<tr><th colspan="2">I этап. Актуализация знаний учащихся</th></tr>
<tr><th>Цель деятельности</th><th>Совместная деятельность</th></tr>
<tr><td>Подвести итог контрольной работы, решить задачи, подготавливающие к изучению новой темы</td><td>(Ф)
1. Анализ контрольной работы.
2. Решение задач (устно).
Вспомнить, что такое окружность, ее элементы.
1. Радиус окружности 5 см. Найдите расстояние от центра окружности до прямой, содержащей хорду, равную 8 см.


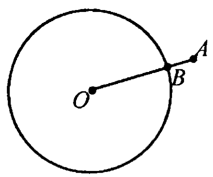
$d=\sqrt{25-16}=3$ (см).
Рис. 1
2. Найдите расстояние от точки A до ближайшей к ней точки окружности с центром O радиуса r, если: а) $OA = 12$ см, $r = 8$ см; б) $AO = 6$ см, $r = 8$ см.
а) 

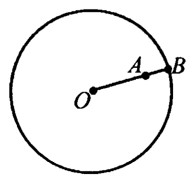
Рис. 2
б) 

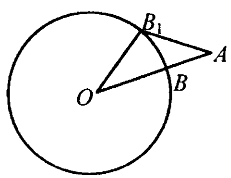
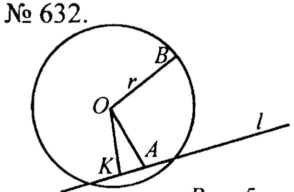
Рис. 3
$AB = OA - r$, $AB = 12 - 8 = 4$ (см)
$AB = r - OA$; $AB = 8 - 6 = 2$ (см)
3. Докажите, что $AB < AB_1$, используя неравенство треугольника.
Имеем $OA < OB_1 + AB_1$, $OB + AB < OB_1 + AB_1$, так как $OB = OB_1 = r$, то $AB < AB$.


Рис. 4</td></tr>
</table>

Окончание табл.

II этап. Учебно-познавательная деятельность	
Цель деятельности	Совместная деятельность
Выяснить, от чего зависит взаимное расположение прямой и окружности	(Ф/Г/И) З а д а ч а. Даны окружность радиуса r и прямая p, не проходящая через центр O окружности. Расстояние от точки O до прямой p равно d. Сколько точек пересечения могут иметь данные окружность и прямая, если: а) $d < r$; б) $d = r$; в) $d > r$? Для решения данной задачи класс можно разбить на творческие группы по 3–4 ученика в каждой, у каждой группы – свое задание (рассмотреть один из случаев по указанию учителя). Проводится обсуждение решения задачи. В ходе обсуждения на доске необходимо выполнить рис. 211 (а, б, в) из учебника на с. 163 и записать краткое решение задачи

III этап. Закрепление изученного материала		
Цель деятельности	Деятельность учителя	Деятельность учащихся
На простых задачах отработать взаимное расположение прямой и окружности	(Ф) Решить № 631 (а, г, д) *(устно)*, 632	№ 632.  *Рис. 5* *Дано:* окружность (O; r), $OA = d$, $OB = r$, $d < r$, $A \in l$. *Доказать:* l – секущая. *Доказательство:* 1) Если $l \perp OA$, то $d < r$ и по определению l – секущая. 2) Если l не $\perp OA$, то $OK \perp l$ и прямоугольный OA – гипотенуза, значит $OA > OK$. Так как по условию $r > OA$, $r > OK$, значит l – секущая по определению

IV этап. Итоги урока. Рефлексия	
Деятельность учителя	Деятельность учащихся
(Ф/И) – Что нового узнали на уроке? – Каково взаимное расположение прямой и окружности? – Составьте синквейн к уроку	(И) Домашнее задание: вопросы 1, 2, с. 184; № 631 (б, в), 633; выполнить работу над ошибками, допущенными в контрольной работе

Урок 50. Тема: КАСАТЕЛЬНАЯ К ОКРУЖНОСТИ

Цель деятельности учителя	Создать условия для введения определения касательной к окружности, рассмотрения свойства касательной и свойства отрезков касательных, проведенных из одной точки
Термины и понятия	Окружность, хорда, радиус, диаметр, касательная

Планируемые результаты

Предметные умения	**Универсальные учебные действия**
Владеют базовым понятийным аппаратом по основным разделам содержания	*Познавательные:* умеют устанавливать причинно-следственные связи, строить логическое рассуждение, делать умозаключения и выводы. *Регулятивные:* умеют самостоятельно ставить цели, выбирать и создавать алгоритмы для решения учебных математических задач. *Коммуникативные:* учитывают разные мнения и стремятся к координации различных позиций в сотрудничестве. *Личностные:* имеют целостное мировоззрение, соответствующее современному уровню развития науки и общественной практики

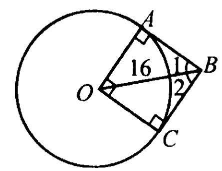
Организация пространства

Формы работы	Фронтальная (Ф); индивидуальная (И)
Образовательные ресурсы	• Учебник. • Задания для индивидуальной работы

I этап. Актуализация знаний учащихся

Цель деятельности	Совместная деятельность
Выявить трудности, возникшие при выполнении домашнего задания	(Ф) 1. Прокомментировать номера, в которых у учащихся возникли трудности. 2. Провести тест с целью проверки теории (на листочках). 1) Среди следующих утверждений укажите истинные. Окружность и прямая имеют две общие точки, если: а) расстояние от центра окружности до прямой не превосходит радиуса окружности; б) расстояние от центра окружности до прямой меньше радиуса окружности; в) расстояние от окружности до прямой меньше радиуса. 2) Закончите фразу, чтобы получилось верное высказывание. Окружность и прямая имеют одну общую точку, если... 3) Вставьте пропущенные слова. Окружность и прямая имеют одну общую точку, если ... расстояние от ... до прямой ... 4) Установите истинность или ложность следующих утверждений: а) Прямая a является секущей по отношению к окружности, если она имеет с окружностью общие точки. б) Прямая a является секущей по отношению к окружности, если она пересекает окружность в двух точках. в) Прямая a является секущей по отношению к окружности, если расстояние от центра окружности до данной прямой не больше радиуса

II этап. Учебно-познавательная деятельность	
Цель деятельности	Совместная деятельность
Ввести понятие касательной к окружности и доказать сопутствующие теоремы	(Ф) 1. Ввести понятие касательной и точки касания. 2. Свойство касательной к окружности. *(Доказывают учащиеся самостоятельно.)* 3. Свойство отрезков касательных, проведенных из одной точки. *(Доказывают учащиеся самостоятельно.)*

III этап. Решение задач на закрепление		
Цель деятельности	Деятельность учителя	Деятельность учащихся
На простых задачах отработать понятия касательной и точки касания	(Ф/И) Решить № 635 *(устно)*, 639, 646, 636, 645. Решить дополнительную задачу: AB и BC – отрезки касательных, проведенных из точки B к окружности с центром O. Найдите AB и BC, если OA = 16 см, а радиусы, проведенные к точкам касания, взаимно перпендикулярны	*Решение:*  Так как BA и BC – отрезки касательных, проведенных из одной точки к окружности, то $OA \perp AB$, $OC \perp CB$, $AB = BC$ и $\angle 1 = \angle 2$, значит, $\angle AOB = \angle COB$. Так как $OA \perp OC$ и $\angle AOB = \angle COB = 45° \Rightarrow \angle 1 = 45°$, $\angle 2 = 45°$. ΔAOB – равнобедренный с основанием OB, значит, $OA = AB$. По теореме Пифагора $OA^2 + AB^2 = OB^2 \Rightarrow$ так как $OA = AB$, то $2OA^2 = 16^2 \Rightarrow OA = 8\sqrt{2}$ см $\Rightarrow AB = BC = 8\sqrt{2}$ см. Ответ: $8\sqrt{2}$ см, $8\sqrt{2}$ см

IV этап. Итоги урока. Рефлексия	
Деятельность учителя	Деятельность учащихся
(Ф/И) – Какие новые понятия узнали на уроке? – Какой этап урока оказался наиболее сложным?	(И) Домашнее задание: вопросы 3–7, с. 184; № 634, 638, 640; самостоятельно доказать признак касательной

Урок 51. Тема: КАСАТЕЛЬНАЯ К ОКРУЖНОСТИ. РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ

Цель деятельности учителя	Создать условия для совершенствования навыков решения задач по теме
Термины и понятия	Окружность, хорда, радиус, диаметр, касательная
Планируемые результаты	
Предметные умения	**Универсальные учебные действия**
Владеют базовым понятийным аппаратом по основным разделам содержания	*Познавательные:* понимают и используют математические средства наглядности. *Регулятивные:* умеют самостоятельно ставить цели, выбирать и создавать алгоритмы для решения учебных математических задач. *Коммуникативные:* умеют организовывать учебное сотрудничество и совместную деятельность с учителем и сверстниками. *Личностные:* проявляют способность к эмоциональному восприятию математических объектов, задач, решений, рассуждений
Организация пространства	
Формы работы	Фронтальная (Ф); индивидуальная (И)
Образовательные ресурсы	• Учебник. • Задания для индивидуальной работы
I этап. Проверка домашнего задания	
Цель деятельности	Совместная деятельность
Проверить уровень усвоения теоретического материала	(Ф) 1. Привести доказательство признака касательной к окружности. *(Заслушать одного ученика.)* 2. Проверить выполнение домашнего задания и ответить на вопросы учащихся
II этап. Самостоятельная работа	
Цель деятельности	Задания для самостоятельной работы
Совершенствовать навыки решения задач по теме	(И) Учащиеся решают самостоятельную работу на листочках и сдают учителю на проверку. **Вариант I** 1. KM и KN – отрезки касательных, проведенных из точки K к окружности с центром O. Найдите KM и KN, если $OK = 12$ см, $\angle MON = 120°$. 2. Диагонали ромба $ABCD$ пересекаются в точке O. Докажите, что прямая BD касается окружности с центром A и радиусом, равным OC. **Вариант II** 1. Найдите отрезки касательных AB и AC, проведенных из точки A к окружности радиуса r, если $r = 9$ см, $\angle BAC = 120°$. 2. В равнобедренном треугольнике ABC с основанием AC проведена медиана BD. Докажите, что прямая BD касается окружности с центром C и радиусом, равным AD

Продолжение табл.

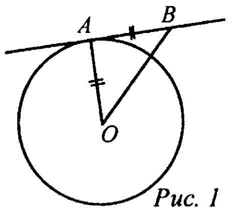
<table>
<tr><th colspan="3">III этап. Решение задач</th></tr>
<tr><th>Цель деятельности</th><th>Деятельность учителя</th><th>Деятельность учащихся</th></tr>
<tr><td>1</td><td>2</td><td>3</td></tr>
<tr><td>Совершенствовать навыки решения задач по теме</td><td>(Ф/И)
1. Решение задач по готовым чертежам.
1)


Рис. 1
Дано: $R = 5$, AB – касательная.
Найти: OB.

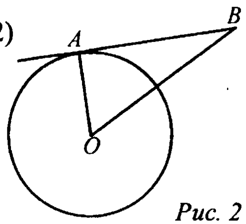
2)


Рис. 2
Дано: AB – касательная; $AB = 12$, $OB = 13$.
Найти: R окружности.

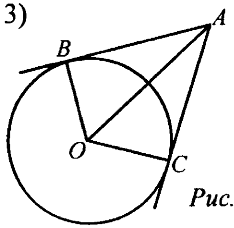
3)


Рис. 3
Дано: AB, BC – касательные, $OB = 2$, $AO = 4$.
Найти: $\angle BOC$.

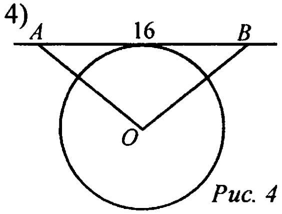
4)


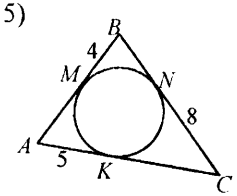
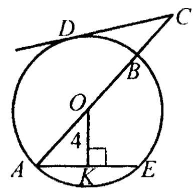
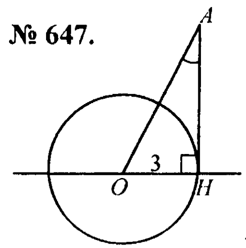
Рис. 4
Дано: AB – касательная, $R = 6$, $AO = OB$.
Найти: AO.</td><td>Ответы:
1) $OB = 5\sqrt{2}$.

2) $R = 5$.

3) $\angle BOC = 120°$.

4) $AO = 10$.</td></tr>
</table>

Продолжение табл.

1	2	3
	5)  *Дано:* M, N, K – точки касания. *Найти:* P_{ABC}. *Рис. 5*	5) $P_{ABC} = 34$.
	6)  *Дано:* $AB = 10$ см, O – центр окружности, CD – касательная, $AE \parallel CD$. *Найти:* OC. *Рис. 6*	6) $OC = 6{,}25$.
	2. Решение задач из учебника (№ 647)	**№ 647.**  *Дано:* окружность (O; 3 см). *Найти:* является ли AH касательной? *Рис. 7* а) Если $OA = 5$ см, $AH = 4$ см. Рассмотрим ΔAHO: $OA = 5$, $AH = 4$, $OH = 3$. $5^2 = 4^2 + 3^2$; $25 = 25$, значит, ΔAHO – прямоугольный, $\angle OHA = 90°$, следовательно, AH – касательная. б) Если $\angle HAO = 45°$, $OA = 4$ см. Рассмотрим ΔAHO: $OH = 3$, $OA = 4$, $\angle HAO = 45°$. Если предположить, что $\angle H = 90°$, то $AH = OH = 3$, следовательно, $AO = 3\sqrt{2}$, что противоречит условию $AO = 4$, значит, предположение неверно, тогда AH не является касательной. в) Если $\angle HAO = 30°$, $OA = 6$ см. Рассмотрим ΔAHO: $OA = 6$, $OH = 3$, $\angle A = 30°$. Так как $OH = \frac{1}{2}OA$, следовательно, $\angle H = 90°$, а значит AH – касательная окружности

Окончание табл.

IV этап. Итоги урока. Рефлексия	
Деятельность учителя	Деятельность учащихся
(Ф) – Что сегодня повторили на уроке? – Какие задачи вызвали у вас затруднения? Почему?	(И) Домашнее задание: № 648; решить задачу *(по желанию)*: Две окружности разных диаметров внешне касаются. К ним проведены две общие касательные AC и BD, где A и B – точки касания с первой окружностью, а C и D – со второй. Докажите, что $ACDB$ – равнобокая трапеция

Урок 52. Тема: ГРАДУСНАЯ МЕРА ДУГИ ОКРУЖНОСТИ

Цель деятельности учителя	Создать условия для введения понятий градусной меры дуги окружности, центрального угла
Термины и понятия	Окружность, хорда, радиус, диаметр, дуга, хорда, стягивающая дугу окружности, центральный угол
Планируемые результаты	
Предметные умения	**Универсальные учебные действия**
Владеют базовым понятийным аппаратом по основным разделам содержания	*Познавательные:* умеют понимать и использовать математические средства наглядности. *Регулятивные:* умеют самостоятельно ставить цели, выбирать и создавать алгоритмы для решения учебных математических задач. *Коммуникативные:* умеют организовывать учебное сотрудничество и совместную деятельность с учителем и сверстниками, работать в группах. *Личностные:* проявляют способность к эмоциональному восприятию математических объектов, задач, решений, рассуждений
Организация пространства	
Формы работы	Фронтальная (Ф); индивидуальная (И); групповая (Г)
Образовательные ресурсы	• Учебник. • Задания для фронтальной и индивидуальной работы
I этап. Актуализация опорных знаний учащихся	
Цель деятельности	Совместная деятельность
Провести общий анализ ошибок в самостоятельной работе и домашней работе	(Ф) 1. Анализ самостоятельной работы. 2. Проверка домашнего задания
II этап. Изучение нового материала	
Цель деятельности	Совместная деятельность
1	2
Ввести понятие градусной меры дуги окружности	(Ф) 1. Ввести понятие дуги окружности, используя рис. 214 учебника. Ознакомить со способами обозначения дуг. 2. Ввести понятие полуокружности, используя рис. 215 (а) учебника.

Окончание табл.

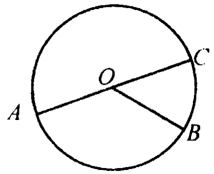
<table>
<tr><th>1</th><th>2</th></tr>
<tr><td></td><td>3. Ввести понятие центрального угла, используя рисунок, и градусной меры дуги окружности.


Рис. 1
$\angle AOB = \cup AB$, $\angle BOC = \cup BC$, $\angle AOC = \cup ABC$. $\cup AB$ меньше полуокружности $\Rightarrow$
$\Rightarrow \cup AB = \angle AOB$.
$\cup ACB$ больше полуокружности $\Rightarrow \cup ACB = 360° - \angle AOB$.
$\cup AB + \cup ACB = 360$</td></tr>
</table>

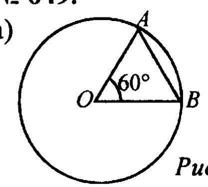
<table>
<tr><th colspan="3">III этап. Закрепление изученного материала</th></tr>
<tr><th>Цель деятельности</th><th>Деятельность учителя</th><th>Деятельность учащихся</th></tr>
<tr><td>Научить решать простейшие задачи на вычисление градусной меры дуги окружности</td>
<td>(Ф/И), (Г)
1. Решить задачи № 650 (а, в), 651 (устно).
2. Решить задачу № 649 (а, в) (самостоятельно).
3. Решить задачи № 715 и 716 в группах, затем показать свои решения</td>
<td>№ 649.
а)


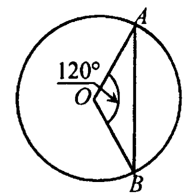
Рис. 2
$\angle AOB = 60°$, AB – хорда.
в)


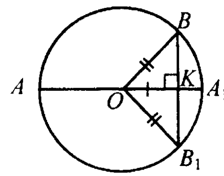
Рис. 3
$\angle AOB = 120°$, AB – хорда.
№ 715.


