ФЕДЕРАЛЬНЫЕ ГОСУДАРСТВЕННЫЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ СТАНДАРТЫ

ФГОС

Поурочное планирование

СРЕДНЯЯ ШКОЛА

ГЕОМЕТРИЯ

9 класс

ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЕ КАРТЫ УРОКОВ

ПО УЧЕБНИКУ Л. С. АТАНАСЯНА,
В. Ф. БУТУЗОВА, С. Б. КАДОМЦЕВА,
Э. Г. ПОЗНЯКА, И. И. ЮДИНОЙ

Издательство «УЧИТЕЛЬ»

ИЗДАТЕЛЬСТВО «УЧИТЕЛЬ»

ГЕОМЕТРИЯ

9 класс

Технологические карты уроков по учебнику
Л. С. Атанасяна, В. Ф. Бутузова, С. Б. Кадомцев
Э. Г. Позняка, И. И. Юдиной

Автор-составитель **Г. Ю. Ковтун**

Волгоград

УДК 372.016:514*09
ББК 74.262.21
Г36

Автор-составитель Г. Ю. Ковтун

Геометрия. 9 класс : технологические карты уроков по учебнику Л. С. Атанасяна,
Г36 В. Ф. Бутузова, С. Б. Кадомцева, Э. Г. Позняка, И. И. Юдиной / авт.-сост. Г. Ю. Ковтун. – Волгоград : Учитель, 2015. – 205 с.
ISBN 978-5-7057-4054-3

В пособии представлены технологические карты уроков по геометрии для 9 класса, разработанные в соответствии с ФГОС ООО и ориентированные на работу с учебником Л. С. Атанасяна, В. Ф. Бутузова, С. Б. Кадомцева, Э. Г. Позняка, И. И. Юдиной (М.: Просвещение, 2014).

Технологические карты уроков отражают современные виды и формы деятельности, способствующие развитию познавательной активности и коммуникативной компетенции, побуждающие учащихся осуществлять регулятивно-оценочные функции, формулировать учебно-практические задачи и находить пути их решения.

Предназначено учителям математики, руководителям методических объединений.

УДК 372.016:514*09
ББК 74.262.21

Пособия издательства «Учитель» допущены к использованию в образовательном процессе Приказом Министерства образования и науки РФ № 16 от 16.01.2012 г.

ISBN 978-5-7057-4054-3

Издание 2015 г.

ВВЕДЕНИЕ

Геометрия является одним из опорных предметов основной школы: она обеспечивает изучение дисциплин естественно-научного и гуманитарного циклов; практические умения и навыки геометрического характера необходимы для трудовой деятельности и профессиональной подготовки школьников.

Геометрическая подготовка необходима для понимания принципов устройства и использования современной техники, восприятия научных и технических понятий и идей. Развитие у школьников правильных представлений о сущности и происхождении геометрических абстракций, соотношении реального и идеального, характере отражения математической наукой явлений и процессов реального мира, месте геометрии в системе наук и роли математического моделирования в научном познании и в практике способствует формированию научного мировоззрения учащихся, развитию качеств мышления, необходимых для адаптации в современном информационном обществе.

Требуя от учащихся умственных и волевых усилий, концентрации внимания, активного воображения, геометрия развивает нравственные черты личности (настойчивость, целеустремленность, творческую активность, самостоятельность, ответственность, трудолюбие, дисциплинированность и критичность мышления) и умение аргументированно отстаивать свои взгляды и убеждения, способность принимать самостоятельные решения.

Геометрия расширяет кругозор учащихся, знакомя их с дедукцией и индукцией, обобщением и конкретизацией, анализом и синтезом, классификацией и систематизацией, абстрагированием, аналогией. Активное использование задач на всех этапах учебного процесса развивает творческие способности детей. Геометрия занимает ведущее место в формировании научно-теоретического мышления школьников, вносит значительный вклад в эстетическое воспитание учащихся[*].

В пособии представлены технологические карты уроков по геометрии для 9 класса, разработанные в соответствии с ФГОС ООО.

Цель данного пособия – практическая помощь учителю, особенно молодому, в выборе путей построения урока и форм организации учебной деятельности учащихся.

Планирование дается из расчета 2 часа в неделю (70 часов) в соответствии с распределением часов, предлагаемым Программой общеобразовательных учреждений. Структура пособия соответствует структуре базового учебника «Геометрия. 7–9 классы» Л. С. Атанасяна, В. Ф. Бутузова, С. Б. Кадомцева, Э. Г. Позняка, И. И. Юдиной (М.: Просвещение, 2014).

В пособии содержатся основные теоретические сведения, разнообразный дидактический материал, а также контрольные работы.

При отборе учебного материала автор-составитель преследовал цель совершенствовать практические навыки и умения учащихся, способствовать развитию познавательной активности и коммуникативной компетентности, побуждать школьников осуществлять регулятивно-оценочные функции, формулировать учебно-практические задачи и находить пути их решения.

Надеемся, что предложенные поурочные планы окажут существенную помощь в подготовке и проведении уроков тем, кто будет работать по учебному пособию.

---

[*] Геометрия. Сборник рабочих программ. 7–9 классы: пособие для учителей общеобразоват. учреждений / сост. Т. А. Бурмистрова. М.: Просвещение, 2011. С. 3–4.

Урок 1. Тема: ПОВТОРЕНИЕ КУРСА ГЕОМЕТРИИ 8 КЛАССА

Цель деятельности учителя	Создать условия для обобщения и систематизации сведений, необходимых при изучении геометрии в 9 классе, повторения некоторых свойств треугольников и четырехугольников, закрепления знаний учащихся в ходе решения задач
Термины и понятия	Параллелограмм, прямоугольник, трапеция, ромб, треугольник, площади, теорема Пифагора

Планируемые результаты

Предметные умения	**Универсальные учебные действия**
Владеют систематическими знаниями о плоских фигурах и их свойствах	*Познавательные:* понимают и используют математические средства наглядности для иллюстрации, интерпретации, аргументации. *Регулятивные:* умеют самостоятельно планировать альтернативные пути достижения целей. *Коммуникативные:* выстраивают аргументацию, участвуют в диалоге, приводят примеры и контрпримеры. *Личностные:* имеют целостное мировоззрение, соответствующее современному уровню развития науки и общественной практики

Организация пространства

Формы работы	Фронтальная (Ф); парная (П); индивидуальная (И); групповая (Г)
Образовательные ресурсы	• Геометрия. 7–9 классы: учеб. для общеобразоват. учреждений / Л. С. Атанасян, В. Ф. Бутузов, С. Б. Кадомцев, Э. Г. Позняк, И. И. Юдина. М.: Просвещение, 2014[*]. • Готовые чертежи к заданиям

I этап. Актуализация опорных знаний

Цель деятельности	Совместная деятельность
Повторить изученный в 8 классе материал	(Ф) Теоретический опрос: – Дайте определение параллелограмма. Перечислите его свойства и признаки. – Дайте определение прямоугольника. Перечислите его свойства и признаки. – Дайте определение ромба. Перечислите его свойства и признаки. – Дайте определение трапеции. Назовите виды трапеций. Перечислите свойства равнобедренной трапеции

II этап. Решение задач

Цель деятельности	Совместная деятельность
1	2
Систематизировать теоретические знания при решении задач на повторение	(Г) 1. Решение задач: 1) Докажите, что центр окружности, вписанной в равнобедренный треугольник, лежит на высоте, проведенной к основанию. 2) Докажите, что центр окружности, описанной около равнобедренного треугольника, лежит на медиане, проведенной к его основанию, или на ее продолжении. 3) Докажите, что треугольник является равнобедренным, если две его медианы равны.

---

[*] Здесь и далее по всему пособию на каждом уроке предполагается работа с учебником. В связи с этим далее ссылка на учебник будет опущена.

Продолжение табл.

1	2

4) Докажите, что если в треугольнике две высоты равны, то центр вписанной в него окружности лежит на одной из медиан этого треугольника, а центр описанной окружности – на той же медиане или ее продолжении.

5) Докажите, что середины сторон произвольного четырехугольника являются вершинами параллелограмма.

(П) 2. Решение задач по готовым чертежам.

1) *Дано:* $NQ = MQ$.

Найти: $\frac{NE}{QF}$.

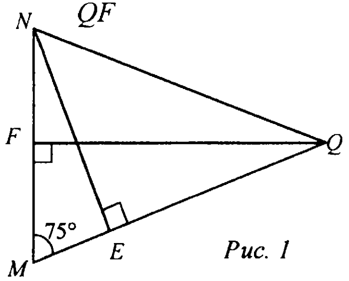


Рис. 1

2) *Дано:* $KMTF$ – трапеция.

Найти: $\sin\angle K$, $\cos\angle K$.

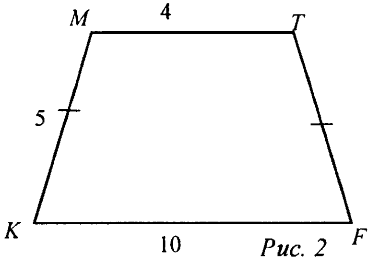


Рис. 2

3) *Дано:* $ABCD$ – параллелограмм.

Найти: S_{ABCD}.

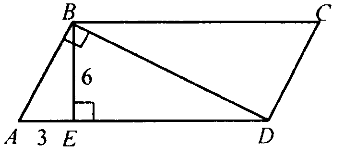


Рис. 3

4) *Дано:* $MLKN$ – параллелограмм. $MN : ML = 2 : 1$.

Найти: S_{MLKN}.

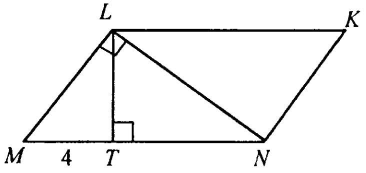


Рис. 4

5) *Дано:* $TMNK$ – трапеция. $MK = 15$, $ME = 9$.

Найти: S_{TMNK}.

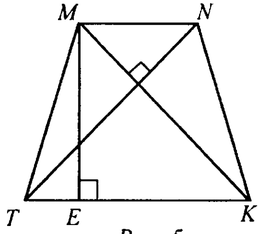


Рис. 5

6) *Найти:* NC.

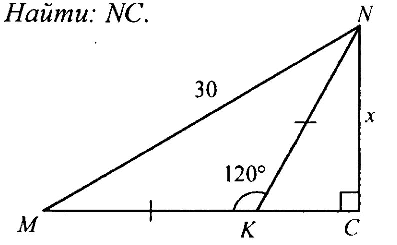
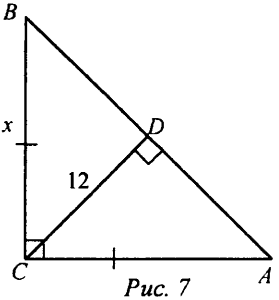
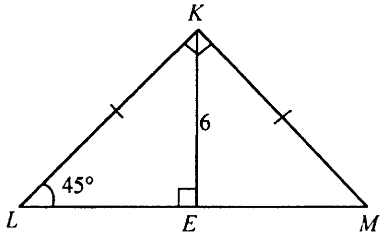
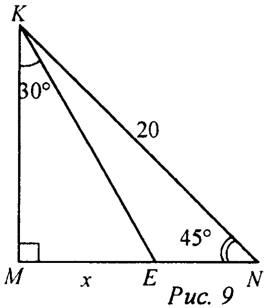


Рис. 6

Окончание табл.