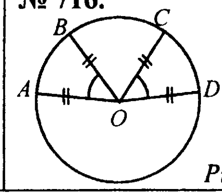
Рис. 4
1. $\cup AB = \angle AOB$, так как $\cup AB$ меньше полуокружности.
2. $\cup AB_1 = \angle AOB_1$, так как $\cup AB_1$ меньше полуокружности.
3. $\Delta OBK = \Delta OB_1K$ по гипотенузе и катету ($OB = OB_1$ как радиусы, OK – общий катет, $\angle OKB = \angle OKB_1 = 90°$) $\Rightarrow \angle BOK = \angle B_1OK \Rightarrow \angle AOB = 180° - \angle BOK = 180° - \angle B_1OK = \angle AOB_1 \Rightarrow \cup AB = \cup AB_1$.
№ 716.


Рис. 5
$\cup AB = \cup CD \Rightarrow \angle AOB = \angle COD \Rightarrow \Delta AOB = \Delta COD$ по двум сторонам и углу между ними ($AO = BO = CO = DO$ как радиусы одной окружности), тогда $AB = CD$</td></tr>
</table>

<table>
<tr><th colspan="2">IV этап. Итоги урока. Рефлексия</th></tr>
<tr><th>Деятельность учителя</th><th>Деятельность учащихся</th></tr>
<tr><td>(Ф/И)
– Какие новые понятия вы для себя открыли?
– Составьте синквейн к уроку</td>
<td>(И) Домашнее задание: вопросы 8, 9, 10, с. 184; № 650 (б), 652, 649 (б, г)</td></tr>
</table>

Урок 53. Тема: ТЕОРЕМА О ВПИСАННОМ УГЛЕ

Цель деятельности учителя	Создать условия для введения понятия вписанного угла и рассмотрения теоремы о вписанном угле
Термины и понятия	Окружность, хорда, радиус, диаметр, дуга; хорда, стягивающая дугу окружности; вписанный угол

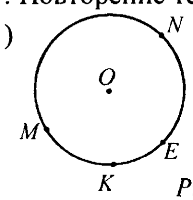
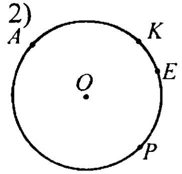
Планируемые результаты

Предметные умения	**Универсальные учебные действия**
Владеют базовым понятийным аппаратом по основным разделам содержания	*Познавательные:* умеют создавать, применять и преобразовывать знаково-символические средства, модели и схемы для решения учебных задач. *Регулятивные:* умеют самостоятельно ставить цели, выбирать и создавать алгоритмы для решения учебных математических задач. *Коммуникативные:* умеют организовывать учебное сотрудничество и совместную деятельность с учителем и сверстниками, работать в группах. *Личностные:* проявляют способность к эмоциональному восприятию математических объектов, задач, решений, рассуждений

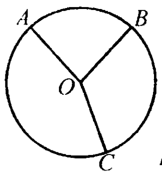
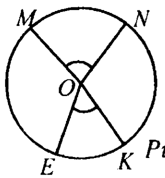
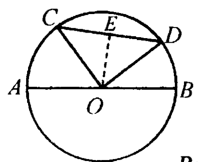
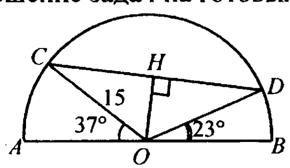
Организация пространства

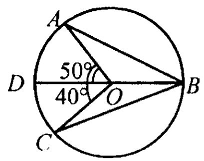
Формы работы	Фронтальная (Ф); парная (П); индивидуальная (И); групповая (Г)
Образовательные ресурсы	• Учебник. • Задания для индивидуальной работы

I этап. Актуализация опорных знаний учащихся

Цель деятельности	Совместная деятельность
1	2
На простых задачах проверить уровень усвоения теоретического материала	(Ф/И) 1. Повторение теоретического материала в процессе решения задач на готовых чертежах *(устно)*. 1)  *Рис. 1* *Дано:* $\cup MKE$ в два раза меньше $\cup MNE$. *Найти:* $\cup MKE$, $\cup MNE$. Ответ: $\cup MKE = 120°$, $\cup MNE = 240°$. 2)  *Рис. 2* *Дано:* $\cup AKE$ на 140° меньше $\cup APE$. *Найти:* $\cup APE$. Ответ: $\cup APE = 250°$.

Продолжение табл.

1	2
	3)  Рис. 3 *Дано:* $\cup AB : \cup BC : \cup AC = 2 : 3 : 4$. *Найти:* $\angle AOB, \angle BOC, \angle AOC$. Ответ: $\angle AOB = 80°$, $\angle BOC = 120°$, $\angle AOC = 160°$. 4)  Рис. 4 *Дано:* $\angle MON : \angle NOK : \angle MOE = 3 : 4 : 5$. *Найти:* $\cup ME, \cup NK, \cup KE$. Ответ: $\cup ME = 120°$, $\cup NK = 96°$, $\cup KE = 72°$. 2. Проверить домашнюю задачу № 652. *Дано:* $AC = 37°$, $BD = 23°$, $R = 15$ см. *Найти:* CD.  Рис. 5 *Решение:* 1) $CD = 180° - (AC + DB)$; $CD = 180° - 60° = 120°$. 2) В ΔCOD: $\angle O = 120°$, $OC = OD = 15$ см. $OE \perp CD$, $\sin\angle EOD = \dfrac{ED}{OD}$; $ED = OD \cdot \sin\angle EOD$; $ED = 15 \cdot \sin\angle 60° = 15 \cdot \dfrac{\sqrt{3}}{2}$ (см); $CD = 2 \cdot ED = 15\sqrt{3}$ (см)
II этап. Учебно-познавательная деятельность	
Цель деятельности	Задания для самостоятельной работы
1	2
Подготовить учащихся к восприятию нового материала	(Ф/И). Решение задач на готовых чертежах *(самостоятельно с последующим обсуждением)*. 1. *Найти:* $\cup AC$.  Рис. 6 Ответ: $\cup AC = 60°$.

<table>
<tr><th>1</th><th colspan="2">2</th></tr>
<tr><td></td><td colspan="2">2. 

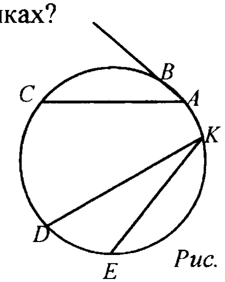
Найти: $\angle ABC$.
Рис. 7
О т в е т: $\angle ABC = 45°$</td></tr>
<tr><td colspan="3">III этап. Изучение нового материала</td></tr>
<tr><td>Цель деятельности</td><td colspan="2">Совместная деятельность</td></tr>
<tr><td>Ввести понятие вписанного угла и доказать сопутствующую теорему</td><td colspan="2">1. Ввести понятие о вписанном угле. Закрепить понятие путем выполнения задания: какие углы являются вписанными на рисунках?


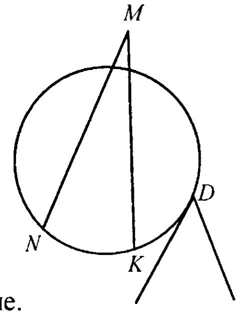
Рис. 8


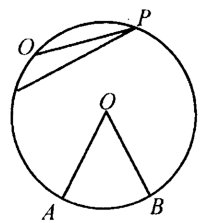
Рис. 9


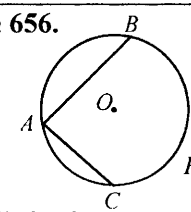
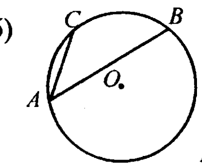
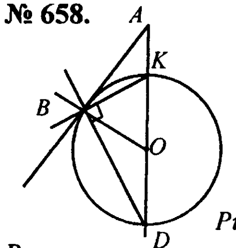
Рис. 10
2. Доказать теорему о вписанном угле.
а) Случай, когда луч BO совпадает с одной из сторон угла ABC, учитель доказывает сам в ходе беседы с учащимися.
б) Случаи, когда луч BO делит угол ABC на два угла и когда луч BO не делит угол ABC на два угла и не совпадает со стороной этого угла, учащимся предлагается доказать самостоятельно по вариантам с последующим обсуждением доказательств.
Теорема. Вписанный угол измеряется половиной дуги, на которую он опирается</td></tr>
<tr><td colspan="3">IV этап. Закрепление изученного материала</td></tr>
<tr><td>Цель деятельности</td><td>Деятельность учителя</td><td>Деятельность учащихся</td></tr>
<tr><td>1</td><td>2</td><td>3</td></tr>
<tr><td>Показать применение теоремы о вписанном угле и следствий при решении задач</td><td>(Ф/И)
Задачи можно решать у доски.
Выполнить № 653 (устно), 654 (устно), 655, 656, 658, 659 (устно), 661</td><td>№ 656.
а) 

Рис. 11
Дано: $AB = 115°$, $AC = 43°$.
Найти: $\angle BAC$.
Решение:
$\angle BAC = \frac{1}{2} BC$; $BC = 360° - (115° + 43°) = 202°$. Значит, $\angle BAC = 101°$.</td></tr>
</table>

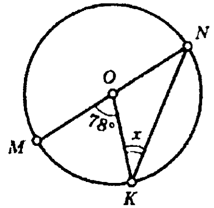
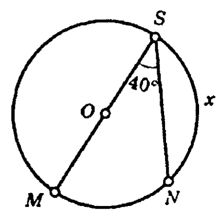
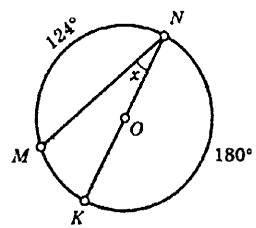
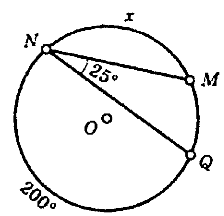
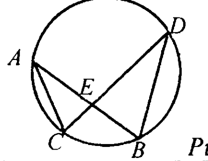
Окончание табл.

1	2	3
		б)  $\angle BAC = \frac{1}{2}BC$; $BC = AB - AC = 115° - 43° = 72°$, $\angle BAC = 36°$. *Рис. 12* Ответ: 101° или 36°. **№ 658.**  *Дано:* AB – касательная, AD – секущая, $D \in$ Окр $(O; R)$, $BD = 110°20'$. *Найти:* $\angle BAD$, $\angle DAB$. *Рис. 13* *Решение:* 1) $\angle BKD$ – вписанный, значит, $\angle BKD = \frac{1}{2}BD = \frac{1}{2} \cdot 110°20' = 55°10'$. 2) ΔDBK – прямоугольный, так как $\angle DBK = \frac{1}{2}DK = 90°$. Значит, $\angle DBA = 90° - \angle BKD$; $\angle BDA = 89°60' - 55°10' = 34°50'$. 3) ΔBOD – равнобедренный, так как $OB = OD = R$. Значит, $\angle DBO =$ $= \angle BDO = 34°50'$, отсюда $\angle DBA = \angle DBO + \angle OBA = 34°50' + 90° = 124°50'$. 4) $\angle BAD = 180° - (124°50' + 34°50') = 179°60' - 159°40' = 20°20'$. Ответ: $20°20'$ и $34°50'$

V этап. Итоги урока. Рефлексия

Деятельность учителя	Деятельность учащихся
(Ф/И). – Сформулируйте 3 вопроса по теме. Для того чтобы закончить урок на положительной ноте, можно воспользоваться одним из вариантов упражнения «Комплимент» («Комплимент-похвала», «Комплимент деловым качествам», «Комплимент в чувствах»), в котором учащиеся оценивают вклад друг друга в урок и благодарят друг друга и учителя за проведенное занятие. Такой вариант окончания урока дает возможность удовлетворения потребности каждого в признании личностной значимости	(И) Домашнее задание: вопросы 11, 12, 13, с. 184; № 657, 660, 663; повторить I признак подобия треугольников; № 662, 664 *(по желанию)*

Урок 54. Тема: ТЕОРЕМА ОБ ОТРЕЗКАХ ПЕРЕСЕКАЮЩИХСЯ ХОРД

Цель деятельности учителя	Создать условия для рассмотрения теоремы об отрезках пересекающихся хорд и применения изученного материала при решении задач
Термины и понятия	Окружность, хорда, радиус, диаметр, дуга; хорда, стягивающая дугу окружности; вписанный угол
Планируемые результаты	
Предметные умения	**Универсальные учебные действия**
Владеют базовым понятийным аппаратом по основным разделам содержания	*Познавательные:* умеют создавать, применять и преобразовывать знаково-символические средства, модели и схемы для решения учебных задач. *Регулятивные:* умеют самостоятельно ставить цели, выбирать и создавать алгоритмы для решения учебных математических задач. *Коммуникативные:* умеют организовывать учебное сотрудничество и совместную деятельность с учителем и сверстниками, работать в группах. *Личностные:* проявляют способность к эмоциональному восприятию математических объектов, задач, решений, рассуждений
Организация пространства	
Формы работы	Фронтальная (Ф); индивидуальная (И)
Образовательные ресурсы	• Учебник. • Задания для индивидуальной работы
I этап. Актуализация опорных знаний учащихся	
Цель деятельности	Совместная деятельность
Повторить теоретический материал и выявить трудности, возникшие при выполнении домашнего задания	(Ф/И) Решить устно. Найти x.  *Рис. 1* $x = 39°$  *Рис. 2* $x = 100°$  *Рис. 3* $x = 28°$  *Рис. 4* $x = 110°$
II этап. Мотивация к деятельности	
Цель деятельности	Постановка учебной задачи
Подготовить учащихся к восприятию нового материала	(Ф/И) Решить задачу.  *Рис. 5* *Доказать:* $\Delta AEC \sim \Delta DEB$. *Найти:* AE, если $BE = 4$ см; $DE = 6$ см, $CE = 2$ см

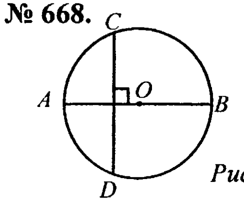
<table>
<tr><th colspan="3">III этап. Изучение нового материала</th></tr>
<tr><td>Цель деятельности</td><td colspan="2">Совместная деятельность</td></tr>
<tr><td>Вывести доказательство теоремы об отрезках пересекающихся хорд</td><td colspan="2">Доказательство теоремы об отрезках пересекающихся хорд можно провести в виде задачи:
Докажите, что если две хорды AB и CD окружности пересекаются в точке E, то $AE \cdot BE = CE \cdot DE$.
Предложить решить задачу самостоятельно, а затем обсудить ее решение. В тетрадях и на доске записать план-конспект доказательства теоремы</td></tr>
<tr><th colspan="3">IV этап. Закрепление изученного материала</th></tr>
<tr><td>Цель деятельности</td><td>Деятельность учителя</td><td>Деятельность учащихся</td></tr>
<tr><td>Совершенствовать навыки решения задач на применение теоремы о вписанном угле и ее следствий</td><td>(Ф/И)
Решить № 666 (а; б), 668, 670, 671 (а), 673.
У доски можно выполнить № 668, 670</td><td>**№ 668.**


Рис. 6
Дано: AB – диаметр, $CD \perp AB$, $CD \cap AB = K$.
Доказать: $CK = \sqrt{AK \cdot KB}$.
Доказательство:
1) Так как $CD \perp AB$, по аналогичным рассуждениям в предыдущей задаче $CK = KD$.
2) По свойству хорд: $AK \cdot KB = CK \cdot KD$, так как $CK = KD$,
то $AK \cdot KB = CK^2$; $CK = \sqrt{AK \cdot KB}$, что и требовалось доказать.

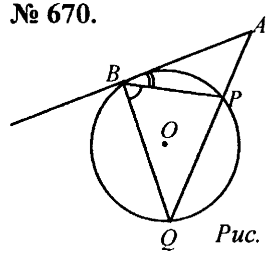
№ 670.


Рис. 7
Дано: AB – касательная, AQ – секущая.
Доказать: $AB^2 = AP \cdot AQ$.
Доказательство:
Рассмотрим ΔABP и ΔAQB: $\angle A$ – общий, $\angle B = \angle Q$. $\Delta ABP \sim \Delta AQB$ (по двум углам), следовательно, $\frac{AB}{AQ} = \frac{AP}{AB}$. По свойству пропорции, $AB^2 = AP \cdot AQ$, что и требовалось доказать</td></tr>
</table>

V этап. Итоги урока. Рефлексия	
Деятельность учителя	Деятельность учащихся
(Ф/И) – С какой теоремой познакомились на уроке? – Закончите фразу: • Было трудно… • Я выполнял задания… • Я понял, что… • Теперь я могу… • Я почувствовал, что… • Я приобрел… • Я научился… • У меня получилось… • Я смог… • Я попробую…	(И) Домашнее задание: вопросы 1–14, с. 187; № 666 (б), 667, 671

Урок 55. Тема: РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ ПО ТЕМЕ «ЦЕНТРАЛЬНЫЕ И ВПИСАННЫЕ УГЛЫ»

Цель деятельности учителя	Создать условия для систематизации теоретических знаний по теме «Центральные и вписанные углы»
Термины и понятия	Окружность, хорда, радиус, диаметр, дуга; хорда, стягивающая дугу окружности; вписанный угол

Планируемые результаты	
Предметные умения	**Универсальные учебные действия**
Умеют работать с геометрическим текстом, точно и грамотно излагать свои мысли в устной и письменной речи	*Познавательные:* умеют создавать, применять и преобразовывать знаково-символические средства, модели и схемы для решения учебных задач. *Регулятивные:* умеют самостоятельно ставить цели, выбирать и создавать алгоритмы для решения учебных математических задач. *Коммуникативные:* умеют организовывать учебное сотрудничество и совместную деятельность с учителем и сверстниками, работать в группах. *Личностные:* проявляют креативность мышления, инициативность, находчивость, активность при решении геометрических задач

Организация пространства	
Формы работы	Фронтальная (Ф); индивидуальная (И)
Образовательные ресурсы	• Учебник. • Задания для индивидуальной работы

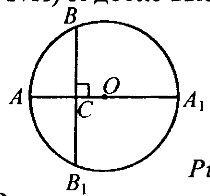
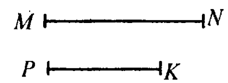
<table>
<tr><th colspan="3">I этап. Актуализация опорных знаний учащихся</th></tr>
<tr><th>Цель деятельности</th><th colspan="2">Совместная деятельность</th></tr>
<tr><td>Проверить правильность выполнения домашнего задания</td><td colspan="2">(Ф/И) К доске вызываются 2 ученика: первый готовит доказательство теоремы; второй – решение задачи № 667.