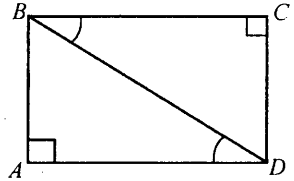
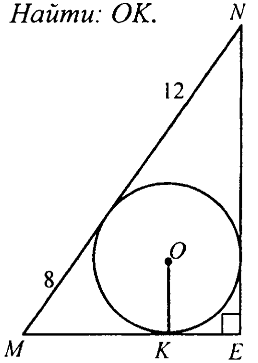
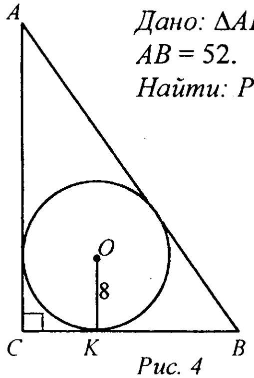
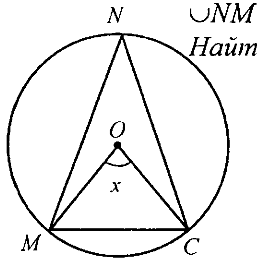
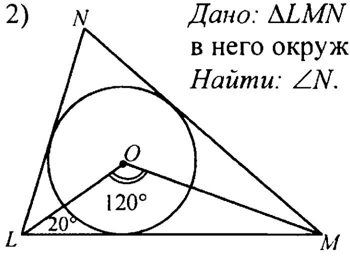
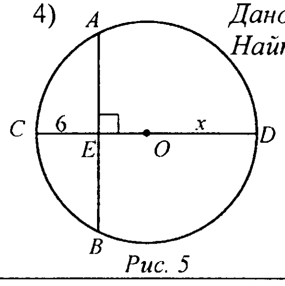
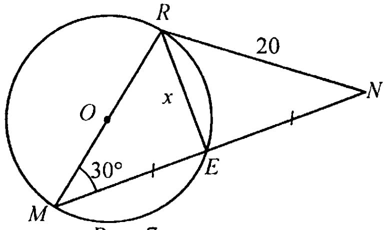
1	2
	7) *Найти: BC.*  *Рис. 7* 8) *Найти: LM.*  *Рис. 8* 9) *Найти: MN.*  *Рис. 9*

III этап. Итоги урока. Рефлексия	
Деятельность учителя	Деятельность учащихся
(Ф/И) – Какие темы повторили на уроке? – Что еще, по вашему мнению, предстоит повторить на следующем уроке?	(И) Домашнее задание: повторить материал пунктов 15; 17–20; 30; 42–46; 49–55; решить задачи № 167, 163, 502, 513

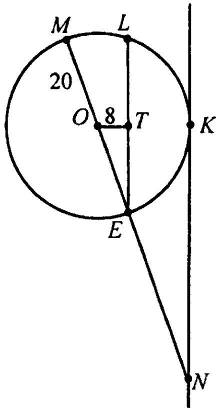
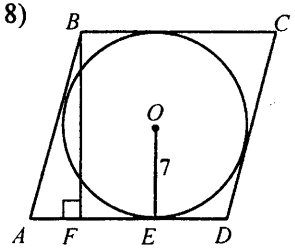
Урок 2. Тема: ПОВТОРЕНИЕ КУРСА ГЕОМЕТРИИ 8 КЛАССА

Цель деятельности учителя	Создать условия для обобщения и систематизации сведений, необходимых при изучении геометрии в 9 классе, повторения некоторых свойств треугольников и четырехугольников, закрепления знаний учащихся в ходе решения задач
Термины и понятия	Параллелограмм, прямоугольник, трапеция, ромб, треугольник, высота; окружность, вписанная в треугольник; центральный угол, вписанный угол, хорда
Планируемые результаты	
Предметные умения	**Универсальные учебные действия**
Имеют систематические знания о плоских фигурах и их свойствах	*Познавательные:* понимают и используют математические средства наглядности, для иллюстрации, интерпретации, аргументации. *Регулятивные:* умеют самостоятельно планировать альтернативные пути достижения целей. *Коммуникативные:* выстраивают аргументацию, участвуют в диалоге, приводят примеры и контрпримеры. *Личностные:* имеют целостное мировоззрение, соответствующее современному уровню развития науки и общественной практики
Организация пространства	
Формы работы	Фронтальная (Ф); парная (П); индивидуальная (И)
Образовательные ресурсы	• Чертежи к задачам

Продолжение табл.

I этап. Решение задач	
Цель деятельности	Совместная деятельность
1	2
Обобщить и систематизировать знания по изученному материалу 8 класса	(Ф/И) 1. Обсуждение вопросов учащихся по домашнему заданию. (П) 2. Решение задач. 1) Найдите длины отрезков, соединяющих середины сторон трапеции с равными диагоналями, если ее основания равны 7 см и 9 см, а высота равна 8 см. 2) Вычислите площадь треугольника ABC, если $AB = 8{,}5$ м, $AC = 5$ м, высота $AN = 4$ м и точка N лежит на отрезке BC. 3) Вершины четырехугольника $ABCD$ являются серединами сторон четырехугольника, диагонали которого равны 6 дм и пересекаются под углом 60°. Вычислите площадь четырехугольника $ABCD$. 4)  *Рис. 1* *Дано:* $\angle BAD = \angle BCD = 90°$, $\angle CBD = \angle ADB$. *Доказать:* $AB = CD$. (Ф) 3. Решение задач по готовым чертежам. 1) *Дано*: ΔMEN – прямоугольный. *Найти:* OK.  *Рис. 2* 3) *Дано:* ΔABC – прямоугольный, $AB = 52$. *Найти:* P_{ABC}.  *Рис. 4* 5) *Дано:* $\angle NMC = 75°$, $\cup NM : \cup MC = 2 : 1$. *Найти:* $\angle O$.  *Рис. 6* 2) *Дано:* ΔLMN и вписанная в него окружность. *Найти:* $\angle N$.  *Рис. 3* 4) *Дано:* $AB + CE = CD$. *Найти:* OD.  *Рис. 5* 6) *Найти:* RE.  *Рис. 7*

Окончание табл.

1	2
	7)  *Дано:* $EL \parallel NK$ *Найти:* MN. *Рис. 8* 8)  *Дано:* $ABCD$ – ромб. *Найти:* BF. *Рис. 9*

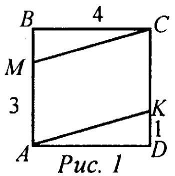
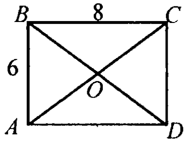
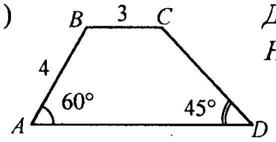
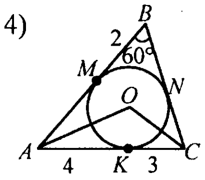
II этап. Итоги урока. Рефлексия	
Деятельность учителя	Деятельность учащихся
(Ф/И) – Какие темы повторили на уроке? – Задайте три вопроса по теме урока	(И) Домашнее задание: решить задачи № 515, 517, 524

ГЛАВА IX. ВЕКТОРЫ

Урок 3. Тема: ПОНЯТИЕ ВЕКТОРА

Цель деятельности учителя	Создать условия для введения понятий вектора, его начала и конца, нулевого вектора, длины вектора, коллинеарных, сонаправленных, противоположно направленных, равных векторов
Термины и понятия	Вектор, ненулевой вектор, равенство векторов, коллинеарные векторы, сонаправленные векторы, противоположно направленные, длина вектора
Планируемые результаты	
Предметные умения	**Универсальные учебные действия**
Умеют формулировать определения и иллюстрировать понятия вектора, его длины, коллинеарных и равных векторов	*Познавательные:* понимают и используют математические средства наглядности для иллюстрации, интерпретации, аргументации. *Регулятивные:* умеют самостоятельно планировать альтернативные пути достижения целей. *Коммуникативные:* выстраивают аргументацию, участвуют в диалоге, приводят примеры и контрпримеры. *Личностные:* имеют целостное мировоззрение, соответствующее современному уровню развития науки и общественной практики

Продолжение табл.

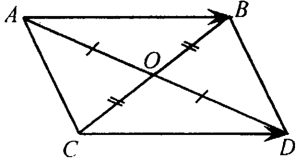
Организация пространства	
Формы работы	Фронтальная (Ф); парная (П); индивидуальная (И)
Образовательные ресурсы	• Чертежи к задачам
I этап. Актуализация опорных знаний. Вводное повторение	
Цель деятельности	Совместная деятельность
Организовать повторение изученного материала по геометрии 8 класса	(Ф/И) 1. Устный опрос по теории: 1) Сформулируйте определения медианы, биссектрисы и высоты треугольника. 2) Дайте понятие равнобедренного треугольника, назовите его свойства, признаки равенства треугольников. 3) Дайте определение средней линии треугольника и сформулируйте ее свойство. 4) Сформулируйте теорему Пифагора и обратную ей теорему. 5) Назовите формулу для вычисления площади треугольника. 6) Дайте понятие параллелограмма, свойства и признаков параллелограмма, ромба, прямоугольника. 7) Дайте определение трапеции, назовите виды трапеций. 8) Как вычисляется площадь параллелограмма, трапеции, треугольника, ромба? 9) Назовите четыре замечательные точки треугольника. (Ф) 2. Решение задач по готовым чертежам. 1)  *Рис. 1* *Дано: ABCD* – квадрат. *Найти:* P_{AMCK}, S_{AMCK}. (Ответ: $P_{AMCK} = 16$, $S_{AMCK} = 12$.) 2)  *Рис. 2* *Дано: ABCD* – прямоугольник. *Найти:* P_{ABO}, S_{ABO}. (Ответ: $P_{ABO} = 16$, $S_{ABO} = 12$.) 3)  *Рис. 3* *Дано: ABCD* – трапеция. *Найти:* P_{ABCD}, S_{ABCD}. (Ответ: $P_{ABCD} = 12 + 2\sqrt{3} + 2\sqrt{6}$, $S_{ABCD} = 8\sqrt{3} + 6$.) 4)  *Рис. 4* *Дано:* $\angle ABC$, $BM = 2$, $AK = 4$, $KC = 3$, $\angle B = 60°$. *Найти:* $\angle AOC$, P_{ABC}. (Ответ: $\angle AOC = 120°$, $P_{ABC} = 18$.)

Продолжение табл.

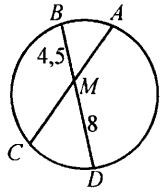
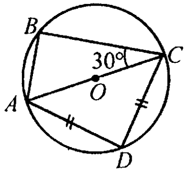
II этап. Изучение нового материала

Цель деятельности	Совместная деятельность
Ввести понятие вектора	(Ф) Материал рекомендуется изложить в виде лекции: 1. Понятие *векторных* величин (или коротко – *векторов*). 2. Примеры векторных величин, известных учащимся из курса физики: сила, перемещение материальной точки, скорость и другие *(учебник, рис. 240).* 3. Определение *вектора (рис. 241, 242).* 4. Обозначение вектора двумя заглавными латинскими буквами со стрелкой над ними, например, $\overrightarrow{AB}$ или обозначение одной строчной латинской буквой со стрелкой над ней: $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ *(рис. 243, а, б).* 5. Понятие *нулевого* вектора: любая точка плоскости также является вектором; в этом случае вектор называется *нулевым*; обозначают: $\vec{O} = \overrightarrow{MM} = \overrightarrow{AA}$ *(рис. 243, а).* 6. Определение длины или модуля ненулевого вектора $\overrightarrow{AB}$. Обозначение: $\left\|\overrightarrow{AB}\right\|$, $\|\vec{a}\|$. Длина нулевого вектора $\|\vec{a}\| = 0$. 7. Нахождение длин векторов, изображенных на рисунках 243*а* и 243*б*. 8. Выполнение практических заданий № 738, 739. 9. Рассмотрение примера движения тела, при котором все его точки движутся с одной и той же скоростью и в одном и том же направлении *(учебник, п. 80, рис. 244).* 10. Введение понятия *коллинеарных* векторов *(рис. 245).* 11. Определение понятий *сонаправленных* векторов и *противоположно направленных* векторов, их обозначение *(рис. 246).* 12. Нулевой вектор сонаправлен с любым вектором. 13. Определение *равных* векторов: если $\|\vec{a}\| \uparrow\uparrow \|\vec{b}\|$ и $\|\vec{a}\| = \|\vec{b}\|$, то $\vec{a} = \vec{b}$. 14. Объяснение смысла выражения: «Вектор $\vec{a}$ отложен от точки *A*» *(рис. 247).* 15. Доказательство утверждения, что от любой точки можно отложить вектор, равный данному, и притом только один *(рис. 248).* 16. Выполнение практического задания № 743. 17. Решение задачи № 749 по готовому чертежу на доске *(устно)*

III этап. Решение задач

Цель деятельности	Деятельность учителя	Деятельность учащихся
Совершенствовать навык решения задач на закрепление изученной темы	(Ф/И) 1. Решить задачу № 740 (а) на доске и в тетрадях. 2. Решить задачу № 744 *(устно).* 3. Решить задачу № 742. 4. Решить задачу № 745 *(выборочно).* 5. По заготовленному чертежу решить задачу № 746 *(устно).* 6. Доказать прямое утверждение в задаче № 750	**№ 750.**  *Рис. 5* По условию $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD}$, то $AB \parallel CD$, значит, по признаку параллелограмма *ABDC* – параллелограмм, а диагонали параллелограмма точкой пересечения делятся пополам, значит, середины отрезков *AD* и *BC* совпадают

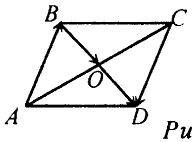
Окончание табл.