Рис. 1
Дано: A_1A – диаметр, $AA_1 \perp BB_1$, $AA_1 \cap BB_1 = O$, $AC = 4$ см, $CA_1 = 8$ см.
Найти: BB_1.
Решение:
1) Так как $AA_1 \perp BB_1$, то OC является высотой равнобедренного ΔBOB_1, а значит, OC – медиана, то есть $BC = CB_1$.
2) По свойству хорд: $AC \cdot CA_1 = BC \cdot CB_1$; $4 \cdot 8 = x \cdot x$; $x^2 = 32$, $x = 4\sqrt{2}$, $BC = 4\sqrt{2}$. Отсюда $BB_1 = 4\sqrt{2}$</td></tr>
<tr><th colspan="3">II этап. Решение задач</th></tr>
<tr><th>Цель деятельности</th><th>Деятельность учителя</th><th>Деятельность учащихся</th></tr>
<tr><td>1</td><td>2</td><td>3</td></tr>
<tr><td>Совершенствовать навыки решения задач</td><td>(Ф/И)
1. Решить задачу № 669.</td><td>

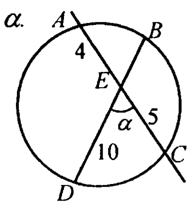
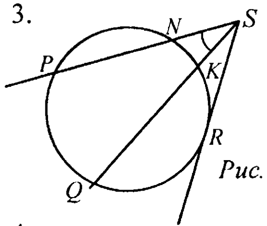
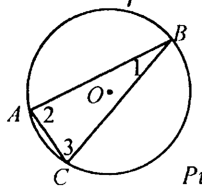
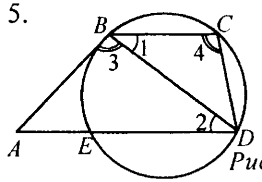
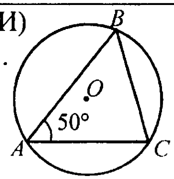
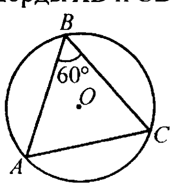
Построить отрезок $AB = \sqrt{MN \cdot PK}$.
Построение:
а) на прямой построить отрезок AB, равный сумме длин отрезков MN и PK;
б) построить середину отрезка AB – точку O;
в) построить окружность с центром в точке O и радиусом, равным AO;
г) построить перпендикуляр к отрезку AB через точку Q, лежащую на отрезке AB так, что $AQ = MN$, $BQ = PK$;
д) построить точку пересечения данного перпендикуляра с построенной окружностью – точку E; отрезок QE – искомый.</td></tr>
<tr><td></td><td>2. Решить задачи по готовым чертежам.
Найти: BE и α.


Рис. 2</td><td>2. После решения задачи обратить внимание: угол, вершина которого лежит внутри круга, измеряется полусуммой двух дуг, одна из которых заключена между его сторонами, а другая – между продолжениями сторон.
$\alpha = \frac{1}{2}(\cup AB + \cup CD)$</td></tr>
</table>

Продолжение табл.

<table>
<tr><th>1</th><th>2</th><th>3</th></tr>
<tr><td></td><td>3. 
Рис. 3
Дано: $SN = 4$ $SP = 9$ $SK = 3$
Найти: SR, SQ, a.</td><td>3. После решения задачи обратить внимание: угол, вершина которого лежит вне круга, измеряется полуразностью двух дуг, заключенных между его сторонами. $\alpha = \frac{1}{2}(\cup PQ - \cup NK)$.</td></tr>
<tr><td></td><td>4. 
Рис. 4
Дано: $\cup AC : \cup AB : \cup CB = 3 : 7 : 8$
Найти : $\angle 1$, $\angle 2$, $\angle 3$.</td><td>4. *Решение:*
$360° : 18 = 20°$
$\cup AC = 3 \cdot 20° = 60°$; $\cup AB = 7 \cdot 20° = 140°$, $\cup CB = 8 \cdot 20° = 160°$, значит,
$\angle 1 = 30°$, $\angle 2 = 80°$, $\angle 3 = 70°$.</td></tr>
<tr><td></td><td>5. 
Рис. 5</td><td>5. Окружность проходит через вершины B, C, D трапеции $ABCD$ (AD и BC – основания) и касается стороны AB в точке B.
Докажите, что $BD = \sqrt{BC \cdot AD}$.
Решение:
1) Так как $BC \parallel AD$, то $\angle 1 = \angle 2$.
2) $\angle 3 = \frac{1}{2}\cup BED$, $\angle 4 = \frac{1}{2}\cup BED$, значит, $\angle 3 = \angle 4$.
3) $\Delta ABD \sim \Delta BCD$ (по двум углам) $BD : BC = AD : BD$, $BD^2 = BC \cdot AD$, $BD = \sqrt{BC \cdot AD}$</td></tr>
<tr><td colspan="3">**III этап. Самостоятельная работа**</td></tr>
<tr><td>Цель деятельности</td><td colspan="2">Задания для самостоятельной работы</td></tr>
<tr><td>Совершенствовать навыки самостоятельной работы, самопроверки и самоконтроля</td><td colspan="2">(И)
Вариант I
1. 
Рис. 6
Дано: $\cup AB : \cup AC = 3 : 2$, $\angle A = 50°$.
Найти: $\angle B$, $\angle C$, $\angle BOC$.
2. Хорды AB и CD пересекаются в точке E. Найдите CD, если $AE = 4$ см, $BE = 9$ см, а длина CE в четыре раза больше длины DE.
Вариант II
1. 
Рис. 7
Дано: $\angle B = 60°$, $\cup AB : \cup BC = 7 : 5$.
Найти: $\angle A$, $\angle C$, $\angle AOC$.
2. Хорды MN и KP пересекаются в точке T. Найдите BN, если $AT = 6$ см, $PT = 8$ см, а длина MT в три раза меньше длины NT</td></tr>
</table>

Окончание табл.

IV этап. Итоги урока. Рефлексия	
Деятельность учителя	Деятельность учащихся
(Ф/И) – Оцените свою работу на уроке	(И) Домашнее задание: № 661, 663

Урок 56. Тема: СВОЙСТВО БИССЕКТРИСЫ УГЛА

Цель деятельности учителя	Создать условия для рассмотрения свойства биссектрисы угла и показать его применение при решении задач
Термины и понятия	Угол, биссектриса угла, равноудаленность

Планируемые результаты	
Предметные умения	**Универсальные учебные действия**
Имеют систематические знания о плоских фигурах и их свойствах	*Познавательные:* умеют создавать, применять и преобразовывать знаково-символические средства, модели и схемы для решения учебных задач; применять индуктивные и дедуктивные способы рассуждений, видеть различные стратегии решения задач. *Регулятивные:* принимают и сохраняют учебные задачи. *Коммуникативные:* умеют организовывать учебное сотрудничество и совместную деятельность с учителем и сверстниками. *Личностные:* проявляют креативность мышления, инициативность, находчивость, активность при решении геометрических задач

Организация пространства	
Формы работы	Фронтальная (Ф); индивидуальная (И)
Образовательные ресурсы	• Учебник. • Задания для индивидуальной работы

I этап. Актуализация опорных знаний учащихся	
Цель деятельности	Совместная деятельность
1	2
Составить план решения тех задач, с которыми учащиеся не справились в самостоятельной работе	(Ф) 1. Анализ ошибок, допущенных в самостоятельной работе. 1) Сообщить общие замечания и рекомендации по решению задач самостоятельной работы. 2) Составить план решения задач, с которыми не справилось большинство учащихся. 2. Проверка выполнения домашнего задания (№ 661, 663).

Продолжение табл.

<table>
<tr><td>1</td><td>2</td></tr>
<tr><td></td><td>

№ 661.

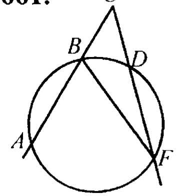


Рис. 1

Дано: AC, FC – секущие, $AF = 140°$, $BD = 52°$.
Найти: $\angle ACF$.

Решение:

1) $\angle ABF$ – вписанный, значит, $\angle ABF = \frac{1}{2}AF$, $\angle ABF = 70°$.

2) $\angle BFD$ – вписанный, значит, $\angle BFD = \frac{1}{2}BD$, $\angle BFD = 26°$.

3) В ΔBCF: $\angle F = 26°$, $\angle B = 180° - 70° = 110°$ (как смежный с $\angle ABF$), $\angle C = 180° - (110° + 26°) = 44°$.

Ответ: 44°.

№ 663.

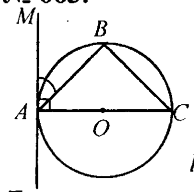


Рис. 2

Дано: AC – диаметр, Окр $(O; R)$, AB – хорда, AM – касательная, $\angle MAB < 90°$.
Доказать: $\angle MAB = \angle ACB$.

Доказательство:

1) ΔABC – прямоугольный, так как $\angle B = \frac{1}{2}AC = 90°$, $\angle C = 90° - \angle BAC$ (*).

2) Так как AM – касательная к окружности, то $AM \perp AC$, то есть $\angle MAB = 90° - \angle BAC$ (**).

3) Сравним (*) и (**), получим: $\angle C = \angle MAB$, что и требовалось доказать

</td></tr>
<tr><td colspan="2">II этап. Мотивация к деятельности</td></tr>
<tr><td>Цель деятельности</td><td>Постановка учебной задачи</td></tr>
<tr><td>Совершенствовать навык решения задач по готовым чертежам с целью подготовки учащихся к восприятию нового материала</td><td>

(Ф/И).
1. Доказать: $BC = DC$ *(рис. 3)*.
2. Доказать: точка M равноудалена от точек A и B *(рис. 4)*.
3. Доказать: AC – биссектриса $\angle BAD$ *(рис. 5)*

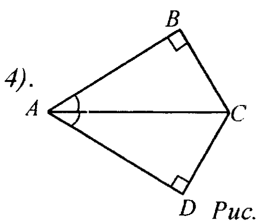


Рис. 3

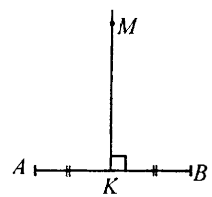


Рис. 4

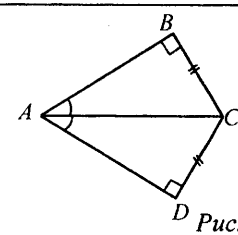
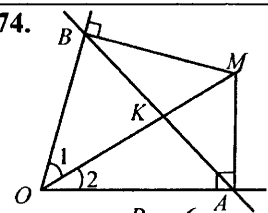
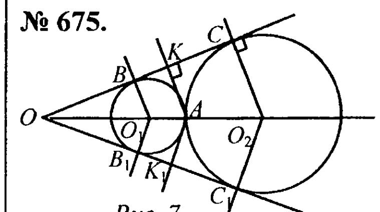


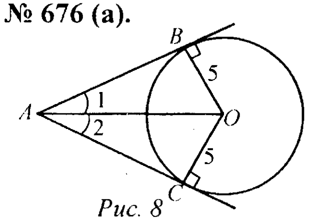
Рис. 5

</td></tr>
</table>

III этап. Изучение нового материала	
Цель деятельности	Совместная деятельность
Рассмотреть теорему о свойстве биссектрисы угла и ее следствие	**(Ф)** 1. Доказательство теоремы. 2. Доказательство следствия из теоремы. Изложить доказательства лучше самому учителю в виде небольшой лекции

IV этап. Закрепление изученного материала		
Цель деятельности	Деятельность учителя	Деятельность учащихся
1	2	3
Совершенствовать навыки решения задач	**(Ф/И)** Решить № 674, 675, 676 (а)	**№ 674.**  *Рис. 6* *Дано:* $\angle O$, OM – биссектриса, $MA \perp OA$, $MB \perp OB$. *Доказать:* $AB \perp OM$. *Доказательство:* 1) Рассмотрим ΔMOB и ΔMOA: OM – общая, $\angle 1 = \angle 2$ (по условию), следовательно, $\Delta MOB = \Delta MOA$ (по гипотенузе и острому углу). Значит, $OB = OA$, следовательно, ΔAOB – равнобедренный. 2) Рассмотрим ΔOBK и ΔOAK: $OB = OA$ (из п. 1), $\angle 1 = \angle 2$ (по условию), OK – общая, следовательно, $\Delta OBK = \Delta OAK$ (по двум сторонам и углу между ними), следовательно, $BK = KA$, значит, OK – медиана, тогда $OK \perp BA$ (свойство медианы равнобедренного треугольника), что и требовалось доказать. **№ 675.**  *Рис. 7* *Дано:* $\angle O$, Окр. $(O_1; R) \cap$ Окр. $(O_2; r) = A$. *Доказать:* $O_1, O_2 \in OA$. *Доказательство:* 1) Так как BC и B_1C_1 – касательные к окружностям, то $O_1B \perp BC$, $O_2C \perp BC$ и $O_1B_1 \perp B_1C_1$, $O_2C_1 \perp B_1C_1$. Значит, точки O_1 и O_2 лежат на биссектрисе $\angle O$ – свойство биссектрисы угла. 2) A лежит на биссектрисе, так как $AK = AK_1$ (свойство биссектрисы), что и требовалось доказать.

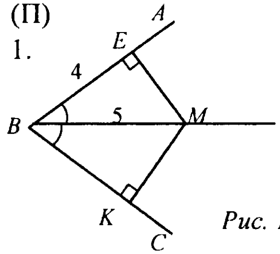
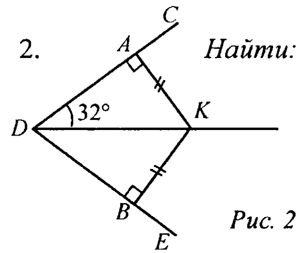
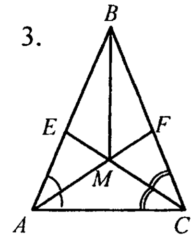
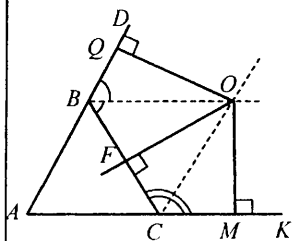
Окончание табл.

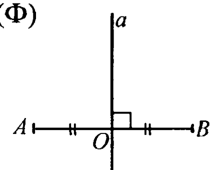
1	2	3
		№ 676 (а).  *Рис. 8* *Краткое решение:* $OB = OC = r = 5$ см, $OB \perp AB$, $OC \perp AC$ по свойству касательной. Таким образом, AO – биссектриса $\angle BAC$, то есть $\angle 1 = \angle 2 =$ $= 30°$. Следовательно, $AO = 2OB = 10$ (см). О т в е т: 10 см
IV этап. Итоги урока. Рефлексия		
Деятельность учителя		Деятельность учащихся
(Ф/И) – Что нового узнали о биссектрисе угла? – Составьте синквейн к уроку		(И) Домашнее задание: вопросы 15, 16, с. 187; № 676 (б), 778 (а)

У р о к 57. Тема: СЕРЕДИННЫЙ ПЕРПЕНДИКУЛЯР

Цель деятельности учителя	Создать условия для введения понятия серединного перпендикуляра и рассмотрения теоремы о серединном перпендикуляре; показать применение теоремы о серединном перпендикуляре при решении задач	
Термины и понятия	Серединный перпендикуляр, равноудаленность	
Планируемые результаты		
Предметные умения		**Универсальные учебные действия**
Имеют систематические знания о плоских фигурах и их свойствах		*Познавательные:* умеют создавать, применять и преобразовывать знаково-символические средства, модели и схемы для решения учебных задач, применять индуктивные и дедуктивные способы рассуждений, видеть различные стратегии решения задач. *Регулятивные:* принимают и сохраняют цели и задачи учебной деятельности. *Коммуникативные:* умеют организовывать учебное сотрудничество и совместную деятельность с учителем и сверстниками. *Личностные:* проявляют креативность мышления, инициативность, находчивость, активность при решении геометрических задач
Организация пространства		
Формы работы	Фронтальная (Ф); парная (П); индивидуальная (И)	
Образовательные ресурсы	• Учебник. • Задания для парной работы	
I этап. Актуализация опорных знаний учащихся		
Цель деятельности	Совместная деятельность	
Проверить домашнее задание	(Ф) Теоретический опрос. 1) Сформулировать и доказать теорему о биссектрисе угла. 2) Сформулировать и доказать теорему, обратную теореме о биссектрисе угла. 3) Сформулировать и доказать следствие из теоремы о биссектрисе угла	

Окончание табл.

II этап. Мотивация к деятельности	
Цель деятельности	Постановка учебной задачи
Совершенствовать навык решения задач по готовым чертежам с целью подготовки учащихся к восприятию нового материала	(П) 1.  *Рис. 1* *Дано:* $BE = 4$, $BM = 5$. *Найти:* MK. 2.  *Рис. 2* *Найти:* $\angle ADB$. 3.  *Рис. 3* *Дано:* $AB = BC$. *Доказать:* $BM \perp AC$. **(Ф) № 677.**  *Рис. 4* *Дано:* ΔABC; BO, CO – биссектрисы. *Доказать:* O – центр окружности; AB, AC и BC – ее касательные. *Доказательство:* 1) Так как BO – биссектриса $\angle CBD$, то $OQ \perp BD$ и $OF \perp BC$ равны по свойству биссектрисы угла. 2) Так как CO – биссектриса $\angle BCK$, то $OF \perp BC$ и $OM \perp CK$ равны по свойству биссектрисы угла. 3) Вывод: $OQ = OF$ (из п. 1), $OF = OM$ (из п. 2), следовательно, $OQ = OF = OM$ – радиусы окружности с центром в точке O, а AB, BC, AC – касательные (по определению)

III этап. Изучение нового материала	
Цель деятельности	Совместная деятельность
Ввести понятие серединного перпендикуляра и доказать сопутствующую теорему	(Ф)  *Рис. 5* 1. Ввести понятие серединного перпендикуляра, используя рисунок на доске. 2. Доказать теорему о свойстве серединного перпендикуляра. 3. Доказать следствие из этой теоремы. *(Доказательство теоремы о серединном перпендикуляре к отрезку и следствия из нее желательно изложить учителю.)*

IV этап. Закрепление изученного материала		
Цель деятельности	Деятельность учителя	Деятельность учащихся
Совершенствовать навыки решения задач	(Ф) Решить № 679 (б), 680, 682	

IV этап. Итоги урока. Рефлексия	
Деятельность учителя	Деятельность учащихся
(Ф/И) – Какое новое понятие узнали на уроке? – Сформулируйте 3 вопроса по сегодняшней теме	(И) Домашнее задание: 679 (а), 681, 686 *(решена в учебнике)*

Урок 58. Тема: ТЕОРЕМА О ТОЧКЕ ПЕРЕСЕЧЕНИЯ ВЫСОТ ТРЕУГОЛЬНИКА

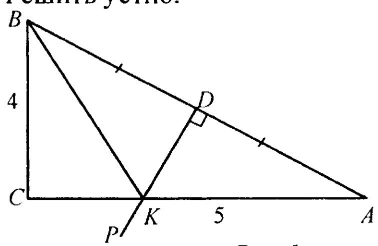
<table>
<tr><td>Цель деятельности учителя</td><td colspan="2">Создать условия для рассмотрения теоремы о точке пересечения высот треугольника и показать ее применение при решении задач</td></tr>
<tr><td>Термины и понятия</td><td colspan="2">Высота треугольника, точка пересечения высот треугольника</td></tr>
<tr><td colspan="3">Планируемые результаты</td></tr>
<tr><td colspan="2">Предметные умения</td><td>Универсальные учебные действия</td></tr>
<tr><td colspan="2">Имеют систематические знания о плоских фигурах и их свойствах</td><td>Познавательные: умеют понимать и использовать математические средства наглядности для иллюстрации, интерпретации, аргументации; применять индуктивные и дедуктивные способы рассуждений, видеть различные стратегии решения задач.
Регулятивные: принимают и сохраняют учебные задачи.
Коммуникативные: умеют организовывать учебное сотрудничество и совместную деятельность с учителем и сверстниками.
Личностные: проявляют креативность мышления, инициативность, находчивость, активность при решении геометрических задач</td></tr>
<tr><td colspan="3">Организация пространства</td></tr>
<tr><td>Формы работы</td><td colspan="2">Фронтальная (Ф); индивидуальная (И)</td></tr>
<tr><td>Образовательные ресурсы</td><td colspan="2">• Учебник.
• Задания для фронтальной, индивидуальной работы</td></tr>
<tr><td colspan="3">I этап. Актуализация опорных знаний учащихся</td></tr>
<tr><td>Цель деятельности</td><td colspan="2">Совместная деятельность</td></tr>
<tr><td>Проверить выполнение домашней работы</td><td colspan="2">(Ф) Решить устно.
1.


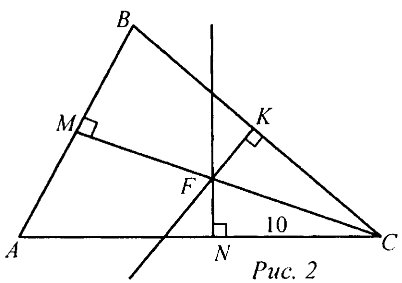
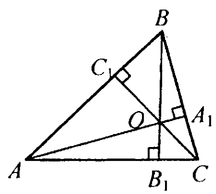
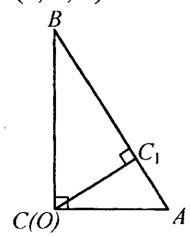
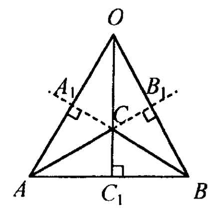
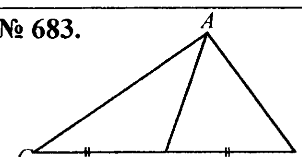
Рис. 1
Найти: P_{BKC}, P_{ABC}.
Решение:
1) В ΔABK DK – серединный перпендикуляр $\Rightarrow BK = AK = 5$.
2) ΔBCK – египетский $\Rightarrow CK = 3$.
3) $CP = KD = 3 \Rightarrow DA = BD = 4$.
4) $P_{BKC} = 3 + 4 + 5 = 12$, $P_{ABC} = 4 + 8 + 8 = 20$.
Ответ: 12, 20.
2.


Рис. 2
Дано: FK, FN серединные перпендикуляры. $AB = 16$, $CF = 10$.
Найти: расстояние от точки F до стороны AB.
Решение:
1. FK, FN серединные перпендикуляры $\Rightarrow$ MC также серединный перпендикуляр $\Rightarrow$
$\Rightarrow AM = BM = 8$.
2. $FC = 10 \Rightarrow FB = AF = 10$.
3. В ΔMFA: $FA = 10$, $AM = 8 \Rightarrow MF = 6$.
Ответ: 6.</td></tr>
</table>

II этап. Мотивация изучения новой темы	
Цель деятельности	Постановка учебной задачи
Доказать теорему о точке пересечения высот треугольника	(Ф) – Какие элементы треугольника пересекаются в одной точке? *(Биссектрисы треугольника, серединные перпендикуляры к сторонам треугольника, медианы треугольника.)* – В каком треугольнике совпадают точка пересечения биссектрис, точка пересечения медиан, точка пересечения серединных перпендикуляров? *(В равностороннем.)* – Как вы думаете, пересекаются ли высоты треугольника в одной точке? *(Варианты ответов: а) да; б) только в остроугольном; в) в остроугольном и прямоугольном.)* В ходе обсуждения выполнить рис. 3 (а, б, в).  *Рис. 3а*  *Рис. 3б*  *Рис. 3в* O – точка пересечения высот ΔABC или их продолжений. 1. Сформулировать и доказать теорему о точке пересечения высот треугольника. ***Теорема.*** Высоты треугольника (или их продолжения) пересекаются в одной точке. *(Доказать может сам учитель; можно предложить учащимся разобрать самостоятельно.)* 2. Ввести понятие четырех замечательных точек треугольника. ***Четыре замечательные точки треугольника:*** 1) Точка пересечения медиан треугольника. 2) Точка пересечения биссектрис треугольника. 3) Точка пересечения серединных перпендикуляров. 4) Точка пересечения высот треугольника

III этап. Закрепление изученного материала		
Цель деятельности	Деятельность учителя	Деятельность учащихся
1	2	3
Применение теоремы при решении задач	(Ф/И) 1. Решить № 683 и 685 у доски и в тетрадях.	**№ 683.**  *Рис. 4* *Дано:* ΔABC, $AB \neq AC$, AM – медиана. *Доказать:* AM не $\perp$ BC.

Продолжение табл.

<table>
<tr><th>1</th><th>2</th><th>3</th></tr>
<tr><td></td><td>

2. Решить № 684, 688</td><td>

Доказательство:

1) Примем $AM \perp BC$, следовательно, получим: ΔAMC и ΔAMB; AM – общая, $CM = MB$ (по условию), следовательно, $\Delta AMC = \Delta AMB$ (по двум катетам), следовательно, $AC = AB$, что противоречит условию $AB \neq AC$.

2) Значит, наше предположение неверно, а верно AM не $\perp BC$, что и требовалось доказать.

№ 685.

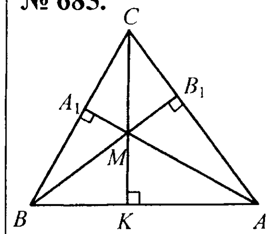


Рис. 5

Дано: ΔABC, $AA_1 \cap BB_1 = M$, $AC = BC$, $BB_1 \perp AC$, $AA_1 \perp BC$.

Доказать: $CM \perp BA$, $BK = KA$.

Доказательство:

1) Так как $AA_1 \cap BB_1 = M$, то $CM \perp AB$ (замечательное свойство треугольника).

2) ΔBCK и ΔACK: CK – общая, $BC = AC$ (по условию), следовательно, $\Delta BCK = \Delta ACK$ (по катету и гипотенузе), следовательно, $BK = KA$, что и требовалось доказать.

№ 684.

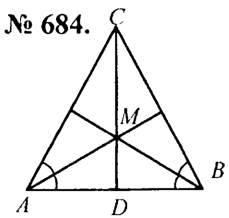


Рис. 6

Краткое решение:

Биссектрисы углов треугольника пересекаются в одной точке, следовательно, CM – биссектриса $\angle ACB$. Пусть $CM \cap AB = D$. Тогда CD – биссектриса, проведенная к основанию равнобедренного треугольника $\Rightarrow CD$ – высота, то есть $CD \perp AB$, значит, $CM \perp AB$.

№ 688.

Построение:

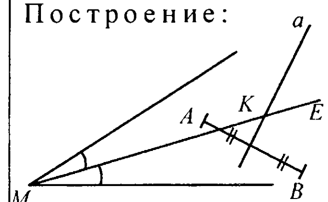


Рис. 7

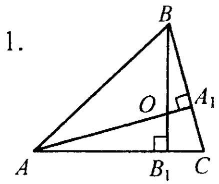
1) Построить биссектрису ME угла M.

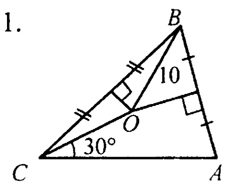
2) Построить серединный перпендикуляр к отрезку AB – прямую a.

3) $a \cap ME = K$. K – искомая точка

</td></tr>
</table>

Окончание табл.

<table>
<tr><th colspan="2">IV этап. Итоги урока. Рефлексия</th></tr>
<tr><th>Деятельность учителя</th><th>Деятельность учащихся</th></tr>
<tr><td>(Ф/И)
– Назовите четыре замечательные точки треугольника.
– Оцените свою работу</td><td>(И) Домашнее задание.
Вариант I
1. 

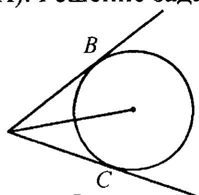
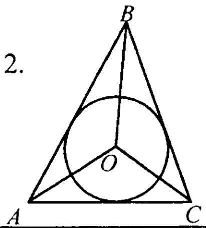
Дано: $\angle CAB = 42°$.
Найти: $\angle ACO$.
2. В треугольнике MNK биссектрисы пересекаются в точке O. Расстояние от точки O до стороны $MN = 6$ см, $NK = 10$ см. Найдите площадь треугольника NOK.
Вариант II
1. 

Найти: расстояние от точки O до стороны AC.
2. В треугольнике MNK медианы MP и NE пересекаются в точке O и равны 12 и 15 см соответственно. Найдите площадь треугольника MOE, если $MP \perp NE$</td></tr>
</table>

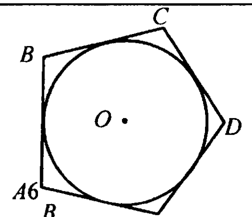
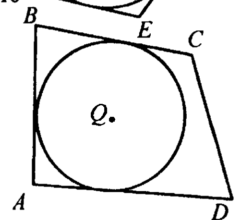
Урок 59. Тема: ВПИСАННАЯ ОКРУЖНОСТЬ

<table>
<tr><td>Цель деятельности учителя</td><td colspan="2">Создать условия для введения понятий вписанной и описанной окружностей, доказательства теоремы об окружности, вписанной в треугольник</td></tr>
<tr><td>Термины и понятия</td><td colspan="2">Окружность, вписанная в треугольник</td></tr>
<tr><th colspan="3">Планируемые результаты</th></tr>
<tr><th colspan="2">Предметные умения</th><th>Универсальные учебные действия</th></tr>
<tr><td colspan="2">Владеют базовым понятийным аппаратом по основным разделам содержания</td><td>Познавательные: осознанно владеют логическими действиями определения понятий, обобщения, установления аналогий; умеют применять индуктивные и дедуктивные способы рассуждений, видеть различные стратегии решения задач.
Регулятивные: принимают и сохраняют цели и задачи учебной деятельности.
Коммуникативные: умеют формулировать, аргументировать и отстаивать свое мнение.
Личностные: проявляют креативность мышления, инициативность, находчивость, активность при решении геометрических задач</td></tr>
</table>

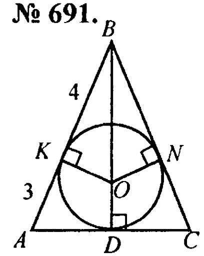
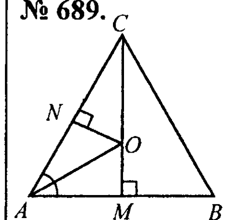
Продолжение табл.

Организация пространства	
Формы работы	Фронтальная (Ф); индивидуальная (И)
Образовательные ресурсы	• Учебник. • Задания для индивидуальной работы
I этап. Актуализация опорных знаний учащихся	
Цель деятельности	Совместная деятельность
Проверить выполнение домашнего задания	(Ф/И). Анализ домашней проверочной работы. О т в е т ы к задачам проверочной работы: **Вариант I** — 1. 48°. 2. 30 см^2. **Вариант II** — 1. 5. 2. 20 см^2
II этап. Мотивация к деятельности	
Цель деятельности	Постановка учебной задачи
Совершенствовать навык решения задач с целью подготовки к восприятию нового материала	(Ф/И). Решение задач на готовых чертежах. 1.  *Рис. 1* *Дано:* AB, AC – касательные, B, C – точки касания. $\angle BAC = 56°$, $OC = 4$ см. *Найти:* $\angle OAB$, OB. 2.  *Рис. 2* *Дано:* AB, BC, AC – касательные, $\angle BOC = 120°$, $\angle ABO = 25°$, $\angle AOC = 115°$. *Найти:* углы треугольника AOB. *Доказать:* O – точка пересечения биссектрис ΔABC
III этап. Изучение новой темы	
Цель деятельности	Совместная деятельность
1	2
Ввести понятие вписанной окружности и доказать теорему о вписанной окружности	(Ф) Материал предлагается учителем в виде лекции. 1. Ввести понятие окружности, вписанной в многоугольник. ***Определение.*** Если все стороны многоугольника касаются окружности, то окружность называется вписанной в многоугольник, а многоугольник – описанным около этой окружности.

Продолжение табл.

1	2
	 *Рис. 3* $ABCDE$ – описанный около окружности с центром O пятиугольник. Окружность с центром O вписана в пятиугольник $ABCDE$. AB, BC, CD, DE, AE касаются окружности.  *Рис.4* Окружность с центром Q не вписана в четырехугольник $ABCD$, так как CD не касается окружности. 2. Формулировка и доказательство теоремы об окружности, вписанной в треугольник. ***Теорема.*** В любой треугольник можно вписать окружность. Для доказательства теоремы можно предложить учащимся самостоятельно решить задачу на построение, а затем обсудить варианты решений

IV этап. Закрепление изученного материала

Цель деятельности	Деятельность учителя	Деятельность учащихся
1	2	3
Совершенствовать навыки решения задач	(Ф/И) Выполнить № 701 (для остроугольного треугольника), 689, 691	**№ 691.**  *Рис.5* *Краткое решение:* Так как AB, BC, AC – касательные, K, N, D – точки касания, то $AK = AD$, $CD = CN$, $BK = BN$. Так как $AB = BC$, то $CN = CD = 3$ см $\Rightarrow$ $\Rightarrow P_{ABC} = 3 \cdot 4 + 4 \cdot 2 = 20$ см. О т в е т: 20 см. **№ 689.**  *Рис.6* *Решение:* 1) Центр O вписанной окружности искомого радиуса r лежит на биссектрисе CM треугольника ABC, а так как $CM \perp AB$, то вписанная окружность касается отрезка AB в точке M. Поэтому $OM = r$. Обсудить с учащимися различные способы решения этой задачи.

Окончание табл.