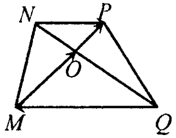
IV этап. Итоги урока. Рефлексия	
Деятельность учителя	Деятельность учащихся
(Ф/И) – С каким понятием познакомились на уроке? – Назовите векторные величины из физики	(И) Домашнее задание: 1. Решить задачи по готовым чертежам: 1) *Дано:* $AC = 13$. *Найти:* AM, MC.  *Рис. 6* 2) *Найти:* $\angle BAD$, $\angle BCD$.  *Рис. 7* 2. № 740 (б), 747, 750 (обратное утверждение), 751

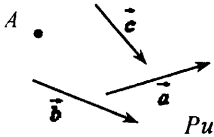
Урок 4. Тема: ОТКЛАДЫВАНИЕ ВЕКТОРА ОТ ДАННОЙ ТОЧКИ

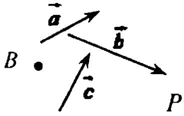
Цель деятельности учителя	Создать условия для обучения откладыванию вектора, равного данному
Термины и понятия	Вектор, ненулевой вектор, равенство векторов, коллинеарные векторы, сонаправленные векторы, противоположно направленные, длина вектора
Планируемые результаты	
Предметные умения	**Универсальные учебные действия**
Умеют формулировать определения и иллюстрировать понятия вектора, его длины, коллинеарных и равных векторов	*Познавательные:* понимают и используют математические средства наглядности для иллюстрации, интерпретации, аргументации. *Регулятивные:* умеют самостоятельно планировать альтернативные пути достижения целей. *Коммуникативные:* выстраивают аргументацию, участвуют в диалоге, приводят примеры и контрпримеры. *Личностные:* имеют целостное мировоззрение, соответствующее современному уровню развития науки и общественной практики
Организация пространства	
Формы работы	Фронтальная (Ф); парная (П); индивидуальная (И)
Образовательные ресурсы	• Задания для самостоятельной и парной работы. • Готовые чертежи к задачам

Продолжение табл.

<table>
<tr><td colspan="2">I этап. Актуализация опорных знаний</td></tr>
<tr><td>Цель деятельности</td><td>Совместная деятельность</td></tr>
<tr><td>Выявить трудности, возникшие при выполнении домашнего задания</td><td>(Ф) 1. Проверка домашнего задания. К доске вызываются двое учеников и демонстрируют решение задач по готовым чертежам.
2. Обсуждение вопросов по выполнению домашнего задания.
3. Теоретический опрос:


<i>Рис. 1</i>


<i>Рис. 2</i>
1) Назовите все векторы, изображенные на рисунках.
2) Среди изображенных векторов укажите коллинеарные, сонаправленные, противоположно направленные, равные</td></tr>
<tr><td colspan="2">II этап. Мотивация к деятельности</td></tr>
<tr><td>Цель деятельности</td><td>Совместная деятельность</td></tr>
<tr><td>Научить откладывать от заданной точки вектор, равный данному</td><td>(И) Самостоятельно прочитайте в учебнике п. 81. <i>(Один из учеников у доски комментирует прочитанное.)</i>
(Ф/И)
1) Постройте три попарно неколлинеарных вектора $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$. Выполните задания: постройте вектор, коллинеарный вектору $\vec{a}$. сонаправленный с вектором $\vec{b}$, противоположно направленный вектору $\vec{c}$; отложите от точки O вектор, равный вектору $\vec{c}$.
2) Дан прямоугольник $ABCD$ со сторонами 3 и 4. Найдите длину вектора $\vec{AC}$</td></tr>
<tr><td colspan="2">III этап. Самостоятельная работа</td></tr>
<tr><td>Цель деятельности</td><td>Задания для самостоятельной работы</td></tr>
<tr><td>1</td><td>2</td></tr>
<tr><td>Проверить уровень усвоения теоретического материала</td><td>(И) Самостоятельная работа с самопроверкой. Первое задание проверяет учитель.
Вариант I
1. Даны векторы. Отложите от точки A вектор:


<i>Рис. 3</i>
1) равный $\vec{a}$;
2) сонаправленный $\vec{b}$;
3) противоположно направленный $\vec{c}$.
2. $ABCD$ – ромб. Равны ли векторы: а) $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{DC}$; б) $\overrightarrow{BC}$ и $\overrightarrow{DA}$; в) $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{AD}$?
Вариант II
1. Даны векторы. Отложите от точки B вектор:


<i>Рис. 4</i>
1) равный $\vec{b}$;
2) сонаправленный $\vec{c}$;
3) противоположно направленный $\vec{a}$.
2. $ABCD$ – квадрат. Равны ли векторы: а) $\overrightarrow{BA}$ и $\overrightarrow{DC}$; б) $\overrightarrow{BC}$ и $\overrightarrow{AD}$; в) $\overrightarrow{DA}$ и $\overrightarrow{DC}$?</td></tr>
</table>

1	2	
	Ответы: **Вариант I** 2. а) $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC}$; б) $\overrightarrow{BC}\neq\overrightarrow{DA}$; в) $\overrightarrow{AB}\neq\overrightarrow{AD}$.	**Вариант II** 2. а) $\overrightarrow{BA}\neq\overrightarrow{CD}$; б) $\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AD}$; в) $\overrightarrow{DA}\neq\overrightarrow{DC}$
IV этап. Решение задач на повторение		
Цель деятельности	Деятельность учителя	Деятельность учащихся
Повторить материал 7–8 классов	(П) Решить задачу. Найти периметр описанной около окружности прямоугольной трапеции, если одно из оснований больше другого на 6 см, а радиус окружности равен 4 см	*Краткое решение:* 1) Найдем бóльшую боковую сторону по теореме Пифагора: $\sqrt{64+36}=\sqrt{100}=10$. 2) Около окружности можно описать трапецию, если суммы длин противоположных сторон равны: $x + x + 6 = 8 + 10$; $x = 6$. 3) $P = 8 + 6 + 12 + 10 = 36$ см. Ответ: 36 см
IV этап. Итоги урока. Рефлексия		
Деятельность учителя		Деятельность учащихся
(Ф/И) – Оцените свою работу на каждом этапе урока. – Какой этап оказался для вас наиболее сложным? Почему?		(И) Домашнее задание: № 748, 749, 752

Урок 5. Тема: СЛОЖЕНИЕ И ВЫЧИТАНИЕ ВЕКТОРОВ

Цель деятельности учителя	Создать условия для введения понятия суммы двух векторов, рассмотрения законов сложения векторов, обучения построению суммы двух данных векторов с использованием правила треугольника и параллелограмма
Термины и понятия	Вектор, сумма векторов, разность векторов, правило треугольника, правило параллелограмма
Планируемые результаты	
Предметные умения	**Универсальные учебные действия**
Умеют применять векторы, находить сумму и разность векторов, строить сумму и разность векторов	*Познавательные:* понимают и используют математические средства наглядности для иллюстрации, интерпретации, аргументации. *Регулятивные:* умеют самостоятельно планировать альтернативные пути достижения целей. *Коммуникативные:* выстраивают аргументацию, участвуют в диалоге. *Личностные:* проявляют способность к эмоциональному восприятию математических объектов, задач, решений, рассуждений

Продолжение табл.

Организация пространства	
Формы работы	Фронтальная (Ф); индивидуальная (И)
Образовательные ресурсы	• Задания для парной и фронтальной работы
I этап. Актуализация опорных знаний	
Цель деятельности	Совместная деятельность
Проверить правильность выполнения домашнего задания	(Ф/И) Проверить решение задачи № 752. а) Если $\vec{a} = \vec{b}$, то $\lvert\vec{a}\rvert = \lvert\vec{b}\rvert$ и $\vec{a} \uparrow\uparrow \vec{b}$. Ответ: верно. б) Если $\vec{a} = \vec{b}$, то $\lvert\vec{a}\rvert = \lvert\vec{b}\rvert$, то есть $\vec{a}$ и $\vec{b}$ *коллинеарные.* Ответ: верно. в) Если $\vec{a} = \vec{b}$, то $\vec{a} \uparrow\uparrow \vec{b}$, значит $\vec{a} \uparrow\downarrow \vec{b}$ – не может быть. Ответ: неверно. г) Если $\vec{a} \uparrow\uparrow \vec{b}$, то не обязательно $\vec{a} = \vec{b}$, так как может быть, что $\vec{a} \neq \vec{b}$. Ответ: неверно. д) Если $\vec{a} = \vec{0}$, то $\vec{a} \uparrow\uparrow \vec{b}$, так как $\vec{0}$ *сонаправлен с любым вектором.* Ответ: верно
II этап. Учебно-познавательная деятельность	
Цель деятельности	Совместная деятельность
Научить строить сумму векторов, используя правило треугольника и правило параллелограмма	(Ф) 1. Рассмотреть пример п. 82 о перемещении материальной точки из точки A в точку B, а затем из точки B в точку C *(рис. 249).* Записать: $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC}$. 2. Ввести понятие суммы двух векторов *(рис. 250)*; правило треугольника $\vec{c} = \vec{a} + \vec{b}$. 3. Устно провести доказательство по рис. 251. 4. Записать в тетрадях: 1) для любого вектора $\vec{a}$ справедливо равенство $\vec{a} + \vec{0} = \vec{a}$; 2) если A, B и C – произвольные точки, то $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$ (правило треугольника). 5. Выполнить практическое задание № 753. 6. Рассмотреть законы сложения векторов. 7. Рассмотреть правило параллелограмма *(рис. 252)* и частное использование этого правила в физике, например при сложении двух сил

III этап. Практическая работа. Решение задач

Цель деятельности	Деятельность учителя	Деятельность учащихся
Совершенствовать навыки решения задач	(Ф/И) 1. Начертите попарно неколлинеарные векторы $\vec{a}, \vec{b},$ и $\vec{c}$. Постройте векторы. $\vec{a}+\vec{b},\ \vec{b}+\vec{a},\ \vec{a}+\vec{c},\ (\vec{a}+\vec{b})+\vec{c},\ \vec{a}+(\vec{b}+\vec{c}),$ $(\vec{a}+\vec{c})+\vec{b}$.	
	2. Решите № 759 (а) без помощи чертежа.	**№ 759 (а).** Докажите, что $\overrightarrow{MN}+\overrightarrow{NQ}=\overrightarrow{MP}+\overrightarrow{PQ}$. Доказательство: $\underset{\curvearrowright}{\overrightarrow{MN}+\overrightarrow{NQ}}=\overrightarrow{MQ},\ \underset{\curvearrowright}{\overrightarrow{MP}+\overrightarrow{PQ}}=\overrightarrow{MQ},\ \overrightarrow{MQ}=\overrightarrow{MQ}$ – равенство верно.
	3. Упростите выражения: 1) $(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BK})+\overrightarrow{KM}$; 2) $(\overrightarrow{MN}+\overrightarrow{XY})+\overrightarrow{NX}$.	1) $\overrightarrow{AM}$; 2) $\overrightarrow{MY}$.
	(П) 4. Найдите вектор $\vec{x}$ из условий: 1) $\overrightarrow{EF}+(\overrightarrow{FP}+\vec{x})=\overrightarrow{EM}$; 2) $\overrightarrow{AB}+(\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{BN})=\overrightarrow{MK}+\vec{x}$.	1) $\overrightarrow{PM}$; 2) $\overrightarrow{KN}$.
	5. Докажите, что четырехугольник $ABCD$ – параллелограмм, если $(\overrightarrow{AP}+\overrightarrow{XB})+\overrightarrow{PX}=\overrightarrow{DC}$, где P и x – произвольные точки плоскости	Доказательство: $(\underset{\curvearrowright}{\overrightarrow{AP}+\overrightarrow{PX}})+\overrightarrow{XB}=\overrightarrow{DC};\ \underset{\curvearrowright}{\overrightarrow{AX}+\overrightarrow{XB}}=\overrightarrow{DC};$ $\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{DC}$, получим, что векторы $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{DC}$ равны, а это значит, что $\overrightarrow{AB}\uparrow\uparrow\overrightarrow{DC}$ и $\lvert\overrightarrow{AB}\rvert = \lvert\overrightarrow{DC}\rvert$, тогда по признаку параллелограмма $ABCD$ – параллелограмм

III этап. Итоги урока. Рефлексия

Деятельность учителя	Деятельность учащихся
(Ф/И) – Какие правила для построения суммы векторов изучили на уроке? В чем их отличие? – Составьте синквейн к уроку	(И) Домашнее задание: № 754, 759 (б) (без чертежа), 763 (б, в)

Урок 6. Тема: СУММА НЕСКОЛЬКИХ ВЕКТОРОВ. ВЫЧИТАНИЕ ВЕКТОРОВ

Цель деятельности учителя	Создать условия для введения понятий суммы трех и более векторов, разности векторов, для обучения построению суммы двух и нескольких векторов с использованием правила многоугольника, разности векторов
Термины и понятия	Вектор, сумма векторов, правило треугольника, правило параллелограмма, правило многоугольника, разность векторов

Планируемые результаты

Предметные умения	**Универсальные учебные действия**
Умеют применять векторы, находить сумму и разность векторов, строить сумму и разность векторов	*Познавательные:* понимают и используют математические средства наглядности для иллюстрации, интерпретации, аргументации. *Регулятивные:* умеют самостоятельно планировать альтернативные пути достижения целей. *Коммуникативные:* выстраивают аргументацию, участвуют в диалоге. *Личностные:* проявляют способность к эмоциональному восприятию математических объектов, задач, решений, рассуждений

Организация пространства

Формы работы	Фронтальная (Ф); индивидуальная (И)
Образовательные ресурсы	• Задания для самостоятельной работы

I этап. Актуализация опорных знаний

Цель деятельности	Задания для самостоятельной работы
Выявить уровень усвоения теоретического материала	(Ф) 1. Решение задач *(устно)*. 1) Найдите вектор *x* из условия: а) $\overrightarrow{MN}+\vec{x}=\overrightarrow{MK}$; б) $(\overrightarrow{AB}+\vec{x})+\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AD}$. 2) Упростите выражение: а) $(\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CD})+\overrightarrow{BC}$; б) $(\overrightarrow{EF}+(\overrightarrow{PE}+\overrightarrow{FQ}))+\overrightarrow{AA}$. (И) 2. Самостоятельная работа *(письменно)*. Работа выполняется на листках и сдается учителю на проверку. **Вариант I** 1. Начертите четыре попарно неколлинеарных вектора $\vec{x},\vec{y},\vec{z},\vec{t}$. Постройте вектор $\vec{x}+\vec{y}+\vec{z}+\vec{t}$. 2. Упростите выражение: $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{MP}+\overrightarrow{CM}+\overrightarrow{BC}+\overrightarrow{PN}$. **Вариант II** 1. Начертите пять попарно неколлинеарных векторов $\vec{a},\vec{b},\vec{c},\vec{d},\vec{e}$. Постройте вектор $\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}+\vec{d}+\vec{e}$. 2. Упростите выражение: $\overrightarrow{PQ}+\overrightarrow{EF}+\overrightarrow{AE}+\overrightarrow{QA}$.

II этап. Работа по учебнику

Цель деятельности	Совместная деятельность
1	2
Развивать умения работать самостоятельно (используя	(И/Ф) 1. Используя рис. 253, разобрать сложение нескольких векторов. 2. Дать понятие о том, что сумма нескольких векторов не зависит от того, в каком порядке они складываются.

Продолжение табл.

1	2
текст учебника, разобрать новый материал)	3. По рис. 254 в учебнике рассмотреть построение суммы шести векторов. 4. Определить, в чем заключается правило многоугольника сложения нескольких векторов. 5. Записать в тетради правило многоугольника: если A_i , A_2, ..., A_n – произвольные точки плоскости, то $\overrightarrow{A_1A_2}+\overrightarrow{A_2A_3}+...+$ $+\overrightarrow{A_{n-1}A_n}=\overrightarrow{A_1A_n}$. 6. Рассмотреть рис. 255 (а, б). При сложении нескольких векторов сумма данных векторов может быть равна нулевому вектору, если начало первого вектора совпадает с концом последнего вектора

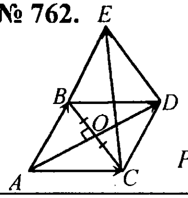
III этап. Мотивация к деятельности

Цель деятельности	Совместная деятельность
Дать задания, способствующие пониманию новой темы	(Ф) – Что значит из числа a вычесть число b? – Найдите вектор $\vec{x}$ из равенства: а) $\vec{x}-\overrightarrow{AB}=\overrightarrow{BC}$; б) $\vec{x}-\overrightarrow{CD}=\overrightarrow{MC}$. – Сформулируйте правило вычитания двух отрицательных чисел. – Укажите вектор, противоположный вектору $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{MN}, \overrightarrow{KE}$. – Упростите выражение: а) $\overrightarrow{AB}+(-\overrightarrow{CB})$; б) $\overrightarrow{MN}+(-\overrightarrow{KN})$; в) $\overrightarrow{CD}+(-\overrightarrow{ED})$

IV этап. Учебно-познавательная деятельность

Цель деятельности	Совместная деятельность
Ввести понятие разности векторов и научить строить разность векторов	(Ф) 1. Предложить учащимся самим сформулировать определение *разности* двух векторов. 2. Дать определение разности двух векторов *(формулирует учитель)*: $\vec{a}-\vec{b}$. 3. Рассмотреть задачу о построении разности двух векторов *(рис. 256).* 4. Ввести понятие вектора, противоположного данному *(рис. 257).* 5. Провести доказательство теоремы о разности векторов: для любых векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$ справедливо равенство $\vec{a}-\vec{b}=\vec{a}+(-\vec{b})$. 6. Решить задачу о построении разности векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$ другим способом *(рис. 258)*

V этап. Решение задач

Цель деятельности	Деятельность учителя	Деятельность учащихся
1	2	3
Совершенствовать навыки решения задач	(Ф/И) 1. Выполнить на доске и тетрадях практическое задание № 755, 756. 2. Решить задачу № 761 *(без чертежа).* 3. Решить № 762. 4. Решить задачу № 766 по рис. 259 *(устно).*	**№ 762.**  *Рис. 1* *Дано:* ΔABC – равносторонний со стороной a. *Найти:* а) $\lvert\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}\rvert$; б) $\lvert\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}\rvert$; в) $\lvert\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CB}\rvert$; г) $\lvert\overrightarrow{BA}-\overrightarrow{BC}\rvert$; д) $\lvert\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC}\rvert$.

Продолжение табл.

1	2	3
	5. Решить задачу № 764 (а) на доске и в тетрадях. 6. Решить № 765 и 772	*Решение:* а) $\left\|\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}\right\|=\overrightarrow{AC}=a$. б) Проведем $CD \parallel AB$ и $BD \parallel AC$. $ABCD$ – параллелограмм (по определению) и смежные стороны $AB = AC = a$, значит, $ABCD$ – ромб. По правилу параллелограмма $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AD}$, то есть $\left\|\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}\right\|=\left\|\overrightarrow{AD}\right\| = AD$, AD – диагональ ромба, значит: $AD = 2AO$, $AO \perp BC$ и O – середина BC. Из прямоугольного ΔAOC ($\angle O = 90°$) по теореме Пифагора: $AO^2 = AC^2 - OC^2 = a^2 - \left(\frac{a}{2}\right)^2 = a^2 - \frac{a^2}{4} = \frac{3a^2}{4}$, то есть $AO = \sqrt{\frac{3a^2}{4}} = \frac{a\sqrt{3}}{2}$, $AD = 2 \cdot AO = 2 \cdot \frac{a\sqrt{3}}{2} = a\sqrt{3}$. в) Проведем $DE \parallel BC$ и $DE = BC$. Тогда $\overrightarrow{DE}=\overrightarrow{CB}$ и $\overrightarrow{CD}=\overrightarrow{AB}$ (как противолежащие стороны параллелограмма). Тогда $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CB}=\overrightarrow{CD}+\overrightarrow{DE}=\overrightarrow{CE}$, $CDEB$ – ромб по строению со стороной a и $CDEB = ABDC$, значит, диагональ $CE = AD = a\sqrt{3}$. г) По правилу треугольника: $\overrightarrow{BA}+\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{BC}$, значит, $\overrightarrow{BA}-\overrightarrow{BC}=-\overrightarrow{AC}$, то есть $\overrightarrow{BA}-\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{CA}$. $\left\|\overrightarrow{BA}-\overrightarrow{BC}\right\|=\left\|\overrightarrow{CA}\right\|=CA=a$. д) По правилу треугольника: $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AC}$, значит, $\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC}=-\overrightarrow{BC}$, то есть $\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{CB}$. $\left\|\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC}\right\|=\left\|\overrightarrow{CB}\right\|=CB=a$. Ответ: a; $a\sqrt{3}$; $a\sqrt{3}$; a; a. **№ 765.** Воспользуемся правилами: 1) $\vec{a}+\vec{b}=\vec{b}+\vec{a}$; 2) $(\vec{a}+\vec{b})+\vec{c}=\vec{a}+(\vec{b}+\vec{c})$, $\overrightarrow{AA}=\vec{0}$; и тем, что $\overrightarrow{AB}=-\overrightarrow{BA}$, например, правило треугольника: $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{BC}=\overrightarrow{AC}$. $\vec{p}=\overrightarrow{XY}+\overrightarrow{ZX}+\overrightarrow{YZ}=\overrightarrow{XY}+\overrightarrow{YZ}+\overrightarrow{ZX}=\overrightarrow{XZ}+\overrightarrow{ZX}=\overrightarrow{XX}=\vec{0}$. $\vec{q}=(\overrightarrow{XY}-\overrightarrow{XZ})+\overrightarrow{YZ}=\overrightarrow{XY}+\overrightarrow{ZX}+\overrightarrow{YZ}=\overrightarrow{XY}+\overrightarrow{YZ}+\overrightarrow{ZX}=\overrightarrow{XX}=\vec{0}$. $\vec{r}=(\overrightarrow{ZY}-\overrightarrow{XY})-\overrightarrow{ZX}=\overrightarrow{ZY}+\overrightarrow{YX}+\overrightarrow{XZ}=\overrightarrow{ZX}+\overrightarrow{XZ}=\overrightarrow{ZZ}=\vec{0}$.