1	2	3
		Способ 1. 1) $AM = \frac{1}{2}AB = 5$ см. 2) M и N – точки касания, следовательно, $AN = AM = 5$ см, откуда $CN = AC - AN = 8$ см. 3) В ΔACM: $CM = \sqrt{AC^2 - AM^2} = 12$ (см). 4) В ΔCON: $CO^2 = CN^2 + ON^2$, то есть $(12 - r)^2 = 8^2 + r^2$; $144 - 24r + r^2 = 64 + r^2$. $r = 3\frac{1}{3}$ $OM = ON = 3\frac{1}{3}$ см. Способ 2. 1) В ΔACM: $AM = \frac{1}{2}AB = 5$ см. $CM = \sqrt{AC^2 - AM^2} = 12$ (см). 2) Отрезок AO – биссектриса треугольника AMC (так как O – центр вписанной окружности), поэтому $\frac{OM}{OC} = \frac{AM}{AC}$ или $\frac{r}{12 - r} = \frac{5}{13}$; $13r = 60 - 5r$, $r = 3\frac{1}{3}$ $OM = ON = 3\frac{1}{3}$ см

V этап. Итоги урока. Рефлексия

Деятельность учителя	Деятельность учащихся
(Ф/И). – Задайте три вопроса по изученной теме. – Оцените свою работу	(И) Домашнее задание: вопросы 21, 22, с. 188; № 701 (для прямоугольного и тупоугольного треугольников), 690, 693 (а, б)

У р о к 60. Тема: СВОЙСТВО ОПИСАННОГО ЧЕТЫРЕХУГОЛЬНИКА

<table>
<tr><td>Цель деятельности учителя</td><td colspan="2">Создать условия для выведения свойства описанного четырехугольника и совершенствовать навыки решения задач с использованием свойства описанного четырехугольника</td></tr>
<tr><td>Термины и понятия</td><td colspan="2">Окружность, вписанная в четырехугольник; описанный четырехугольник</td></tr>
<tr><td colspan="3">Планируемые результаты</td></tr>
<tr><td colspan="2">Предметные умения</td><td>Универсальные учебные действия</td></tr>
<tr><td colspan="2">Владеют базовым понятийным аппаратом по основным разделам содержания</td><td>Познавательные: осознанно владеют логическими действиями определения понятий, обобщения, установления аналогий; умеют применять индуктивные и дедуктивные способы рассуждений, видеть различные стратегии решения задач.
Регулятивные: принимают и сохраняют цели и задачи учебной деятельности.
Коммуникативные: формулируют, аргументируют и отстаивают свое мнение.
Личностные: проявляют креативность мышления, инициативность, находчивость, активность при решении геометрических задач</td></tr>
<tr><td colspan="3">Организация пространства</td></tr>
<tr><td>Формы работы</td><td colspan="2">Фронтальная (Ф); индивидуальная (И)</td></tr>
<tr><td>Образовательные ресурсы</td><td colspan="2">• Учебник.
• Задания для индивидуальной работы</td></tr>
<tr><td colspan="3">I этап. Актуализация опорных знаний учащихся</td></tr>
<tr><td>Цель деятельности</td><td colspan="2">Задания для индивидуальной работы</td></tr>
<tr><td>Проверить выполнение домашнего задания</td><td colspan="2">(И) 1. Тест с последующей самопроверкой (см. Ресурсный материал).
2. Вызываются несколько учеников, которые на доске показывают решение домашних задач</td></tr>
<tr><td colspan="3">II этап. Мотивация к изучению новой темы</td></tr>
<tr><td>Цель деятельности</td><td colspan="2">Постановка учебной задачи</td></tr>
<tr><td>Совершенствовать навыки решения задач на готовых чертежах</td><td colspan="2">(Ф/И) Решить устно.

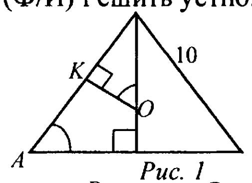


Рис. 1

Найти: радиус окружности, вписанной в треугольник со сторонами 10 см, 10 см, 12 см.

О т в е т: $R = 3$ см.

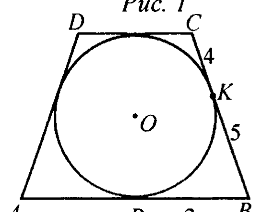
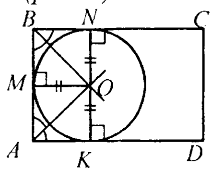
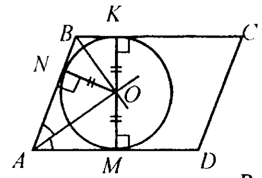
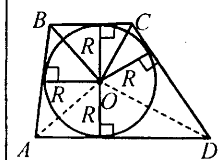


Рис. 2

Дано: ABCD – равнобедренная трапеция.
Найти: DC и AB.

О т в е т: $DC = 8$, $AB = 10$</td></tr>
</table>

III этап. Изучение нового материала	
Цель деятельности	Совместная деятельность
Рассмотреть свойство описанного четырехугольника	(Ф/И) 1. Объяснить, что не во всякий четырехугольник можно вписать окружность, на примерах: а) прямоугольника *(рис. 3)*; б) параллелограмма *(рис. 4)*.  *Рис. 3*  *Рис. 4* 2. Сформулировать свойство описанного четырехугольника и предложить учащимся доказать его самостоятельно, а затем заслушать и обсудить варианты доказательств. ***Теорема.*** В любом описанном четырехугольнике суммы противоположных сторон равны. 3. Задание для учащихся: сформулировать утверждение, обратное свойству описанного четырехугольника, и выяснить его справедливость *(см. задачу № 724)*

IV этап. Закрепление изученного материала		
Цель деятельности	Деятельность учителя	Деятельность учащихся
Совершенствовать навыки решения задач	(Ф) 1. На доске и в тетради разобрать решение задачи № 697. (И) 2. Провести самостоятельную работу обучающего характера. **Вариант I** 1. В равносторонний треугольник вписана окружность радиусом 4 см. Найдите сторону треугольника. 2. Четырехугольник $ABCD$ описан около окружности. Найдите стороны AB и CD, если $BC = 6$ см, $AD = 9$ см, AB в два раза больше, чем CD. **Вариант II** 1. В равносторонний треугольник со стороной 8 см вписана окружность. Найдите радиус окружности. 2. Четырехугольник $ABCD$ описан около окружности. Найдите стороны BC и AD, если $AB = 1$ см, $CD = 11$ см, BC в 2 раза меньше AD	**№ 697.**  *Рис. 5* *Дано:* $ABCD$ – описанный четырехугольник. *Доказать:* $S_{ABCD} = \frac{1}{2}P_{ABCD} \cdot R$. *Доказательство:* $S_{ABCD} = S_{ABO} + S_{BOC} + S_{COD} + S_{AOD}$ $S_{ABCD} = \frac{1}{2}AB \cdot R + \frac{1}{2}BC \cdot R + \frac{1}{2}CD \cdot R + \frac{1}{2}AD \cdot R = \frac{1}{2}R\,(AB +$ $+ BC + CD + AD) = \frac{1}{2}P_{ABCD} \cdot R$. **Самостоятельная работа** **Вариант I** 1. $8\sqrt{3}$ см. 2. $AB = 10$ см, $CD = 5$ см. **Вариант II** 1. $\frac{4\sqrt{3}}{3}$ см. 2. $BC = 6$ см, $AD = 12$ см

V этап. Итоги урока. Рефлексия	
Деятельность учителя	Деятельность учащихся
(Ф/И) – Закончите предложения. • Чтобы в четырехугольник вписать окружность… • Чтобы найти площадь описанного четыреугольника… – Оцените свою работу	(И) Домашнее задание: № 696, 697, 698 -

Ресурсный материал

Тест

Вариант I

1. Центр вписанной в треугольник окружности совпадает с точкой пересечения его...

а) медиан;

б) биссектрис;

в) серединных перпендикуляров.

2. Центр вписанной в треугольник окружности равноудален от...

а) сторон;

б) углов;

в) вершин треугольника.

3. Центр вписанной в треугольник окружности является точкой пересечения его медиан. Этот треугольник...

а) прямоугольный;

б) равнобедренный;

в) равносторонний.

4. Окружность называется вписанной в многоугольник, если...

а) все его стороны касаются окружности;

б) все его вершины лежат на окружности;

в) все его стороны имеют общие точки с окружностью.

Вариант II

1. Радиус вписанной в треугольник окружности равен расстоянию от центра окружности до...

а) сторон треугольника;

б) вершин треугольника;

в) углов треугольника.

2. Центр вписанной в равнобедренный треугольник окружности может лежать...

а) на любой из его высот;

б) одной из его медиан;
в) любом из его серединных перпендикуляров.

3. Центр вписанной в треугольник окружности является точкой пересечения его биссектрис. Этот треугольник может быть...
а) произвольным;
б) только равносторонним;
в) только прямоугольным.

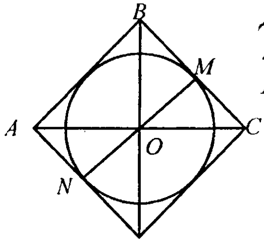
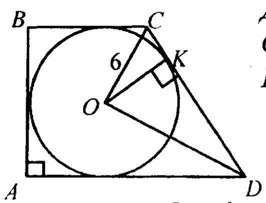
4. Многоугольник называется описанным около окружности, если...
а) окружность имеет общие точки с его сторонами;
б) окружность проходит через его вершины;
в) окружность касается всех его сторон.

Ответы к тесту	1	2	3	4
Вариант I	б	а	в	а
Вариант II	а	б	а	в

Урок 61. Тема: ОПИСАННАЯ ОКРУЖНОСТЬ

Цель деятельности учителя	Создать условия для введения понятий описанной около многоугольника окружности и вписанного в окружность многоугольника; рассмотреть теорему об окружности, описанной около треугольника, и показать ее применение при решении задач
Термины и понятия	Описанная окружность около треугольника, вписанный треугольник
Планируемые результаты	
Предметные умения	**Универсальные учебные действия**
Владеют базовым понятийным аппаратом по основным разделам содержания	*Познавательные:* осознанно владеют логическими действиями определения понятий, обобщения, установления аналогий; умеют применять индуктивные и дедуктивные способы рассуждений, видеть различные стратегии решения задач. *Регулятивные:* принимают и сохраняют цели и задачи учебной деятельности. *Коммуникативные:* умеют формулировать, аргументировать и отстаивать свое мнение. *Личностные:* проявляют креативность мышления, инициативность, находчивость, активность при решении геометрических задач
Организация пространства	
Формы работы	Фронтальная (Ф); индивидуальная (И)
Образовательные ресурсы	• Учебник. • Задания для фронтальной работы

Окончание табл.

I этап. Актуализация опорных знаний учащихся		
Цель деятельности	Деятельность учителя	Деятельность учащихся
Проверить домашнее задание	(Ф) Решите устно.  *Рис. 1* *Дано:* $ABCD$ – ромб, $BD = 32$, $BC = 20$. *Найти:* r.	1. *Решение:* 1) Из ΔBOC по теореме Пифагора $OC^2 = BC^2 - OB^2 = 400 - 256 = 144$, $OC = 12$. 2) $S_{ABCD} = \frac{1}{2} BD \cdot AC = 32 \cdot 12 = 384$. 3) $S_{ABCD} = BC \cdot NM = 20 \cdot MN$; $384 = 20MN$; $MN = 19{,}2$. 4) $2r = MN$, $r = 9{,}6$.
	 *Рис. 2* *Дано:* $ABCD$ – трапеция, $CO = 6$, $OD = 8$. *Найти:* S_{ABCD}	2. *Решение:* 1) ΔCOD – прямоугольный, $CD = 10$. 2) $S_{OCD} = 24$. 3) $S_{OCD} = 5 \cdot OK$; $5 \cdot OK = 24$; $OK = 4{,}8$; $AB = 9{,}6$. 4) $AB + CD = BC + AD = 9{,}6 + 10 = 19{,}6$. 5) $S_{ABCD} = 9{,}6 \cdot 9{,}8 = 94{,}08$
II этап. Изучение новой темы		
Цель деятельности	Совместная деятельность	
Ввести понятие окружности, описанной около многоугольника	(Ф) 1. Ввести понятия окружности, описанной около многоугольника, и многоугольника, вписанного в окружность. 2. Доказать теорему об окружности, описанной около треугольника	
III этап. Закрепление изученного материала		
Цель деятельности	Деятельность учителя	Деятельность учащихся
Совершенствовать навыки решения задач	(Ф/И) Решить задачи № 702 (а), 703, 704, 705 (а), 706	
IV этап. Итоги урока. Рефлексия		
Деятельность учителя		Деятельность учащихся
(Ф/И) – Оцените свою работу на уроке. – Составьте синквейн		(И) Домашнее задание: № 702 (б), 705 (б), 707, 711

Урок 62. Тема: СВОЙСТВО ВПИСАННОГО ЧЕТЫРЕХУГОЛЬНИКА

Цель деятельности учителя	Создать условия для рассмотрения свойства вписанного четырехугольника и показать его применение при решении задач
Термины и понятия	Описанная около четырехугольника окружность, вписанный четырехугольник

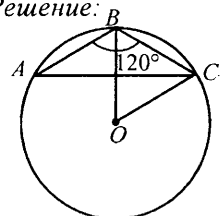
Планируемые результаты

Предметные умения	**Универсальные учебные действия**
Владеют базовым понятийным аппаратом по основным разделам содержания	*Познавательные:* осознанно владеют логическими действиями определения понятий, обобщения, установления аналогий; умеют применять индуктивные и дедуктивные способы рассуждений, видеть различные стратегии решения задач. *Регулятивные:* принимают и сохраняют цели и задачи учебной деятельности. *Коммуникативные:* формулируют, аргументируют и отстаивают свое мнение. *Личностные:* проявляют креативность мышления, инициативность, находчивость, активность при решении геометрических задач

Организация пространства

Формы работы	Фронтальная (Ф); парная (П); индивидуальная (И); групповая (Г)
Образовательные ресурсы	• Учебник

I этап. Актуализация опорных знаний учащихся

Цель деятельности	Совместная деятельность
Проверить домашнее задание	(Ф) К доске вызвать двоих учеников и проверить выполнение домашнего задания. **№ 707.** *Решение:*  *Рис. 1* В ΔABC $\angle A = \angle C = (180° - 120°) : 2 = 30°$. Тогда $\cup BC = 60° \Rightarrow \angle BOC = 60° \Rightarrow \Delta OBC$ – равносторонний $\Rightarrow$ $\Rightarrow OB = OC = r = 8$ см $\Rightarrow$ диаметр равен 16 см. Ответ: 16 см. **№ 711.** *Решение:* Центр описанной около треугольника окружности совпадает с точкой пересечения его серединных перпендикуляров, а радиус окружности равен расстоянию от центра окружности до любой из вершин треугольника. В прямоугольном треугольнике центр описанной около него окружности совпадает с серединой гипотенузы, а радиус равен половине гипотенузы

Продолжение табл.

<table>
<tr><th colspan="2">II этап. Решение задач по готовым чертежам</th></tr>
<tr><th>Цель деятельности</th><th>Совместная деятельность</th></tr>
<tr><td>Повторить изученный материал и подготовить учащихся к восприятию новой темы</td><td>

(Ф).

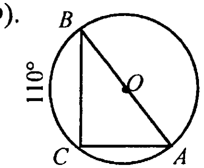
1. 

Рис. 2

Найти: $\angle B$.

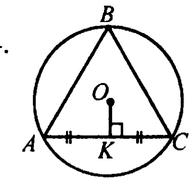
4. 

Рис. 5

Дано: ΔABC – равносторонний.
$OK = 3$.
Найти: AB.

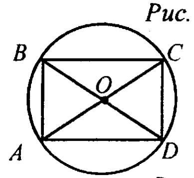
2. 

Рис. 3

Дано: $AB : BC = 1 : 2$; $AC = 5\sqrt{5}$.
Доказать: $ABCD$ – прямоугольник.
Найти: AB, BC.

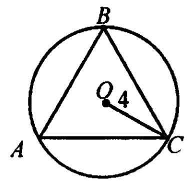
5. 

Рис. 6

Дано: ΔABC – равносторонний,
Найти: AB.

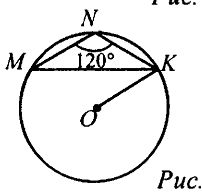
3. 

Рис. 4

Дано: $MN = NK = 4$.
Найти: OK.

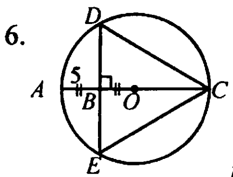
6. 

Рис. 7

Найти: DC.

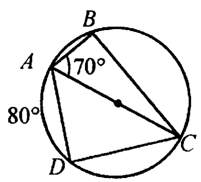
7. 

Рис. 8

Найти: углы четырехугольника $ABCD$.

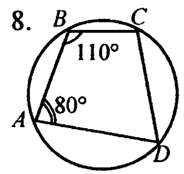
8. 

Рис. 9

Найти: $\angle C$, $\angle D$.

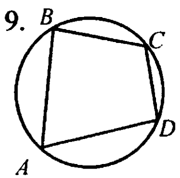
9. 

Рис. 10

Найти: $\angle A + \angle C$.

Ответы: 1. $\angle B = 35°$; 2. $AB = 5$, $BC = 10$; 3. $OK = 4$; 4. $AB = 6\sqrt{3}$ см; 5. $AB = 4\sqrt{3}$; 6. $DC = 10\sqrt{3}$; 7. $\angle B = \angle D = 90°$, $\angle BAD = 120°$, $\angle BCD = 60°$; 8. $\angle C = 100°$, $\angle D = 70°$; 9. $\angle A + \angle C = 180°$

</td></tr>
<tr><th colspan="2">III этап. Изучение нового материала</th></tr>
<tr><th>Цель деятельности</th><th>Совместная деятельность</th></tr>
<tr><td>1</td><td>2</td></tr>
<tr><td>Рассмотреть свойство вписанного четырехугольника</td><td>(Ф). 1. Объяснить, что около четырехугольника не всегда можно описать окружность, на примерах ромба, параллелограмма, не являющихся квадратом и прямоугольником соответственно.
2. Для доказательства теоремы о свойстве вписанного четырехугольника учащимся можно предложить самостоятельно решить задачу с последующим обсуждением.
Задача: Докажите, что в любом вписанном четырехугольнике сумма противоположных углов равна 180°.</td></tr>
</table>

Окончание табл.