1	2	3
		№ 772. *Дано:* $ABCD$ – параллелограмм, X – любая точка плоскости. *Доказать:* $\overrightarrow{XA}+\overrightarrow{XC}=\overrightarrow{XB}+\overrightarrow{XD}$. *Доказательство:* $\overrightarrow{XB}=\overrightarrow{XA}+\overrightarrow{AB}$ (по правилу треугольника). $\overrightarrow{XC}=\overrightarrow{XD}+\overrightarrow{DC}$ (по правилу треугольника). Получаем: $\overrightarrow{XA}+\overrightarrow{XC}=\overrightarrow{XB}+\overrightarrow{XD}$, $\overrightarrow{XA}+\overrightarrow{XD}+\overrightarrow{DC}=\overrightarrow{XA}+\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{XD}$. Сравнивая левую и правую части уравнения, получаем $\overrightarrow{DC}=\overrightarrow{AB}$, а это является верным равенством, так как $\overrightarrow{DC}\uparrow\uparrow\overrightarrow{AB}$ и $\lvert\overrightarrow{DC}\rvert=\lvert\overrightarrow{AB}\rvert$ (так как $AB \parallel CD$ и $AB = CD$, как противолежащие стороны параллелограмма

VI этап. Итоги урока Рефлексия	
Деятельность учителя	Деятельность учащихся
(Ф/И) – Используя какие правила, можно найти сумму двух векторов, трех и более векторов? – Как найти разность векторов? – Составьте синквейн к уроку	(И) Домашнее задание: № 760, 774, 757, 764(б), 767

Урок 7. Тема: УМНОЖЕНИЕ ВЕКТОРА НА ЧИСЛО

Цель деятельности учителя	Создать условия для введения понятия умножения вектора на число; для рассмотрения основных свойств умножения вектора на число
Термины и понятия	Вектор, коллинеарные векторы, сонаправленные, противоположно направленные

Планируемые результаты	
Предметные умения	**Универсальные учебные действия**
1	2
Умеют применять векторы, находить вектор, который больше или меньше данного вектора в несколько раз	*Познавательные:* умеют создавать, применять и преобразовывать знаково-символические средства, модели и схемы для решения учебных и познавательных задач. *Регулятивные:* умеют осуществлять контроль по результату и способу действий на уровне произвольного внимания и вносить необходимые коррективы

Продолжение табл.

1	2
	Коммуникативные: выстраивают аргументацию, участвуют в диалоге. *Личностные:* проявляют креативность мышления, инициативность, находчивость, активность при решении геометрических задач
Организация пространства	
Формы работы	Фронтальная (Ф); парная (П); индивидуальная (И)
Образовательные ресурсы	• Задача для парной работы; • задания для проверочной работы; • чертежи для задач
I этап. Мотивация к деятельности	
Цель деятельности	Постановка учебной деятельности
Дать задачу, приводящую к формулировке новой темы	*Тему урока на доске можно не писать. После решения задачи учащиеся могут сами ее сформулировать.* (П) Решите задачу. Лодка движется прямолинейно с некоторой скоростью $\vec{v}$ и обгоняет плот, плывущий в том же направлении со скоростью в три раза меньшей скорости лодки. Навстречу им движется катер со скоростью в два раза меньшей скорости лодки. Сделайте рисунок к данной задаче
II этап. Учебно-познавательная деятельность	
Цель деятельности	Совместная деятельность
Ввести понятие умножения ненулевого вектора на число	(Ф) 1. Определение произведения вектора на число, его обозначение: $k\vec{a}$ *(рис. 260).* 2. Запись в тетрадях: 1) произведение любого вектора на число нуль есть нулевой вектор; 2) для любого числа k и любого вектора $\vec{a}$ векторы $\vec{a}$ и $k\vec{a}$ коллинеарные. 3. Основные свойства умножения вектора на число: Для любых чисел k, l и любых векторов $\vec{a}$, $\vec{b}$ справедливы равенства: 1) $(kl)\vec{a} = k(l\vec{a})$ (сочетательный закон) *(рис. 261)*; 2) $(k + l)\vec{a} = k\vec{a} + l\vec{a}$ (первый распределительный закон) *(рис. 262)*; 3) $k(\vec{a} + \vec{b}) = k\vec{a} + k\vec{b}$ (второй распределительный закон) *(рис. 263).* Примечание. Рассмотренные нами свойства действий над векторами позволяют в выражениях, содержащих суммы, разности векторов и произведения векторов на числа, выполнять преобразования по тем же правилам, что и в числовых выражениях. Например: $p = 2(a - b) + (c + a) - 3(b - c + a) = 2a - 2b + c + a - 3b + 3c - 3a = -5b + 4c$
III этап. Закрепление изученного материала. Решение задач	
Цель деятельности	Совместная деятельность
Совершенствовать навыки решения задач	(Ф/И) 1. Выполнить практические задания № 776 (б, г, д), 777. 2. Решить задачи № 779, 781 (а, в) на доске и в тетрадях. 3. Решить задачу № 780 (б)

<table>
<tr><th colspan="3">IV этап. Решение задач</th></tr>
<tr><th>Цель деятельности</th><th>Деятельность учителя</th><th>Деятельность учащихся</th></tr>
<tr><td>Совершенствовать навыки решения задач</td><td>

(Ф/И)

1. Выполнить практическое задание № 756.

2. Решить задачу № 766 по рис. 259 *(устно)*.

3. Решить задачу № 764 (а) на доске и в тетрадях.

</td><td>

№ 764.

Решение:

а) $(AB + BC - MC) - (MD - KD) = (AB + BC) + (MD - MC) - KD =$
$= (AC + CD) - KD = AD - KD = AD + DK = AK$.

Ответ: AK

</td></tr>
<tr><td></td><td>

4. Решить № 765 и 772.

5. Решить задачи по готовым чертежам:

1)

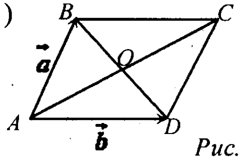


Рис. 1

Дано: $ABCD$ – параллелограмм, $\overrightarrow{AB} = \vec{a}$, $\overrightarrow{AD} = \vec{b}$. *Выразить* через $\vec{a}$ и $\vec{b}$ векторы $\overrightarrow{BC}, \overrightarrow{CD}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{OC}, \overrightarrow{OA}$.

2)

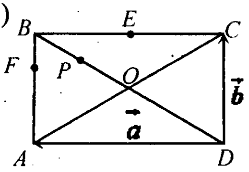


Рис. 2

Дано: $ABCD$ – прямоугольник, $\overrightarrow{DA} = \vec{a}$, $\overrightarrow{DC} = \vec{b}$, E – середина BC, $F \in AB$, $AF : FB = 3 : 2$, P – середина BO. *Выразить* через $\vec{a}$ и $\vec{b}$ векторы $\overrightarrow{BE}, \overrightarrow{BF}$, $\overrightarrow{OP}, \overrightarrow{PE}, \overrightarrow{FE}$.

3)

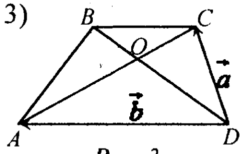


Рис. 3

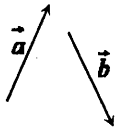
Дано: $ABCD$ – трапеция, $\overrightarrow{DC} = \vec{a}$, $\overrightarrow{DA} = \vec{b}$, $\overrightarrow{BC} = \frac{1}{2}\overrightarrow{AD}$. *Выразить* через $\vec{a}$ и $\vec{b}$ векторы $\overrightarrow{DB}, \overrightarrow{CA}, \overrightarrow{BO}, \overrightarrow{OC}$.

6. Решить задачу № 782 на доске и в тетрадях.

7. Решить задачу № 802 на доске и в тетрадях

</td><td></td></tr>
</table>

Окончание табл.

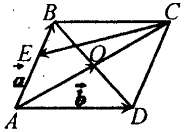
V этап. Самостоятельная работа	
Цель деятельности	Задания для самостоятельной работы
Проверить уровень усвоения материала	(И) Проверочная работа с самопроверкой. *(Учитель заранее готовит правильные ответы.)* 1) Построить: а) $\frac{1}{2}\vec{a}$; б) $2\vec{b}$; в) $\frac{1}{2}\vec{a}+2\vec{b}$; г) $2\vec{b}-\frac{1}{2}\vec{a}$ *(рис. 4)*.  *Рис. 4* 2) Дан параллелограмм *ABCD*. Построить векторы: $\frac{2}{5}\overrightarrow{AB}-\frac{1}{10}\overrightarrow{CA}-\frac{2}{5}\overrightarrow{DA}$
VI этап. Итоги урока. Рефлексия	
Деятельность учителя	Деятельность учащихся
(Ф/И) – Что нового узнали на уроке? – Сформулируйте три вопроса по уроку	(И) Домашнее задание: повторить материал пунктов 76–83; ответить на вопросы 1–17, с. 208–209 учебника; решить задачи № 783, 804, 775, 776 (а, в, е), 781 (б), 780 (а)

Урок 8. Тема: ПРИМЕНЕНИЕ ВЕКТОРОВ К РЕШЕНИЮ ЗАДАЧ

Цели деятельности учителя	Создать условия для того, чтобы на конкретных примерах показать применение векторов при решении геометрических задач, для обучения решению задач; способствовать развитию логического мышления учащихся
Термины и понятия	Векторы
Планируемые результаты	
Предметные умения	**Универсальные учебные действия**
Умеют применять векторы при решении задач	*Познавательные:* умеют создавать, применять и преобразовывать знаково-символические средства, модели и схемы для решения учебных и познавательных задач. *Регулятивные:* умеют осуществлять контроль по результату и способу действий на уровне произвольного внимания и вносить необходимые коррективы. *Коммуникативные:* выстраивают аргументацию, участвуют в диалоге. *Личностные:* проявляют креативность мышления, инициативность, находчивость, активность при решении геометрических задач
Организация пространства	
Формы работы	Фронтальная (Ф); индивидуальная (И)
Образовательные ресурсы	• Задания для самостоятельной работы

Окончание табл.