1	2
	3. Для доказательства утверждения, обратного свойству вписанного четырехугольника, предложить задание: Сформулируйте утверждение, обратное свойству вписанного четырехугольника, и выясните его истинность *(можно по учебнику)*. ***Теорема.*** Если сумма противолежащих углов четырехугольника равна 180°, то около него можно описать окружность
IV этап. Закрепление изученного материала	
Цель деятельности	Задания для самостоятельной работы
Совершенствовать навыки решения задач	(Ф) 1. Решить № 708 (а), 710. (И) 2. Выполнить самостоятельную работу. **Вариант I** Центр описанной окружности лежит на высоте равнобедренного треугольника и делит высоту на отрезки 5 см и 13 см. Найдите площадь этого треугольника. **Вариант II** Меньший из отрезков, на которые центр описанной окружности равнобедренного треугольника делит его высоту, равен 8 см, а основание треугольника равно 12 см. Найдите площадь этого треугольника
IV этап. Итоги урока. Рефлексия	
Деятельность учителя	Деятельность учащихся
(Ф/И) – Оцените свою работу на уроке. – Какой этап урока оказался для вас наиболее сложным?	(И) Домашнее задание: № 708 (б), 709; № 729 *(по желанию)*

Урок 63. Тема: РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ ПО ТЕМЕ «ОКРУЖНОСТЬ»

Цель деятельности учителя	Создать условия для систематизации теоретического материала главы; совершенствовать навыки решения задач по теме «Окружность»
Термины и понятия	Описанная окружность, вписанная окружность, описанный четырехугольник, вписанный четырехугольник
Планируемые результаты	
Предметные умения	**Универсальные учебные действия**
Умеют применять изученные понятия, результаты и методы для решения задач	*Познавательные:* осознанно владеют логическими действиями определения понятий, обобщения, установления аналогий. *Регулятивные:* умеют адекватно оценивать правильность или ошибочность выполнения учебной задачи, ее объективную трудность, контролировать процесс и результат учебной математической деятельности. *Коммуникативные:* умеют формулировать, аргументировать и отстаивать свое мнение. *Личностные:* проявляют познавательный интерес к предмету

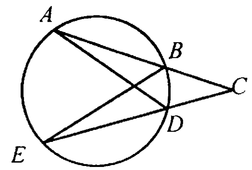
<table>
<tr><td colspan="3">Организация пространства</td></tr>
<tr><td>Формы работы</td><td colspan="2">Фронтальная (Ф); индивидуальная (И); парная (П)</td></tr>
<tr><td>Образовательные ресурсы</td><td colspan="2">• Учебник.
• Задания для индивидуальной, парной работы</td></tr>
<tr><td colspan="3">I этап. Актуализация опорных знаний учащихся</td></tr>
<tr><td>Цель деятельности</td><td colspan="2">Совместная деятельность</td></tr>
<tr><td>Проверить выполнение домашнего задания</td><td colspan="2">(Ф) 1. Анализ самостоятельной работы.
2. Теоретический тест (см. Ресурсный материал). Тест проводится с целью систематизации теоретического материала. После завершения выполнения работы проводится взаимопроверка. Учитель выводит на экран правильные ответы</td></tr>
<tr><td colspan="3">II этап. Решение задач</td></tr>
<tr><td>Цель деятельности</td><td>Деятельность учителя</td><td>Деятельность учащихся</td></tr>
<tr><td>1</td><td>2</td><td>3</td></tr>
<tr><td>Совершенствовать навыки решения задач</td><td>(Ф)
1. На доске и в тетрадях решить № 719 и 732.</td><td>№ 719.


Рис. 1
$\angle ADC + \angle ADE = 180°$, так как они смежные $\Rightarrow$
$\angle ADC = 180° - \angle ADE$.
$\angle ADE$ – вписанный $\Rightarrow \angle ADE = \cup AE : 2$.
$\angle BAD$ – вписанный $\Rightarrow \angle BAD = \cup BD : 2$.
В треугольнике ACD сумма углов равна $180° \Rightarrow \angle ACD = 180° - (\angle CAD + \angle ADC) = 180° - (\angle BAD + 180° - \angle ADE) = \angle ADE - \angle BAD = \cup AE : 2 - \cup BD : 2 = (\cup AE - \cup BD) : 2$.

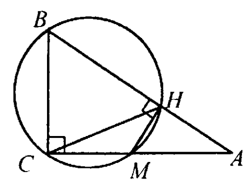
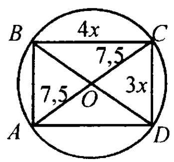
№ 732.


Рис. 2
В четырехугольнике $BCMH$ $\angle C = 90°$, $\angle BHM = 90°$. Сумма углов выпуклого четырехугольника равна $360° \Rightarrow$
$\Rightarrow \angle C + \angle BHM = \angle B + \angle HMC = 180°$, то есть около данного четырехугольника можно описать окружность.
Вписанные углы MHC и MBC опираются на одну и ту же дугу MC, поэтому $\angle MHC = \angle MBC$.</td></tr>
</table>

1	2	3
	(П). 2. Решить в парах задачу. Найдите периметр прямоугольника, вписанного в окружность радиуса 7,5 см, если стороны прямоугольника относятся как 3 : 4	*Решение:*  *Рис. 3* Так как прямоугольник $ABCD$ вписан в окружность, то его диагональ является диаметром данной окружности, то есть $AC = 2 \cdot 7{,}5 = 15$ см. ΔABC – прямоугольный, $AB : BC = 3 : 4$ по условию задачи ($AB = 3x$, $BC = 4x$), $AC = 15$ см. По теореме Пифагора $AC^2 = AB^2 + BC^2$, то есть $(3x)^2 + (4x)^2 = 15^2$, откуда $x = 3$, $AB = 9$ см, $BC = 12$ см, тогда $P_{ABCD} = 2 \cdot (9 + 12) = 42$ см. Ответ: 42 см
III этап. Итоги урока. Рефлексия		
Деятельность учителя		Деятельность учащихся
(Ф/И) – Оцените себя на каждом этапе урока. – Какой этап оказался для вас наиболее сложным?		(И) Домашнее задание: домашняя самостоятельная работа *(см. Ресурсный материал)*

Ресурсный материал

Теоретический тест

Задание: заполните пропуски, чтобы получилось верное утверждение или правильная формулировка определения, теоремы, свойства.

Вариант I

1. Прямая и окружность имеют две общие точки, если расстояние от ... до ... меньше ...
2. Если прямая AB – касательная к окружности с центром O и B – точка касания, то прямая AB и ... OB ...
3. Угол AOB является центральным, если точка O является ... а лучи OA и OB ...
4. Вписанный угол, опирающийся на диаметр, ...
5. $\angle ABD = ...$ $\angle AOD = ...$

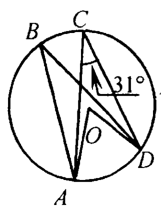


Рис. 1

6. Если хорды AB и CD окружности пересекаются в точке E, то верно равенство ...

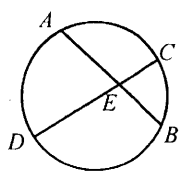


Рис. 2

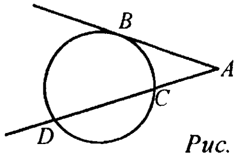
7. 

Рис. 3

Если AB – касательная, AD – секущая, то выполняется равенство ...

8. Если четырехугольник $ABCD$ вписан в окружность, то …
9. Центр окружности, вписанной в треугольник, совпадает с точкой …
10. Если точка A равноудалена от сторон данного угла, то она лежит на …
11. Если точка B лежит на серединном перпендикуляре, проведенному к данному отрезку, то она …
12. Около любого … можно описать окружность.

Вариант II

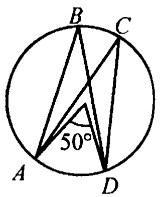
1. Прямая и окружность имеют только одну общую точку, если расстояние от … до … равно …
2. Если прямая CD проходит через конец радиуса OK и $CD \perp OK$, то CD является … к данной окружности.
3. Угол ABC является вписанным, если точка B … а лучи BA и BC …
4. Вписанные углы равны, если они … на одну …
5. 

Рис. 1

$\angle ABD = \ldots$ $\angle ACD = \ldots$

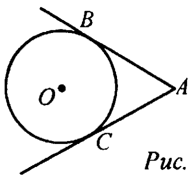
6. 

Рис. 2

Если отрезки AB и AC – отрезки касательных к окружности, проведенных из одной точки, то …

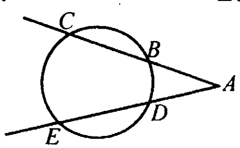
7. 

Рис. 3

Если AC и AE – секущие, то выполняется равенство …

8. Если четырехугольник описан около окружности, то …
9. Центр окружности, описанной около треугольника, совпадает с точкой …
10. Если точка C равноудалена от концов данного отрезка, то она лежит на …
11. Если точка D лежит на биссектрисе данного угла, то она …
12. В любой… можно вписать окружность.

Домашняя самостоятельная работа

1. Две окружности касаются внутренне в точке B, AB – диаметр большей окружности. Через точку A проведены две хорды, которые касаются меньшей окружности. Угол между хордами равен 60°. Найдите длины этих хорд, если:

Вариант I: радиус большей окружности равен R; Вариант II: радиус меньшей окружности равен r.

2. Найдите углы треугольника, две стороны которого видны из центра описанной окружности под углами:

Вариант I: 100° и 140°. Вариант II: 10° и 40°.

3. Высота и медиана, проведенные из одной вершины треугольника, делят его угол на части, градусные меры которых относятся как:

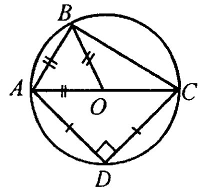
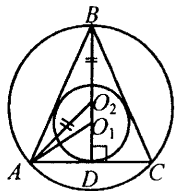
Вариант I: 5 : 8 : 5 Вариант II: 4 : 7 : 4.

Найдите углы треугольника.

Урок 64. Тема: РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ ПО ТЕМЕ «ОКРУЖНОСТЬ»

<table>
<tr><td>Цель деятельности учителя</td><td colspan="2">Создать условия для систематизации теоретического материала главы, подготовки к контрольной работе; совершенствовать навыки решения задач по теме «Окружность»</td></tr>
<tr><td>Термины и понятия</td><td colspan="2">Описанная окружность, вписанная окружность, описанный четырехугольник, вписанный четырехугольник, вписанные углы, центральные углы, дуги</td></tr>
<tr><td colspan="3">Планируемые результаты</td></tr>
<tr><td colspan="2">Предметные умения</td><td>Универсальные учебные действия</td></tr>
<tr><td colspan="2">Умеют применять изученные понятия и методы для решения задач</td><td>Познавательные: осознанно владеют логическими действиями определения понятий, обобщения, установления аналогий.
Регулятивные: умеют адекватно оценивать правильность или ошибочность выполнения учебной задачи, ее объективную трудность, контролировать процесс и результат учебной математической деятельности.
Коммуникативные: умеют формулировать, аргументировать и отстаивать свое мнение, работать в группе.
Личностные: проявляют познавательный интерес к изучению предмета</td></tr>
<tr><td colspan="3">Организация пространства</td></tr>
<tr><td>Формы работы</td><td colspan="2">Фронтальная (Ф); индивидуальная (И); групповая (Г)</td></tr>
<tr><td>Образовательные ресурсы</td><td colspan="2">• Учебник.
• Задания для групповой работы</td></tr>
</table>

Продолжение табл.

I этап. Решение задач	
Цель деятельности	Совместная деятельность
1	2
Способствовать подготовке к контрольной работе путем решения задач разного уровня сложности	1. Собрать домашние самостоятельные работы. (Г) 2. Каждой группе даются одинаковые задачи. Учащиеся решают их, затем проводится обсуждение и презентация решений. Задача 1. Через точку A окружности проведены диаметр AC и две хорды AB и AD так, что хорда AB равна радиусу окружности, точка D делит полуокружность AC на две равные дуги. Найдите углы четырехугольника $ABCD$, если точки C и D лежат по разные стороны от диаметра AC. *Решение:*  *Рис. 1* 1) $\angle ABC = \angle ADC = 90°$, как вписанные углы, опирающиеся на диаметр. 2) ΔAOB – равносторонний, так как $AO = BO$ как радиусы, а хорда AB равна радиусу, тогда $\angle BAO = 60°$, $\angle BCO = 30°$. 3) Точка D делит полуокружность AC на две равные дуги AD и DC, поэтому хорды AD и DC равны, то есть ΔADC – равнобедренный прямоугольный, поэтому $\angle DAC = \angle DCA = 45°$. 4) $\angle BAD = \angle BAC + \angle DAC = 60° + 45° = 105°$. 5) $\angle BCD = \angle BCO + \angle DCA = 30° + 45° = 75°$. Задача 2. Основание равнобедренного треугольника равно 18 см, а высота, проведенная к нему, равна 12 см. Найдите радиусы вписанной в треугольник и описанной около треугольника окружностей. *Решение:*  *Рис. 2* ΔAO_2D – прямоугольный, по теореме Пифагора $AO_2^2 = AD^2 + DO_2^2$. Точка O_2 – центр описанной окружности – лежит на биссектрисе, медиане, высоте, а значит, на серединном перпендикуляре, проведенном к основанию. $BD = 12$ см, $BO_2 = R \Rightarrow DO_2 = 12 - R$, $R^2 = 9^2 + (12 - R)^2$. $R^2 = 81 + 144 - 24R + R^2$, $24R = 225$, $R = 9{,}375$. Центр вписанной окружности также лежит на BD. AO_1 – биссектриса $\angle BAC$, следовательно $AB : BO_1 = AD : DO_1$. По теореме Пифагора в ΔABD: $AB^2 = AD^2 + BD^2 = 81 + 144 = 225$, значит, $AB = 15$ см. Так как $BO_2 = R$, то: $DO_1 = BD - BO_2 - O_1O_2 = 12 - 9{,}375 - O_1O_2$ $BO_1 = BO_2 + O_1O_2 = 9{,}375 + O_1O_2$ $15 \cdot (2{,}625 - O_1O_2) = 9 \cdot (9{,}375 + O_1O_2)$, $O_1O_2 = -1{,}875$. Так как $O_1O_2 < 0 \Rightarrow O_1$ лежит между точками B и O_2, тогда $DO_1 - O_1O_2 = 2{,}625 + 1{,}875 = 4{,}5$ см

II этап. Итоги урока. Рефлексия	
Деятельность учителя	Деятельность учащихся
(Ф/И). – Проанализируйте свою работу в группе, выражая это словами: «помощь», «вместе», «совет», «один», «помогли», «все», «посоветовал», «рассказывал», «подружились», «друг» и т. п.	(И) Домашнее задание: решить № 732, 725, 726; подготовиться к контрольной работе

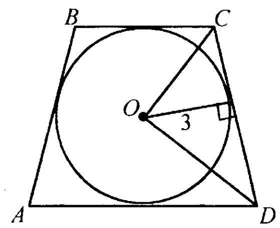
Урок 65. Тема: КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 5

Цель деятельности учителя	Создать условия для проверки знаний, умений и навыков учащихся по усвоению и применению изученного материала
Термины и понятия	Окружность, дуга окружности, радиус, вписанная окружность, описанная окружность

Планируемые результаты	
Предметные умения	**Универсальные учебные действия**
Умеют демонстрировать знание основных понятий, применять полученные знания для решения основных и качественных задач, контролировать процесс и результат учебной математической деятельности	*Познавательные:* умеют проводить сравнение, сериацию и классификацию по заданным критериям. *Регулятивные:* вносят необходимые коррективы в действие после его завершения на основе учета характера сделанных ошибок; осуществляют самоанализ и самоконтроль. *Коммуникативные:* учитывают разные мнения и стремятся к координации различных позиций в сотрудничестве. *Личностные:* проявляют познавательный интерес к изучению предмета

Организация пространства	
Формы работы	Фронтальная (Ф); индивидуальная (И); групповая (Г)
Образовательные ресурсы	• Учебник. • Задания для индивидуальной работы

I этап. Выполнение контрольной работы	
Цель деятельности	Задания для контрольной работы
1	2
Проверить знания, умения и навыки решения задач	**Вариант I** 1. Через точку A окружности проведены диаметр AC и две хорды AB и AD, равные радиусу этой окружности. Найдите углы четырехугольника $ABCD$ и градусные меры дуг AB, BC, CD, AD. 2. Основание равнобедренного треугольника равно 18 см, а боковая сторона равна 15 см. Найдите радиусы вписанной в треугольник и описанной около треугольника окружностей. **Вариант II** 1. Отрезок BD – диаметр окружности с центром O. Хорда AC делит пополам радиус OB и перпендикулярна ему. Найдите углы четырехугольника $ABCD$ и градусные меры дуг AB, BC, CD, AD.

1	2
	2. Высота, проведенная к основанию равнобедренного треугольника, равна 9 см, а само основание равно 24 см. Найдите радиусы вписанной в треугольник и описанной около треугольника окружностей. **Вариант III** (для более подготовленных учащихся) 1. MA и MB – секущие, AC и BD – хорды окружности с центром O. Докажите, что $\angle AOB = \angle AKB + \angle AMB$. 2. Площадь равнобедренной трапеции $ABCD$ с основаниями BC и AD, описанной около окружности с центром O и радиусом 3 см, равна 60 см^2. Найдите радиус окружности, описанной около треугольника OCD. 

II этап. Итоги урока. Рефлексия	
Деятельность учителя	Деятельность учащихся
	(И). Домашнее задание: повторить главу V «Четырехугольники»

Урок 66. Тема: ПОВТОРЕНИЕ ПО ТЕМАМ «ЧЕТЫРЕХУГОЛЬНИКИ», «ПЛОЩАДЬ»

Цель деятельности учителя	Создать условия для организации повторения основных теоретических фактов по заданной теме
Термины и понятия	Выпуклые многоугольники, сумма углов выпуклого многоугольника, формулы площадей, параллелограмм, прямоугольник, трапеция, квадрат, ромб

Планируемые результаты	
Предметные умения	**Универсальные учебные действия**
Умеют применять изученные понятия, результаты и методы для решения задач	*Познавательные:* умеют видеть математическую задачу в контексте проблемной ситуации. *Регулятивные:* умеют адекватно оценивать правильность или ошибочность выполнения учебной задачи, ее объективную трудность. *Коммуникативные:* умеют формулировать, аргументировать и отстаивать свое мнение, контролировать себя. *Личностные:* проявляют ответственное отношение к учению, готовность и способность к саморазвитию и самообразованию на основе мотивации к обучению и познанию, выбору дальнейшего образования

Окончание табл.