I этап. Актуализация опорных знаний учащихся

Цель деятельности	Совместная деятельность
Выявить трудности, возникшие при выполнении домашнего задания	(Ф/И) 1. Обсудить вопросы учащихся по выполнению домашнего задания. 2. Самостоятельно выполнить задания с последующим обсуждением. 1) Упростите выражение $\overrightarrow{MN}+\overrightarrow{KE}-\overrightarrow{AN}-\overrightarrow{BA}-\overrightarrow{KB}+\overrightarrow{EC}$. 2) Из условия $\overrightarrow{DM}-\overrightarrow{EF}+\overrightarrow{ED}+\overrightarrow{MK}+\vec{x}=\overrightarrow{PK}-\overrightarrow{PC}+\overrightarrow{FA}$ найдите вектор $\vec{x}$. 3) В трапеции $ABCD$ $AB \mid\mid CD$, $AB = 3CD$. Выразите через векторы $\vec{m}=\overrightarrow{DA}$ и $\vec{n}=\overrightarrow{DC}$ векторы $\overrightarrow{AM}$ и $\overrightarrow{MN}$, где M – середина BC, а N – точка на стороне AB, такая, что $AN : NB$. 3. Заполнить пропуски при решении задачи:  *Дано:* $ABCD$ – параллелограмм, $E \in AB$, $AE : EB = 3 : 2$, $\vec{a}=\overrightarrow{AB}$, $\vec{b}=\overrightarrow{AD}$. *Выразить:* $\overrightarrow{AO}$ и $\overrightarrow{CE}$ через $\vec{a}$ и $\vec{b}$. *Решение:* $\overrightarrow{AO}=\frac{1}{2}\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AC}=\vec{a}+\vec{b}$, тогда $\overrightarrow{AO}=\ldots$ $\overrightarrow{CE}=\overrightarrow{CB}+\overrightarrow{BE}$. Так как $AE : EB = 3 : 2$, то $EB = \ldots AB$, поэтому $\overrightarrow{BE}= \ldots$ следовательно, $\overrightarrow{CE}=\ldots$

II этап. Работа по учебнику

Цель деятельности	Совместная деятельность
Совершенствовать умение работать самостоятельно (используя учебник, разобрать задачи на применение векторов)	(Ф) 1. Дать понятие о том, что векторы могут использоваться для решения геометрических задач. Рассмотреть вспомогательную задачу (п. 84, с. 208). 2. Разобрать по рис. 264 решение задачи 1 и 2 в учебнике на с. 204

III этап. Решение задач

Цель деятельности	Совместная деятельность
Совершенствовать навыки решения задач	(Ф/И) 1. Решить задачу № 784 на доске и в тетрадях. 2. Решить задачу № 786 на доске и в тетрадях

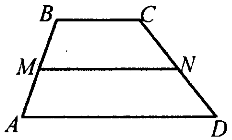
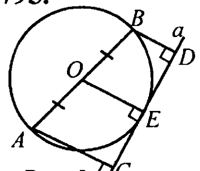
IV этап. Итоги урока. Рефлексия

Деятельность учителя	Деятельность учащихся
(Ф/И) – Задайте три вопроса по уроку	(И) Домашнее задание: № 785, 788

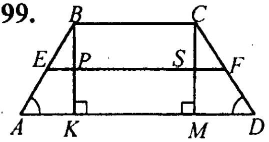
Урок 9. Тема: СРЕДНЯЯ ЛИНИЯ ТРАПЕЦИИ

<table>
<tr><td>Цель деятельности учителя</td><td colspan="2">Создать условия для введения понятия средней линии трапеции и доказательства теоремы о средней линии трапеции</td></tr>
<tr><td>Термины и понятия</td><td colspan="2">Трапеция, средняя линия</td></tr>
<tr><td colspan="3">Планируемые результаты</td></tr>
<tr><td colspan="2">Предметные умения</td><td>Универсальные учебные действия</td></tr>
<tr><td colspan="2">Умеют применять векторы при доказательстве теоремы о средней линии трапеции</td><td><i>Познавательные:</i> умеют устанавливать причинно-следственные связи, строить логическое рассуждение, делать умозаключения, выводы.
<i>Регулятивные:</i> умеют осуществлять контроль по результату и способу действий на уровне произвольного внимания и вносить необходимые коррективы.
<i>Коммуникативные:</i> выстраивают аргументацию, участвуют в диалоге.
<i>Личностные:</i> проявляют критичность мышления</td></tr>
<tr><td colspan="3">Организация пространства</td></tr>
<tr><td>Формы работы</td><td colspan="2">Фронтальная (Ф); индивидуальная (И)</td></tr>
<tr><td>Образовательные ресурсы</td><td colspan="2">• Задания для индивидуальной работы</td></tr>
<tr><td colspan="3">I этап. Актуализация знаний учащихся</td></tr>
<tr><td>Цель деятельности</td><td colspan="2">Совместная деятельность</td></tr>
<tr><td>Выявить трудности, возникшие при выполнении домашнего задания</td><td colspan="2">(Ф/И)
1. Обсудить вопросы учащихся по домашнему заданию.
2. Ответить на вопросы:
1) Какие векторы называются коллинеарными? Изобразите на рисунке сонаправленные векторы и противоположно направленные векторы.
2) Какой вектор называется произведением данного вектора на данное число?
3) Могут ли векторы $\vec{a}$ и $k\vec{a}$ быть неколлинеарными?
4) Сформулируйте основные свойства умножения вектора на число</td></tr>
<tr><td colspan="3">II этап. Изучение нового материала</td></tr>
<tr><td>Цель деятельности</td><td colspan="2">Совместная деятельность</td></tr>
<tr><td>Ввести понятие средней линии трапеции и доказать соответствующую теорему</td><td colspan="2">(Ф/И)
1. Определение трапеции. Виды трапеций.
2. Определение средней линии трапеции.
3. Доказательство теоремы о средней линии трапеции <i>(проводит учитель).</i>
При доказательстве теоремы целесообразно использовать результат задачи 2, решенной на предыдущем уроке</td></tr>
</table>

Продолжение табл.

III этап. Решение задач		
Цель деятельности	Деятельность учителя	Деятельность учащихся
1	2	3
Совершенствовать навык решения задач	(Ф/И) 1. Решить на доске и в тетрадях задачу № 793.	**№ 793.**  *Рис. 1* *Дано:* $ABCD$ – трапеция, $AB = 13$ см, $CB = 15$ см, $P_{ABCD} = 48$ см, M – середина AB, N – середина CD. *Найти:* MN. *Решение:* 1) $P_{ABCD} = AB + BC + CD + AD$, $P = 48$ см, $AB = 13$ см, $CB = 15$ см, значит, $BC + AD + 13 + 15 = 48$; $BC + AD = 48 - 28$; $BC + AD = 20$. 2) Средняя линия трапеции равна полусумме оснований, значит, $MN = \frac{BC + AD}{2} = \frac{20}{2} = 10$ см. Ответ: 10 см.
	2. Решить задачу № 795.	**№ 795.**  *Рис. 2* *Дано:* окружность с центром в точке O, AB – диаметр, a – касательная к окружности (касается в точке E), $BD \perp a$, $AC \perp a$, $AC = 18$ см, $BD = 12$ см. *Найти:* AB. *Решение:* 1) Касательная к окружности перпендикулярна радиусу, проведенному в точку касания, поэтому $OE \perp a$. 2) $AC \perp a$ и $B \perp a$, значит, $AC \parallel BD$, то есть $ABCD$ – трапеция. 3) $OE \perp a$, $AC \perp a$, $BD \perp a$, значит, $OE \parallel AC \parallel BD$ и $AO = OB$ (как радиусы), значит, по теореме Фалеса $CE = ED$, а это означает, что OE – средняя линия трапеции $ABCD$. 4) Средняя линия трапеции $ABCD$ равна полусумме оснований, поэтому $OE = \frac{AC + BD}{2} = \frac{18 + 12}{2} = \frac{30}{2} = 15$ (см). 5) $OE = 15$ см и OE – радиус, значит, диаметр $AB = 2 \cdot OE = 2 \cdot 15 = 30$ (см). Ответ: 30 см.

Окончание табл.

1	2	3
	3. Решить задачу № 799 на доске и в тетрадях	**№ 799.**  *Рис. 3* *Дано:* $ABCD$ – равнобедренная трапеция, $AB = CD$, $BK \perp AD$, $KD = 7$. *Найти:* среднюю линию. *Решение:* 1) EF – средняя линия трапеции, $EF \cap BK = P$, $EF \cap CM = S$ ($CM \perp AD$). 2) Пусть $KM = a$, тогда $BC = a$ (так как $KBCM$ – прямоугольник). Пусть $AK = b$, тогда $MD = b$ (тогда $\Delta ABK = \Delta DCM$ по гипотенузе $AB = CD$ и острому углу $\angle A = \angle D$). 3) В ΔABK EP – средняя линия, значит, $EP = \frac{1}{2}b$. 4) В ΔDCM FS – средняя линия, значит, $FS = \frac{1}{2}b$. $EF \parallel BC$, значит, $PS \perp BK$, $PBCS$ – прямоугольник, $PS = BC = a$. 5) $EF = EP + PS + SF = \frac{1}{2}b + a + \frac{1}{2}b = a + b = KM + MD = KD = 7$. Ответ: 7

IV этап. Итоги урока. Рефлексия

Деятельность учителя	Деятельность учащихся
(Ф/И) – Что нового узнали на уроке? – Составьте синквейн к уроку	(И) Домашнее задание: решить задачи № 787, 794

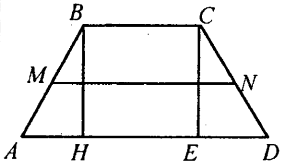
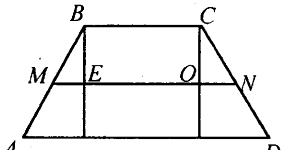
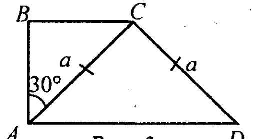
Урок 10. Тема: СРЕДНЯЯ ЛИНИЯ ТРАПЕЦИИ

Цель деятельности учителя	Создать условия для организации и проведения упражнений на основе использования понятия средней линии трапеции и доказательства теоремы о средней линии трапеции
Термины и понятия	Трапеция, средняя линия

Планируемые результаты

Предметные умения	Универсальные учебные действия
Умеют применять векторы при доказательстве теоремы о средней линии трапеции	*Познавательные:* умеют устанавливать причинно-следственные связи, строить логическое рассуждение, делать умозаключения, формулировать выводы. *Регулятивные:* умеют осуществлять контроль по результату и способу действий на уровне произвольного внимания и вносить необходимые коррективы. *Коммуникативные:* выстраивают аргументацию, участвуют в диалоге. *Личностные:* проявляют критичность мышления

Продолжение табл.

Организация пространства		
Формы работы	Фронтальная (Ф); парная (П); индивидуальная (И)	
Образовательные ресурсы	• Задания для самостоятельной работы	
I этап. Актуализация знаний учащихся		
Цель деятельности	Деятельность учителя	Деятельность учащихся
Выявить трудности, возникшие при выполнении домашнего задания; определить уровень владения учебным материалом при решении задач	(Ф/И) 1. Ответить на вопросы учащихся по домашнему заданию. (И) 2. Организовать выполнение самостоятельной работы с самопроверкой. *(Учитель заранее готовит короткое решение.)* **Вариант I** Высота, проведенная из вершины тупого угла равнобедренной трапеции, делит большее основание трапеции на два отрезка, меньший из которых равен 2 см. Найдите большее основание трапеции, если ее средняя линия равна 8 см. **Вариант II** Высота, проведенная из вершины тупого угла равнобедренной трапеции, делит среднюю линию трапеции на отрезки, равные 2 см и 6 см. Найдите основание трапеции	*Краткое решение:*  *Рис. 1* **Вариант I** 1) $AH = ED = 2$ см. 2) $MN = \frac{1}{2}(BC + AD) = 8$ см. 3) $BC + AD = 16$ см. 4) $BC = HE$, значит, $BC = x$, тогда $x + 2 + x + 2 = 16$, $x = 6$, значит, $BC = 6$ см, $AD = 10$ см. Ответ: 10 см.  *Рис. 2* **Вариант II** 1) Пусть высота из вершины B пересекает MN в точке E, а из вершины C – в точке O. 2) Тогда $ME = ON = 2$ см. 3) $BC = EO = 4$ см. 4) $AD = 12$ см. Ответ: 12 см
II этап. Решение задач		
Цель деятельности	Деятельность учителя	Деятельность учащихся
1	2	3
Совершенствовать навыки решения задач	(П) Решить № 809	**№ 809.**  *Рис. 3* *Дано:* $ABCD$ – трапеция, $\angle A = 90°$, $\angle C = 120°$, $AC = a$, $CD = a$. *Найти:* среднюю линию трапеции.

Окончание табл.