Организация пространства	
Формы работы	Фронтальная (Ф); индивидуальная (И)
Образовательные ресурсы	• Учебник. • Задания для индивидуальной работы
I этап. Актуализация опорных знаний учащихся	
Цель деятельности	Совместная деятельность
Систематизировать ошибки, допущенные в контрольной работе	(Ф/И) 1. Разбор задач, с которыми не справились большинство учеников. 2. Работа над ошибками с использованием ответов и указаний к задачам контрольной работы по необходимости. Индивидуальная помощь учителя менее подготовленным учащимся
II этап. Тест на повторение	
Цель деятельности	Задания для самостоятельной работы
Проверить уровень сформированности теоретических знаний	(Ф/И) Задания теста выполняются самостоятельно с последующей самопроверкой и обсуждением заданий, в которых допущены ошибки *(см. Ресурсный материал)*
III этап. Итоги урока. Рефлексия	
Деятельность учителя	Деятельность учащихся
(Ф/И) – Оцените свою работу на уроке. – Какие трудности возникли у вас и почему?	(И) Домашнее задание: повторить признаки подобия треугольников; решить задачи: 1) На стороне BC прямоугольника взята точка M так, что AM = 13 см, AB = 12 см, B = 20 см. Найдите: а) MC; б) площадь четырехугольника $AMCD$. 2) В треугольнике ABC $AB = AC$. Высота BM равна 9 см и делит боковую сторону на два отрезка так, что AM = 12 см. Найдите площадь и периметр треугольника

Ресурсный материал

Тест

Верно ли, что:

1. Сумма углов выпуклого четырехугольника равна 360°.
2. В трапеции углы при каждом основании равны.
3. Квадрат – это параллелограмм, у которого все углы прямые.
4. Вершины A и C ромба $ABCD$ симметричны относительно прямой BD.
5. Если на одной из двух прямых отложить последовательно несколько равных отрезков и через их концы провести параллельные прямые, пересекающие вторую прямую, то они отсекут на второй прямой равные им отрезки.

6. Отрезок, соединяющий точки, лежащие на боковых сторонах трапеции, параллелен основаниям и равен их полусумме.
7. Параллелограмм, у которого все углы равны и все стороны равны, является квадратом.
8. Биссектриса одного из углов параллелограмма отсекает от него равнобедренный треугольник.
9. Площадь прямоугольной трапеции равна произведению ее средней линии на боковое ребро.
10. Площадь ромба равна половине произведения его диагоналей на синус угла между ними.
11. Если в треугольниках ABC и $A_1B_1C_1$ высоты AH и A_1H_1 равны, то $S_{ABC} : S_{A_1B_1C_1} = BC : B_1C_1$.
12. Площадь прямоугольного треугольника равна произведению его катетов.
13. Если в ΔABC стороны равны 5, 6, 7 см, то его площадь равна $\sqrt{18(18-5)(18-6)(18-7)}$ см^2.
14. Если в треугольниках ABC и $A_1B_1C_1$ $\angle A = \angle A_1$, то $S_{ABC} : S_{A_1B_1C_1} = (AB \cdot AC) : (A_1B_1 \cdot A_1C_1)$.
15. Медианы треугольника делят треугольник на шесть равновеликих треугольников.

Укажите верный ответ из предложенных:

1. Сумма углов выпуклого пятиугольника равна:
а) 360°; б) 900°; в) 540°.
2. Один из углов равнобедренной трапеции равен 100°. Три оставшихся угла равны:
а) 80°, 80°, 100°; б) 75°, 75°, 110°; в) 70°, 70°, 120°.

3. Смежные стороны прямоугольника равны 6 и 8 см. Диагонали его равны:
а) $\sqrt{28}$ и $\sqrt{28}$ см; б) 10 и 10 см; в) 14 и 14 см.
4. Сторона ромба равна 5 см, а одна из его диагоналей 6 см. Площадь ромба равна:
а) 30 см^2; б) 24 см^2; в) 15 см^2.
5. В ромбе $ABCD$ $\angle A = 70°$, $\angle ABC$ равен:
а) 20°; б)110°; в) 55°.
6. В параллелограмме разность смежных сторон равна 5 см, а его периметр равен 38 см. Меньшая сторона параллелограмма равна:
а) 7 см; б) 12 см; в) 9,5 см.
7. Биссектриса угла A прямоугольника $ABCD$ пересекает BC в точке E так, что $BE = 4{,}5$ см, $CE = 5{,}5$ см. Площадь прямоугольника равна:
а) 55 см^2; б) 100 см^2; в) 45 см^2.
8. Одна из диагоналей ромба равна его стороне. Углы ромба равны:
а) 90°, 90°, 90°, 90°; б) 60°, 60°, 120°, 120°; в) 45°, 45°, 90°, 90°.
9. Ромб, не являющийся квадратом, имеет n осей симметрии. Значение n равно:
а) 1; б) 2; в) 4.
10. Площадь ромба со стороной 8 см и углом 60° равна:
а) 32 см^2; б) $32\sqrt{3}$ см^2; в) $16\sqrt{3}$ см^2.

11. Площадь прямоугольника с гипотенузой 26 см, один из катетов которого равен 24 см, равна:
а) 120 см^2; б) 312 см^2; в) 240 см^2.
12. Площадь равнобедренного треугольника с боковой стороной 13 см и основанием 24 см равна:
а) 120 см^2; б) 156 см^2; в) 60 см^2.
13. Одна из сторон параллелограмма равна 14 см, а высота, проведенная к ней, – 12 см. Высота, проведенная к смежной стороне, равной 21 см, равна:
а) 8 см; б) 10 см; в) 19 см.
14. Площадь равнобедренной трапеции с основаниями 10 см и 16 см и боковой стороной 5 см равна:
а) 104 см^2; б) 52 см^2; в) 65 см^2.
15. Площадь квадрата со стороной $5\sqrt{2}$ см равна:
а) 50 см^2; б) 25 см^2; в) 100 см^2.

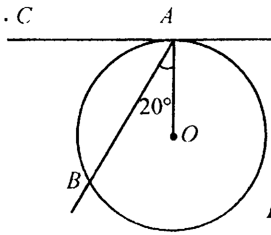
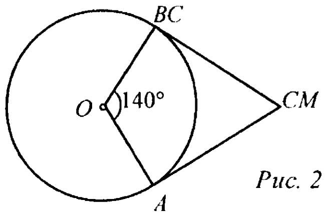
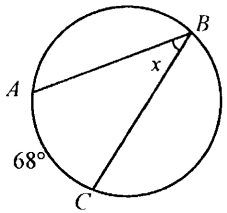
Ответы к первой части теста:
Верно: 1, 4, 5, 7, 8, 10, 11, 14, 15.
Неверно: 2, 3, 6, 9, 12, 13.

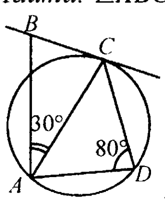
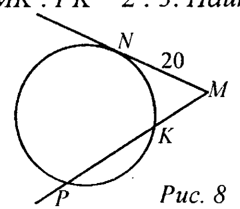
Ответы ко второй части теста:

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
в	а	б	б	в	а	в	б	б	б	а	в	а	б	а

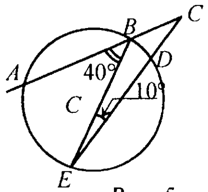
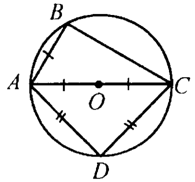
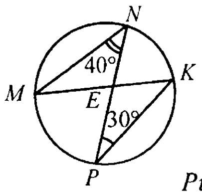
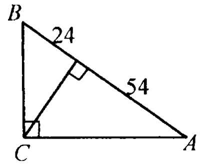
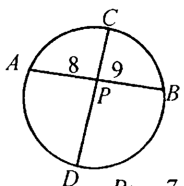
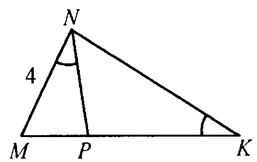
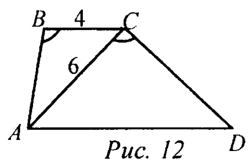
Урок 67. Тема: ПОВТОРЕНИЕ ПО ТЕМАМ «ПОДОБНЫЕ ТРЕУГОЛЬНИКИ», «ОКРУЖНОСТЬ»

Цель деятельности учителя	Создать условия для организации повторения основных теоретических фактов по заданной теме
Термины и понятия	Подобные треугольники, сходственные стороны, пропорциональные отрезки
Планируемые результаты	
Предметные умения	**Универсальные учебные действия**
1	2
Умеют применять изученные понятия и методы для решения задач	*Познавательные:* умеют видеть математическую задачу в контексте проблемной ситуации. *Регулятивные:* умеют адекватно оценивать правильность или ошибочность выполнения учебной задачи, ее объективную трудность. *Коммуникативные:* умеют формулировать, аргументировать и отстаивать свое мнение, контролировать себя. *Личностные:* проявляют ответственное отношение к учению, готовность и способность к саморазвитию и самообразованию на основе мотивации к обучению и познанию, выбору дальнейшего образования
Организация пространства	
Формы работы	Фронтальная (Ф); индивидуальная (И)
Образовательные ресурсы	• Учебник. • Задания для парной, индивидуальной работы

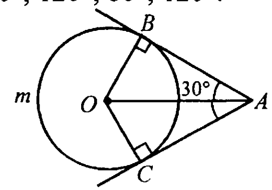
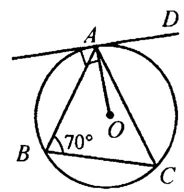
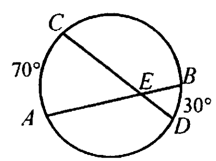
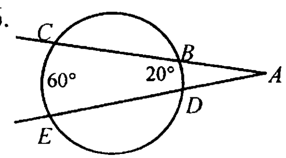
I этап. Актуализация опорных знаний учащихся	
Цель деятельности	Совместная деятельность
Проверить правильность выполнения домашнего задания	(Ф/И) Двое желающих учащихся у доски показывают решение домашнего задания. Остальные решают устно задачи. 1.  *Рис. 1* На рис. 1 точка O – центр окружности, CA – касательная к окружности, $\angle BAO = 20°$. Найдите: $\angle BAC$. 2.  *Рис. 2* На рис. 2 точка O – центр окружности, AC и BC – касательные к окружности, $\angle AOB = 140°$. Найдите: $\angle C$. 3.  *Рис. 3* На рис. 3 $\cup AC = 68°$. Найдите: угол x. Ответ: 1) 70°; 2) 40°; 3) 34°

II этап. Решение задач		
Цель деятельности	Деятельность учителя	Деятельность учащихся
1	2	3
Совершенствовать навыки решения задач	(П) 1. *Найти:* $\angle ABC$.  *Рис. 4* 5. $MK : PK = 2 : 3$. *Найти:* PM.  *Рис. 8*	Ответы: 1) $\angle ABC = 70°$. 2) $\angle ACE = 30°$. 3) $\angle MEP = 70°$. 4) $CD = 18$. 5) $PM = 10\sqrt{10}$. 6) $\angle BAD = 105°$, $\angle BCD = 75°$.

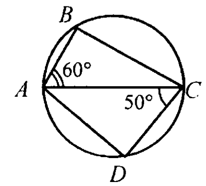
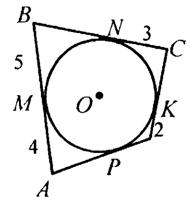
Продолжение табл.

1	2	3
	2. *Найти:* $\angle ACE$.  *Рис. 5* 6. *Найти:* $\angle BAD$, $\angle BCD$.  *Рис. 9* 3. *Найти:* $\angle MEP$.  *Рис. 6* 7. *Найти:* CH, BC, AC.  *Рис.10* 4. CP в 2 раза меньше PD. *Найти:* CD.  *Рис. 7* 8. $MK = 8$. *Найти:* PK.  *Рис. 11* 9. $ABCD$ – трапеция, $AB + CD = 15$. *Найти:* AD, AB, CD.  *Рис. 12*	7) $CH = 36$, $BC = 12\sqrt{13}$, $AC = 18\sqrt{13}$. 8) $PK = 6$. 9) $AD = 9$, $CD = 9$, $AB = 6$

III этап. Тест	
Цель деятельности	Задания для самостоятельной работы
Проверить уровень теоретических знаний по теме	(И) Тест *(см. Ресурсный материал)*

IV этап. Итоги урока. Рефлексия	
Деятельность учителя	Деятельность учащихся
1	2
(Ф/И). – Оцените свою работу на уроке, работу в паре	(И) Домашнее задание: вторую часть теста учащиеся выполняют дома. 1. Высота, проведенная из прямого угла вершины прямоугольного треугольника ABC к гипотенузе AC, делит ее на отрезки, равные 25 см и 4 см. Эта высота равна: а) 7 см; б) 10 см; в) $\sqrt{29}$ см. 2. Диагонали ромба равны 4 см и $4\sqrt{3}$ см. Его углы равны: а) 30°, 150°, 30°, 150°; б) 45°, 135°, 45°, 135°; в) 60°, 120°, 60°, 120°. 3.  Величина дуги BmC равна: а) 120°; б) 240°; в) 60°. 4.  По данным рисунка, величина угла DAC равна: а) 140°; б) 35°; в) 70°. 5.  По данным рисунка, величина угла BED равна: а) 50°; б) 20°; в) 40°. 6.  По данным рисунка, величина угла CAE равна: а) 20°; б) 40°; в) 30°.

Окончание табл.

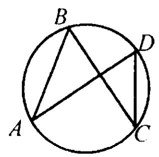
1	2
	7.  По данным рисунка, углы четырехугольника равны: а) 90°, 90°, 100°, 120°; б) 90°, 90°, 80°, 100°; в) 90°, 90°, 100°, 110°.
	8.  По данным рисунка, длина стороны AD равна: а) 7; б) 5; в) 6.
	9. Квадрат вписан в окружность диаметра 8 см. Периметр квадрата равен: а) 32 см; б)$16\sqrt{2}$ см; в) 16 см

Ресурсный материал

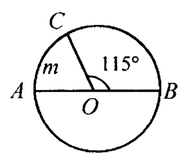
Тест

Установите, верно ли данное утверждение:

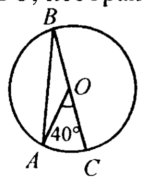
1. Касательная к окружности перпендикулярна радиусу, проведенному в точку касания.
2. Вписанный угол равен половине центрального угла, опирающегося на ту же дугу.
3. На рисунке $\angle ABC = \angle BCD$.



4. Если хорды MN и KP параллельны, то градусные меры дуг MK и NP равны.
5. Градусная мера дуги AmC, изображенной на рисунке, равна 75°.

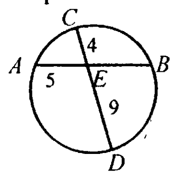


6. Углы треугольника ABC, изображенного на рисунке, равны 30°, 30°, 120°.

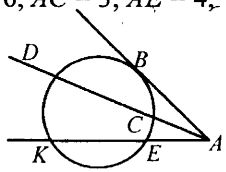


7. Точки A и B делят окружность на две дуги, бóльшая из которых равна 200°, а меньшая точкой K делится в отношении 5 : 3, считая от точки A. Тогда дуга AK = 100°.

8. Длина хорды AB, изображенной на рисунке, равна 12 см.



9. На рисунке $AB = 6$, $AC = 3$, $AE = 4$, тогда $AD = 12$, $AK = 8$.



Ответы к тесту.
Верно: 1, 2, 4, 7.
Неверно: 3, 5, 6, 8, 9.

Урок 68. Тема: ИТОГОВОЕ ПОВТОРЕНИЕ

<table>
<tr><td>Цель деятельности учителя</td><td colspan="2">Создать условия для повторения основных теоретических фактов по заданной теме</td></tr>
<tr><td>Термины и понятия</td><td colspan="2">Окружность, вписанная в треугольник; трапеция, площадь трапеции</td></tr>
<tr><td colspan="3">Планируемые результаты</td></tr>
<tr><td colspan="2">Предметные умения</td><td>Универсальные учебные действия</td></tr>
<tr><td colspan="2">1</td><td>2</td></tr>
<tr><td colspan="2">Умеют применять изученные понятия, результаты и методы для решения задач</td><td>Познавательные: умеют видеть математическую задачу в контексте проблемной ситуации.
Регулятивные: умеют адекватно оценивать правильность или ошибочность выполнения учебной задачи, ее объективную трудность.
Коммуникативные: умеют формулировать, аргументировать и отстаивать свое мнение, контролировать себя, работать в группе.</td></tr>
</table>

Продолжение табл.