1	2	3
		Решение: 1) $\angle C = 120^\circ$, значит, $\angle D = 60^\circ$, так как $\angle C + \angle D = 180^\circ$ (как внутренние односторонние при параллельных прямых BC, AD и секущей CD). 2) ΔACD равнобедренный, так как $AC = CD$, значит, $\angle DAC = \angle D = 60^\circ$, то есть ΔACD – равносторонний треугольник (так как у него все углы равны), $AD = a$. 3) $\Delta ACD = 60^\circ$ (по п. 2), $\angle BCD = 120^\circ$, поэтому $\angle ACB = 60^\circ$. Рассмотрим ΔABC: $\angle B = 90^\circ$ (по условию), $\angle ACB = 60^\circ$, значит, $\angle BAC = 180^\circ - 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$, BC = $\frac{1}{2}AC = \frac{1}{2}a$, так как в прямоугольном треугольнике против угла в 30° лежит катет, равный половине гипотенузы. 4) $BC = \frac{1}{2}a$; $AD = a$. Средняя линия трапеции равна полусумме оснований, то есть $\frac{BC + AD}{2} = \frac{\frac{1}{2}a + a}{2} = \frac{\frac{3}{2}a}{2} = \frac{3}{4}a$. Ответ: $\frac{3}{4}a$

III этап. Итоги урока. Рефлексия	
Деятельность учителя	Деятельность учащихся
(Ф/И) – Какой этап урока был для вас наиболее трудным? Почему?	(И) Домашнее задание: № 804,796

ГЛАВА X. МЕТОД КООРДИНАТ

Урок 11. Тема: РАЗЛОЖЕНИЕ ВЕКТОРА ПО ДВУМ НЕКОЛЛИНЕАРНЫМ ВЕКТОРАМ

Цель деятельности учителя	Создать условия для доказательства леммы о коллинеарных векторах и теоремы о разложении вектора по двум неколлинеарным векторам
Термины и понятия	Лемма, разложение вектора

<table>
<tr><th colspan="3">Планируемые результаты</th></tr>
<tr><th colspan="2">Предметные умения</th><th>Универсальные учебные действия</th></tr>
<tr><td colspan="2">Умеют применять векторы при доказательстве теоремы о разложении вектора по двум неколлинеарным векторам</td><td><i>Познавательные:</i> умеют устанавливать причинно-следственные связи, строить логическое рассуждение, делать умозаключения, формулировать выводы.
<i>Регулятивные:</i> осознанно владеют логическими действиями определения понятий, обобщения, установления аналогий.
<i>Коммуникативные:</i> выстраивают аргументацию, участвуют в диалоге.
<i>Личностные:</i> проявляют критичность мышления</td></tr>
<tr><th colspan="3">Организация пространства</th></tr>
<tr><td>Формы работы</td><td colspan="2">Фронтальная (Ф); индивидуальная (И)</td></tr>
<tr><td>Образовательные ресурсы</td><td colspan="2">• Чертежи для задач</td></tr>
<tr><th colspan="3">I этап. Актуализация знаний учащихся</th></tr>
<tr><td>Цель деятельности</td><td colspan="2">Совместная деятельность</td></tr>
<tr><td>Выявить трудности, возникшие у учащихся при выполнении домашнего задания</td><td colspan="2">(Ф/И)
1. Ответить на вопросы учащихся.
2. Обсудить выполнение домашнего задания <i>(два ученика у доски).</i>
3. Устно решить задачу по заранее заготовленному на доске чертежу.
Дан параллелограмм $ABCD$ с диагоналями AC и BD, пересекающимися в точке O, а также отрезки MP и NQ, соединяющие соответственно середины сторон AB и CD, BC и AD. Требуется выразить:
1) вектор $\overrightarrow{AC}$ через вектор $\overrightarrow{AO}$;
2) вектор $\overrightarrow{NC}$ через вектор $\overrightarrow{BC}$;
3) вектор $\overrightarrow{NB}$ через вектор $\overrightarrow{AD}$;
4) вектор $\overrightarrow{MP}$ через вектор $\overrightarrow{PO}$.
– Можно ли для любой пары коллинеарных векторов подобрать такое число, что один из векторов будет равен произведению второго вектора на это число?</td></tr>
<tr><th colspan="3">II этап. Изучение новой темы</th></tr>
<tr><td>Цель деятельности</td><td colspan="2">Совместная деятельность</td></tr>
<tr><td>1</td><td colspan="2">2</td></tr>
<tr><td>Доказать лемму и теорему о разложении вектора</td><td colspan="2">(Ф)
1. Формулировка леммы о коллинеарных векторах.
Для понимания учащимися формулировки леммы полезно обсудить, во-первых, почему важно условие и, во-вторых, будет ли верно утверждение, если рассматривать произвольные (в том числе и неколлинеарные) ненулевые векторы.
2. Доказательство леммы.</td></tr>
</table>

Окончание табл.

1	2
	3. Решение задачи по чертежу параллелограмма $ABCD$, выполненному на доске. *(Тем самым можно подвести учащихся к мысли о возможности выражения вектора через два данных неколлинеарных вектора.)* Точки M и Q – середины сторон AB и AD параллелограмма $ABCD$. Выразите: – вектор $\overrightarrow{AC}$ через $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{AD}$; – вектор $\overrightarrow{AC}$ через $\overrightarrow{AM}$ и $\overrightarrow{AQ}$; – вектор $\overrightarrow{BD}$ через $\overrightarrow{BM}$ и $\overrightarrow{CB}$; – вектор $\overrightarrow{BC}$ через $\overrightarrow{BD}$ и $\overrightarrow{BM}$. 4. Рассмотрение теоремы о разложении вектора по двум данным неколлинеарным векторам. *(Полезно обратить внимание на роль леммы в доказательстве.)*
III этап. Закрепление изученной темы	
Цель деятельности	Совместная деятельность
Совершенствовать навыки решения задач	(Ф/И) Решить на доске и в тетрадях: 1. № 911 (а, б); 912 (б, в). 2. № 915 (по готовому чертежу) и 916 (а, б)

IV этап. Итоги урока. Рефлексия	
Деятельность учителя	Деятельность учащихся
(Ф/И) – Подведите итог урока. – Составьте синквейн к уроку	(И) Домашнее задание: № 911 (в, г), 912 (ж, е, з), 916 (в, г)

Урок 12. Тема: КООРДИНАТЫ ВЕКТОРА

Цель деятельности учителя	Создать условия для введения понятий координат вектора, суммы и разности двух векторов
Термины и понятия	Вектор, координаты вектора, метод координат
Планируемые результаты	
Предметные умения	**Универсальные учебные действия**
Владеют базовым понятийным аппаратом	*Познавательные:* умеют устанавливать причинно-следственные связи, строить логическое рассуждение, делать умозаключения, формулировать выводы. *Регулятивные:* осознанно владеют логическими действиями определения понятий, обобщения, установления аналогий. *Коммуникативные:* выстраивают аргументацию, участвуют в диалоге. *Личностные:* проявляют критичность мышления

Продолжение табл.

Организация пространства	
Формы работы	Фронтальная (Ф); индивидуальная (И)
Образовательные ресурсы	• Задания для самостоятельной работы
I этап. Актуализация знаний учащихся	
Цель деятельности	Совместная деятельность
Выявить уровень сформированности теоретических знаний	(Ф/И) 1. Теоретический опрос: – доказать лемму о коллинеарных векторах; – доказать теорему о разложении вектора по двум неколлинеарным векторам. 2. Проверка домашнего задания. 3. Решение задач *(устно)*. 1) Назвать числа x и y, удовлетворяющие равенству: $4\vec{a} - x\vec{b} = y\vec{a} + 2\vec{b};\ -8\vec{a} + x\vec{a} + 6\vec{b} + y\vec{b} = 0$. 2) Решить задачу № 913. 4. Решение задач № 911 (в) и 912 (и) учащимися у доски
II этап. Изучение новой темы	
Цель деятельности	Совместная деятельность
Ввести понятие координат вектора	(Ф) 1. Напомнить, как задается прямоугольная система координат, и начертить ее. 2. Ввести координатные векторы $\vec{i}$ и $\vec{j}$ *(рис. 275)*. 3. Сформировать понятие о том, что нулевой вектор можно представить в виде $\vec{0} = 0 \cdot \vec{i} + 0 \cdot \vec{j}$. Его координаты равны нулю: $\vec{0}(0;\ 0)$. 4. Сформировать понятие о том, что координаты равных векторов соответственно равны. 5. Рассмотреть правила, позволяющие по координатам векторов находить координаты их суммы, разности и произведения вектора на число (доказательства указанных правил учащиеся могут рассмотреть самостоятельно). 6. Записать в тетрадях правила: Если $\vec{a}\{x_1; y_1\}; \vec{b}\{x_2; y_2\}$ – данные векторы, то: 1) $\vec{c} = \vec{a} + \vec{b} \rightarrow \vec{c}\{x_1 + x_2; y_1 + y_2\}$; 2) $\vec{d} = \vec{a} - \vec{b} \rightarrow \vec{d}\{x_1 - x_2; y_1 - y_2\}$; 3) $\vec{e} = k\vec{a} \rightarrow \vec{e}\{kx_1; ky_1\}$
III этап. Решение задач	
Цель деятельности	Совместная деятельность
1	2
Совершенствовать навыки решения задач	(Ф/И) 1. Решить задачу № 917 на доске и в тетрадях. 2. Решить задачу № 918 по рис. 276 *(устно)*.

Окончание табл.

1	2
	3. Решить задачу № 919 *(самостоятельно)*. 4. Решить задачу № 920 (а, в) на доске и в тетрадях. 5. Решить задачи № 922–925, используя правила, записанные в тетрадях *(устно)*. 6. Записать утверждение задачи № 927 без доказательства. 7. Решить задачу № 928
IV этап. Самостоятельная работа	
Цель деятельности	Задания для самостоятельной работы
Проверить уровень понимания изученной темы	(И) Учащиеся решают на листках самостоятельную работу и сдают на проверку учителю. **Вариант I** Решить задачи № 912 (а, г), 920 (г), 988 (а, б), 921 (а, в), 914 (а). **Вариант II** Решить задачи № 912 (в, д), 920 (д), 988 (в, г), 921 (б, г), 914 (б)

V этап. Итоги урока. Рефлексия	
Деятельность учителя	Деятельность учащихся
(Ф/И) – Задайте три вопроса по данной теме	(И) Домашнее задание: № 798, 795, 990 (а)

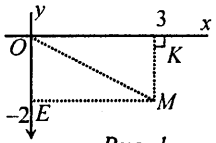
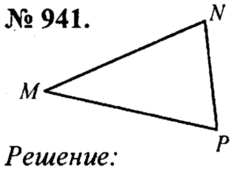
Урок 13. Тема: СВЯЗЬ МЕЖДУ КООРДИНАТАМИ ВЕКТОРА И КООРДИНАТАМИ ЕГО НАЧАЛА И КОНЦА. ПРОСТЕЙШИЕ ЗАДАЧИ В КООРДИНАТАХ

Цель деятельности учителя	Создать условия для рассмотрения связи между координатами вектора и координатами его начала и конца, для разбора задачи о нахождении координат середины отрезка, о вычислении длины вектора по его координатам и нахождении расстояния между двумя точками
Термины и понятия	Вектор, координаты вектора, метод координат, координаты середины отрезка, длина вектора, расстояние между точками
Планируемые результаты	
Предметные умения	**Универсальные учебные действия**
Владеют базовым понятийным аппаратом	*Познавательные:* умеют устанавливать причинно-следственные связи, строить логическое рассуждение, делать умозаключения, формулировать выводы. *Регулятивные:* осознанно владеют логическими действиями определения понятий, обобщения, установления аналогий. *Коммуникативные:* выстраивают аргументацию, участвуют в диалоге. *Личностные:* проявляют критичность мышления
Организация пространства	
Формы работы	Фронтальная (Ф); индивидуальная (И)
Образовательные ресурсы	• Задания для самостоятельной работы

Продолжение табл.