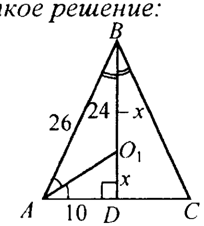
<table>
<tr><td>1</td><td colspan="2">2</td></tr>
<tr><td></td><td colspan="2">Личностные: проявляют ответственное отношение к учению, готовность и способность к саморазвитию и самообразованию на основе мотивации к обучению и познанию, выбору дальнейшего образования</td></tr>
<tr><td colspan="3">Организация пространства</td></tr>
<tr><td>Формы работы</td><td colspan="2">Фронтальная (Ф); индивидуальная (И); групповая (Г)</td></tr>
<tr><td>Образовательные ресурсы</td><td colspan="2">• Учебник.
• Задания для групповой работы</td></tr>
<tr><td colspan="3">I этап. Актуализация опорных знаний учащихся</td></tr>
<tr><td>Цель деятельности</td><td colspan="2">Совместная деятельность</td></tr>
<tr><td>Проверить домашнее задание</td><td colspan="2">(Ф) Учитель выводит на экран или на доску правильные ответы домашнего теста:
<table>
<tr><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>6</td><td>7</td><td>8</td><td>9</td></tr>
<tr><td>б</td><td>в</td><td>б</td><td>в</td><td>а</td><td>а</td><td>б</td><td>в</td><td>б</td></tr>
</table></td></tr>
<tr><td colspan="3">II этап. Решение задач</td></tr>
<tr><td>Цель деятельности</td><td>Деятельность учителя</td><td>Деятельность учащихся</td></tr>
<tr><td>1</td><td>2</td><td>3</td></tr>
<tr><td>Совершенствовать навыки решения задач</td><td>(Г). Класс разбить на несколько групп. Учащиеся 20 минут работают в группах, а затем демонстрируют свои решения, после обсуждения выставляются оценки.
З а д а ч и:
1. Найдите радиус окружности, вписанной в треугольник, и радиус окружности, описанной около треугольника, стороны которого равны 20 см, 26 см и 26 см.
2. Расстояния от центра вписанной в прямоугольную трапецию окружности до концов большей боковой стороны равны 6 см и 8 см. Найдите площадь трапеции.
3. Точка O равноудалена от сторон треугольника ABC, $\angle ACO = 34°$. Найдите $\angle AOB$</td><td>Краткое решение:
1.


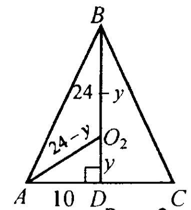
Рис. 1


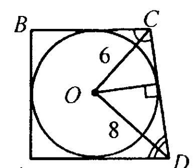
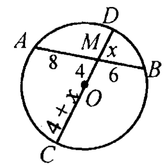
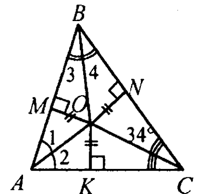
Рис. 2
$AB : BO_1 = AD : DO_1$; $\frac{26}{24-x}=\frac{10}{x}$; $x=6\frac{2}{3}$; $r=6\frac{2}{3}$ см.
$(24-y)^2 = 100 + y^2$; $y = 9\frac{11}{12}$ см, $R=14\frac{1}{12}$ см.
2. 

Рис. 3
ΔOCD – прямоугольный (так как DO и CO – биссектрисы углов C и D) $\Rightarrow CD = 10$ см.
$r = OK = S_{OCD} : (CD : 2) = 4{,}8$ см, значит, $AB = 9{,}6$ см.
$CK = \sqrt{OC^2 - OK^2} = 3{,}6$ см $\Rightarrow KD = 6{,}4$ см.
$BC = 4{,}8 + 3{,}6 = 8{,}4$ см,
$AD = 4{,}8 + 6{,}4 = 11{,}2$ см.
$S_{ABCD} = AB(BC + AD) : 2 = 94{,}08$ см^2</td></tr>
</table>

Окончание табл.

1	2	3
		3.  *Рис. 4* $AM = 8$ см, $BM = 6$ см; $(8 + x) \cdot x = 6 \cdot 8$, значит, $x = 4$ см, $R = 8$ см. 4.  *Рис. 5* O – точка пересечения биссектрис $\Rightarrow \angle ACB = 68° \Rightarrow$ $\Rightarrow \angle 1 + \angle 2 + \angle 3 + \angle 4 = 112° \Rightarrow \angle 1 + \angle 3 = 56°$, $\angle AOB = 124°$

III этап. Итоги урока. Рефлексия	
Деятельность учителя	Деятельность учащихся
(Ф/И) – Оцените свою работу и работу группы. – Подведите итог за весь год	

Урок 69. Тема: ИТОГОВОЕ ПОВТОРЕНИЕ

Цель деятельности учителя	Создать условия для организации повторения основных теоретических фактов по заданной теме
Термины и понятия	Окружность, вписанная в треугольник, квадрат, прямоугольная трапеция
Планируемые результаты	
Предметные умения	**Универсальные учебные действия**
Умеют применять изученные понятия, результаты и методы для решения задач	*Познавательные:* умеют видеть математическую задачу в контексте проблемной ситуации. *Регулятивные:* умеют адекватно оценивать правильность или ошибочность выполнения учебной задачи, ее объективную трудность. *Коммуникативные:* умение формулировать, аргументировать и отстаивать свое мнение, контролировать себя, работать в группе. *Личностные:* проявляют ответственное отношение к учению, готовность и способность к саморазвитию и самообразованию на основе мотивации к обучению и познанию, выбору дальнейшего образования

Окончание табл.

Организация пространства	
Формы работы	Фронтальная (Ф); парная (П); групповая (Г)
Образовательные ресурсы	• Учебник. • Задания для парной и групповой работы
I этап. Актуализация опорных знаний учащихся	
Цель деятельности	Совместная деятельность
Совершенствовать теоретические знания	(П) Решить кроссворд *(см. Ресурсный материал)*
II этап. Решение задач	
Цель деятельности	Совместная деятельность
Совершенствовать навыки решения задач, повторяя теоретический материал	(Г) Класс разбивается на 5 групп: каждая группа решает одну задачу. 1. Два соседних угла вписанного четырехугольника равны 120° и 150°. Найдите градусные меры дуг, на которые опираются два других угла четырехугольника. 2. Сторона равностороннего треугольника равна 6 см. Найдите радиус вписанной окружности. 3. Определите площадь квадрата, описанного около окружности с радиусом r. 4. Радиус окружности, вписанной в прямоугольную трапецию, равен 12 см, а наибольшая боковая сторона трапеции – 25 см. Найдите периметр трапеции. 5. В прямоугольный треугольник с катетами a и b и гипотенузой c вписана окружность радиуса r. Докажите, что $r = \frac{a+b-c}{2}$. После того, как все группы готовы, они представляют решения задач
III этап. Итоги урока. Рефлексия	
Деятельность учителя	Деятельность учащихся
(Ф/И) – Какие свойства, теоремы, признаки пришлось вспомнить, чтобы решить задачи? – Оцените свою работу и работу группы	(И) Домашнее задание: решить задачу. В окружности проведены две хорды MN и PK, пересекающиеся в точке E. MN = 14 см, ME на 2 см больше NE. Найти площадь треугольника PNE, если площадь треугольника MEK равна 64 см^2

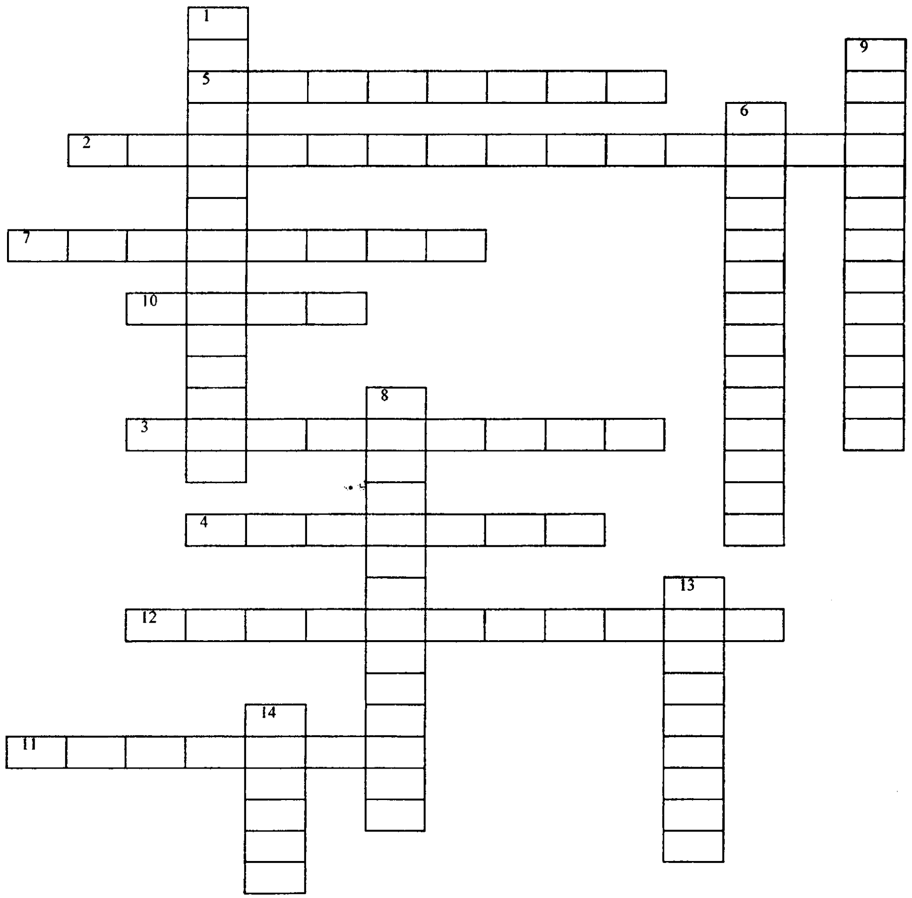
Ресурсный материал

Кроссворд

Вопросы:

1. Многоугольник, у которого четыре стороны. *(Четырехугольник.)*
2. Многоугольник, у которого противоположные стороны попарно параллельны. *(Параллелограмм.)*
3. Что в параллелограмме при пересечении делится пополам? *(Диагональ.)*
4. Как называется утверждение «если в четырехугольнике противоположные стороны попарно равны, то он – параллелограмм»? *(Признак.)*
5. Четырехугольник с двумя непараллельными сторонами. *(Трапеция.)*

6. Трапеция, у которой углы при основании равны. *(Равнобедренная.)*
7. Какой многоугольник лежит по одну сторону от каждой прямой, проходящей через две его соседние вершины. *(Выпуклый.)*
8. Один из этапов решения задачи на построение. *(Доказательство.)*
9. Четырехугольник, у которого диагонали равны. *(Прямоугольник.)*
10. Параллелограмм с равными сторонами. *(Ромб.)*
11. Прямоугольник с равными сторонами. *(Квадрат.)*
12. Чем являются диагонали ромба по отношению к его углам. *(Биссектриса.)*
13. Одна из сторон равнобедренной трапеции. *(Основание.)*
14. Если трапеция прямоугольная, то у нее один из углов… *(прямой).*



Урок 70. Тема: ИТОГОВОЕ ПОВТОРЕНИЕ

<table>
<tr><td>Цель деятельности учителя</td><td colspan="2">Создать условия для организации повторения основных теоретических фактов по заданной теме</td></tr>
<tr><td>Термины и понятия</td><td colspan="2">Окружность, вписанная в треугольник, квадрат, прямоугольная трапеция</td></tr>
<tr><td colspan="3">Планируемые результаты</td></tr>
<tr><td colspan="2">Предметные умения</td><td>Универсальные учебные действия</td></tr>
<tr><td colspan="2">Умеют применять изученные понятия, результаты и методы для решения задач</td><td>Познавательные: умеют видеть математическую задачу в контексте проблемной ситуации.
Регулятивные: умеют адекватно оценивать правильность или ошибочность выполнения учебной задачи, ее объективную трудность.
Коммуникативные: умеют формулировать, аргументировать и отстаивать свое мнение, контролировать себя, работать в группе.
Личностные: проявляют ответственное отношение к учению, готовность и способность к саморазвитию и самообразованию на основе мотивации к обучению и познанию, выбору дальнейшего образования</td></tr>
<tr><td colspan="3">Организация пространства</td></tr>
<tr><td>Формы работы</td><td colspan="2">Фронтальная (Ф); индивидуальная (И); групповая (Г)</td></tr>
<tr><td>Образовательные ресурсы</td><td colspan="2">• Учебник.
• Задания для индивидуальной и групповой работы</td></tr>
<tr><td colspan="3">I этап. Актуализация опорных знаний учащихся</td></tr>
<tr><td>Цель деятельности</td><td colspan="2">Задания для самостоятельной работы</td></tr>
<tr><td>Повторить теоретический материал</td><td colspan="2">(И) Математический диктант (с взаимопроверкой):
1. Дополните предложение: «Многоугольник называется правильным, если его…»
2. Найдите количество углов правильного многоугольника, если сумма его углов равна 1800°.
3. Закончите предложение: «Если один из углов параллелограмма равен 27°, то другие углы равны…»
4. Одна из сторон прямоугольника на 8 см больше соседней стороны. Найдите периметр прямоугольника.
5. Сторона прямоугольника в 3 раза больше соседней стороны, его периметр равен 16 см. Найдите периметр квадрата, построенного на меньшей стороне прямоугольника.
6. Площадь треугольника равна 17 см^2. Найдите площадь параллелограмма, построенного на смежных сторонах.
7. Определите вид треугольника, если его стороны равны 20 см, 16 см, 12 см.
8. Найдите площадь треугольника со сторонами 16 см, 12 см, 20 см.
9. Пропорциональны ли отрезки AB, CD, A_1D_1, C_1D_1, если их отношения равны 45 : 12 = 9 : 4?
10. Найдите коэффициент подобия треугольников, если их площади относятся как 1 : 16.
11. Закончите предложение: «Угол называется вписанным в окружность, если…»
12. Если центральный угол равен 126°, найдите вписанный угол, который опирается на ту же самую дугу, что и центральный.
13. Закончите предложение: «Вписанный угол, опирающийся на полуокружность…»</td></tr>
</table>

Окончание табл.

II этап. Решение задач	
Цель деятельности	Совместная деятельность
Совершенствовать навыки решения задач	(Г) Работу по группам можно организовать в форме соревнования. Задания каждая группа получает одинаковые. Выигрывает та группа, которая решила задачу быстро и верно. 1. Два соседних угла вписанного четырехугольника опираются на дуги, градусные меры которых равны 192° и 214°. Найдите два других угла четырехугольника. 2. Сторона равностороннего треугольника равна 6 см. Найдите радиус описанной вокруг треугольника окружности. 3. Определите площадь ромба со стороной a, описанного около окружности с диаметром d. 4. Периметр прямоугольной трапеции, описанной около окружности, равен 98 см, а радиус окружности – 12 см. Найдите наибольшую боковую сторону. 5. Прямоугольный треугольник с катетами a и b описан около окружности радиуса r и вписан в окружность радиуса R. Докажите, что $2R + 2r = a + b$

III этап. Итоги урока. Рефлексия	
Деятельность учителя	Деятельность учащихся
(Ф/И) – Оцените свою работу и работу группы. – Закончите предложения. • В этом году я узнал… • Я научился… • Я умею…	

ЛИТЕРАТУРА

1. *Атанасян, Л. С.* Изучение геометрии в 7–9 классах : пособие для учителей общеобразоват. учреждений / Л. С. Атанасян, В. Ф. Бутузов, Ю. А. Глазков, В. Б. Некрасов, И. И. Юдина. – 7-е изд. – М. : Просвещение, 2009.

2. *Балаян, Э. Н.* Геометрия : задачи на готовых чертежах для подготовки к ГИА и ЕГЭ. 7–9 классы / Э. Н. Балаян. – 5-е изд., испр. и доп. – Ростов н/Д : Феникс, 2013.

3. *Геометрия.* 8 класс : поурочные планы по учебнику Л. С. Атанасяна [и др.] / авт.-сост. Т. Л. Афанасьева, Л. А. Тапилина. – 4-е изд., испр. – Волгоград : Учитель, 2013.

4. *Геометрия.* Сборник рабочих программ. 7–9 классы : пособие для учителей общеобразоват. учреждений / сост. Т. А. Бурмистрова. – М. : Просвещение, 2011.

5. *Ершова, А. П.* Самостоятельные и контрольные работы по алгебре и геометрии для 8 класса / А. П. Ершова, В. В. Голобородько, А. С. Ершова. – М. : Илекса ; Харьков : Гимназия, 2001.

6. *Зив, Б. Г.* Задачи по геометрии : пособие для учащихся 7–11 классов / Б. Г. Зив, В. М. Мейлер, А. Г. Баханский. – М. : Просвещение, 2003.

7. *Примерные* программы по учебным предметам. Математика. 5–9 классы : проект. – 3-е изд., перераб. – М. : Просвещение, 2011.

8. *Рабинович, Е. М.* Геометрия : задачи и упражнения на готовых чертежах. 7–9 классы / Е. М. Рабинович. – Харьков : Гимназия, 1998.

9. *Фарков, А. В.* Тесты по геометрии. 8 класс : к учебнику Л. С. Атанасяна и др. «Геометрия. 7–9 классы» / А. В. Фарков. – М. : Экзамен, 2009.

СОДЕРЖАНИЕ

ГЕОМЕТРИЯ
8 класс
Технологические карты уроков по учебнику
Л. С. Атанасяна, В. Ф. Бутузова, С. Б. Кадомцева, Э. Г. Позняка, И. И. Юдиной

Автор-составитель
Галина Юрьевна Ковтун

Ответственные за выпуск
Л. Е. Гринин, Н. Е. Волкова-Алексеева
Редакторы-методисты **Г. П. Попова, Е. А. Виноградова**
Технический редактор **Н. М. Болдырева**
Редактор-корректор **М. И. Ромаданова**
Компьютерная верстка **С. А. Волобуевой**
Дизайн обложки **Н. А. Цибановой**

Издательство «Учитель»
400079, г. Волгоград, ул. Кирова, 143

Подписано в печать 21.05.14. Формат 60 × 84/8.
Бумага газетная. Гарнитура Тип Таймс. Печать офсетная.
Усл. печ. л. 24,65. Тираж 7 500 экз. (1-й з-д 1–2 500). Заказ № 542.

Отпечатано с оригинал-макета в ОАО «Калачевская типография».
404507, Волгоградская обл., г. Калач-на-Дону, ул. Кравченко, 7.