<table>
<tr><td colspan="3">**I этап. Актуализация знаний учащихся**</td></tr>
<tr><td>Цель деятельности</td><td>Деятельность учителя</td><td>Деятельность учащихся</td></tr>
<tr><td rowspan="5">Выявить уровень теоретических знаний и трудности, возникшие при выполнении домашнего задания</td><td>(Ф/И)
1. Ответить на вопросы учащихся по домашнему заданию.
2. Указать ошибки, допущенные учащимися при выполнении самостоятельной работы.
3. Организовать выполнение самостоятельной работы проверяющего характера с взаимопроверкой.</td><td></td></tr>
<tr><td>**Вариант I**
1. Даны векторы $\vec{a}\{2;4\}$ и $\vec{b}\{-3;2\}$. Найдите координаты векторов:
а) $\vec{m}=3\vec{a}$; в) $\vec{k}=\frac{1}{2}\vec{a}+2\vec{b}$;
б) $\vec{n}=-\vec{b}$; г) $\vec{l}=3\vec{a}+4\vec{b}$.</td><td>1. а) $\vec{m}\{6;12\}$; в) $\vec{k}\{-5;6\}$;
б) $\vec{n}\{3;-2\}$; г) $\vec{l}\{18;4\}$.</td></tr>
<tr><td>2. Среди векторов $\vec{a}\{-1;3\}$, $\vec{b}\{2;6\}$, $\vec{c}\left\{-\frac{1}{2};\frac{3}{2}\right\}$, $\vec{d}\left\{-\frac{1}{3};-1\right\}$ укажите пары коллинеарных.</td><td>2. $\vec{a}$ и $\vec{c}$; $\vec{b}$ и $\vec{d}$.</td></tr>
<tr><td>**Вариант II**
1. Даны векторы $\vec{x}\{6;3\}$ и $\vec{y}\{-2;1\}$. Найдите координаты векторов:
а) $\vec{a}=\frac{1}{3}\vec{x}$; в) $\vec{c}=\vec{x}+2\vec{y}$;
б) $\vec{b}=-\vec{y}$; г) $\vec{d}=2\vec{x}-3\vec{y}$.</td><td>1. а) $\vec{a}\{2;1\}$; в) $\vec{c}\{2;5\}$;
б) $\vec{b}\{2;-1\}$; г) $\vec{d}\{18;3\}$.</td></tr>
<tr><td>2. Среди векторов $\vec{a}\{2;5\}$, $\vec{b}\{-4;10\}$, $\vec{c}\{-1;-2{,}5\}$, $\vec{d}\{0{,}4;-1\}$ укажите пары коллинеарных</td><td>2. $\vec{a}$ и $\vec{c}$; $\vec{b}$ и $\vec{d}$</td></tr>
<tr><td colspan="3">**II этап. Изучение новой темы**</td></tr>
<tr><td>Цель деятельности</td><td colspan="2">Совместная деятельность</td></tr>
<tr><td>Рассмотреть формулы для нахождения координат середины отрезка, координат вектора, длины вектора, расстояния между точками</td><td colspan="2">(Ф/И)
Работа по учебнику. Учащиеся самостоятельно изучают п. 92 на с. 230–231, делают необходимые записи в тетрадях</td></tr>
</table>

III этап. Решение задач

Цель деятельности	Деятельность учителя	Деятельность учащихся
Совершенствовать навыки решения задач по изученной теме	(Ф/И) 1. Решить № 934, 936, 938 *(устно)*. 2. Решить № 939, 941	**№ 939.**  *Рис. 1* *Дано:* $M(3; -2)$. *Найти:* а) MK; б) ME; в) MO. *Решение:* а) $MK \perp OX$, $MK = 2$; б) $ME \perp OY$, $ME = 3$; в) $OM = \sqrt{9+4} = \sqrt{13}$. Ответ: 2; 3; $\sqrt{13}$. **№ 941.**  *Рис. 2* *Дано:* $M(4; 0)$; $N(12; -2)$; $P(5; -9)$. *Найти:* P_{MNP}. *Решение:* 1) $MN = \sqrt{(12-4)^2 + (-2)^2} = \sqrt{64+4} = \sqrt{68} = 2\sqrt{17}$ $NP = \sqrt{(12-5)^2 + (-2+9)^2} = \sqrt{49+49} = \sqrt{68} = 7\sqrt{2}$ $MP = \sqrt{(5-4)^2 + (-9)^2} = \sqrt{1+81} = \sqrt{82}$ 2) $P_{MNP} = 2\sqrt{17} + 7\sqrt{2} + \sqrt{82}$ Ответ: $2\sqrt{17} + 7\sqrt{2} + \sqrt{82}$

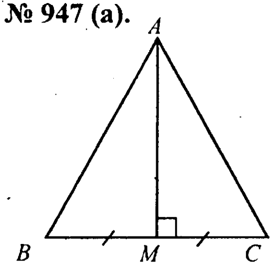
IV этап. Итоги урока. Рефлексия

Деятельность учителя	Деятельность учащихся
(Ф/И) – Какие простейшие задачи в координатах рассмотрели на уроке? – Задайте три вопроса по теме урока	(И) Домашнее задание: № 935, 952

Урок 14. Тема: ПРОСТЕЙШИЕ ЗАДАЧИ В КООРДИНАТАХ. РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ

Цель деятельности учителя	Создать условия для закрепления знаний учащихся в ходе решения задач, обучения решению задач в координатах
Термины и понятия	Вектор, координаты вектора, метод координат, координаты середины отрезка, длина вектора, расстояние между точками

<table>
<tr><th colspan="2">Планируемые результаты</th></tr>
<tr><th>Предметные умения</th><th>Универсальные учебные действия</th></tr>
<tr><td>Владеют базовым понятийным аппаратом; умеют применять метод координат для решения задач</td><td><i>Познавательные:</i> умеют устанавливать причинно-следственные связи, строить логическое рассуждение, делать умозаключения, формулировать выводы.
<i>Регулятивные:</i> осознанно владеют логическими действиями определения понятий, обобщения, установления аналогий; умеют контролировать процесс и результат учебной деятельности.
<i>Коммуникативные:</i> умеют организовывать учебное сотрудничество и совместную деятельность с учителем и сверстниками.
<i>Личностные:</i> проявляют познавательный интерес к изучению предмета</td></tr>
<tr><th colspan="2">Организация пространства</th></tr>
<tr><td>Формы работы</td><td>Фронтальная (Ф); парная (П); индивидуальная (И)</td></tr>
<tr><td>Образовательные ресурсы</td><td>Карточки для индивидуальной работы</td></tr>
<tr><th colspan="2">I этап. Актуализация знаний учащихся</th></tr>
<tr><td>Цель деятельности</td><td>Совместная деятельность</td></tr>
<tr><td>Проверить уровень теоретических знаний по теме</td><td>(И/Ф)
1. Двое учащихся работают по карточкам у доски:
Карточка 1
1) Вывести формулы координат середины отрезка.
2) Решить задачу № 942.
Карточка 2
1) Вывести формулу расстояния между двумя точками.
2) Решить задачу № 937.
2. С остальными учащимися проводится устная работа по решению задач:
1) Найдите координаты вектора $\vec{b}$, равного разности векторов $\vec{m}$ и $\vec{t}$, если $\vec{m}(-5; 6)$, $\vec{t}\ (0; -4)$.
2) Найдите координаты вектора $\vec{c}$, равного сумме векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$, если $\vec{a}(-3; 7)$, $\vec{b}(4; -5)$.
3) Найдите координаты середины отрезка DK, если $D\ (-6; 4)$, $K\ (2; -8)$.
4) Найдите длину отрезка CP, если $C(3; -2)$, $P\ (-5; 4)$.
5) Найдите длину вектора $\vec{m}$, равного $\vec{n} + \vec{p}$, если $\vec{n}(5; 0)$ и $\vec{p}(0; -12)$.
6) Найдите координаты вектора $3\vec{d}$, если $\vec{d}\ (4; -2)$; вектора $-2\vec{p}$, если $\vec{p}\ (-2; 5)$</td></tr>
</table>

II этап. Решение задач		
Цель деятельности	Деятельность учителя	Деятельность учащихся
Совершенствовать навыки решения задач	(П) 1. Решить задачу № 947 (а). 2. Решить задачу № 946 (б). (Ф/И) 3. Решить задачу № 948 (б) на доске и в тетрадях. 4. Решить задачу № 950 (б) на доске и в тетрадях. 5. Решить задачу № 951 (а)	**№ 947 (а).**  *Решение:* Найдем длины сторон треугольника ABC по формуле расстояния между точками: $AB = \sqrt{26}$ $BC = 2\sqrt{13}$ $AC = \sqrt{26}$ Так как $AB = AC$, то по определению равнобедренного треугольника ΔABC – равнобедренный. Найдем его площадь; проведем высоту $AM \perp BC$: $S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} BC \cdot AM$; AM – высота и медиана в равнобедренном треугольнике. Пусть $M(x; y)$, тогда $x = 3, y = -1$. Значит, точка $M(3; -1)$. Найдем длину $AM = \sqrt{13}$. $S_{ABC} = 13$. Ответ: 13

III этап. Итоги урока. Рефлексия	
Деятельность учителя	Деятельность учащихся
(Ф/И) – Какие формулы повторили на уроке? – Оцените свою работу на уроке	(И) Домашнее задание: повторить материал пунктов 88 и 89; решить задачи № 947 (б), 949 (а), 951 (б), 953

Урок 15. Тема: УРАВНЕНИЕ ОКРУЖНОСТИ

Цель деятельности учителя	Создать условия для выведения уравнения окружности
Термины и понятия	Окружность, центр окружности, радиус, диаметр

Планируемые результаты	
Предметные умения	**Универсальные учебные действия**
1	2
Владеют базовым понятийным аппаратом; умеют применять метод координат	*Познавательные:* умеют устанавливать причинно-следственные связи, строить логическое рассуждение, делать умозаключения, формулировать выводы.

Продолжение табл.

1	2
	Регулятивные: понимают и сохраняют учебную задачу; умеют контролировать процесс и результат учебной деятельности. *Коммуникативные:* понимают и воспринимают на слух объяснение учителя, работают в сотрудничестве. *Личностные:* проявляют познавательный интерес к изучению предмета

Организация пространства	
Формы работы	Фронтальная (Ф); индивидуальная (И)
Образовательные ресурсы	• Тест

<table>
<tr><th colspan="3">I этап. Актуализация знаний учащихся</th></tr>
<tr><th>Цель деятельности</th><th>Деятельность учителя</th><th>Деятельность учащихся</th></tr>
<tr><td>1</td><td>2</td><td>3</td></tr>
<tr><td>Выявить трудности при выполнении домашнего задания, уровень знаний по теме</td><td>(Ф/И)
1. Ответить на вопросы учащихся по домашнему заданию.
2. Организовать выполнение теста с самопроверкой:
Вариант I
1. Если $A(c; d)$, $B(m; n)$; $C(x; y)$ – середина отрезка AB, то:
а) $x=\frac{c+m}{2}$, $y=\frac{d+n}{2}$;
б) $x=\frac{c-m}{2}$, $y=\frac{d-n}{2}$;
в) $x=\frac{m-c}{2}$, $y=\frac{n-d}{2}$.
2. Если $\vec{a}\{x;y\}$, $\vec{c}=k\cdot\vec{a}$ $(k\neq0)$, то:
а) $\vec{c}\left\{\frac{x}{k};\frac{y}{k}\right\}$; б) $\vec{c}\{k\cdot x;k\cdot y\}$; в) $\vec{c}\{k+x;k+y\}$.
3. Если $\vec{d}\{m;n\}$, то:
а) $\lvert\vec{d}\rvert=\sqrt{m^2-n^2}$; б) $\lvert\vec{d}\rvert=\sqrt{m^2+n^2}$; в) $\lvert\vec{d}\rvert=\sqrt{(m-n)^2}$.
4. Если $\vec{a}\{a;b\}$, $\vec{b}\{c;d\}$, $\vec{c}\{a-c;b-d\}$, то:
а) $\vec{c}=\vec{b}-\vec{a}$; б) $\vec{c}=\vec{a}+\vec{b}$; в) $\vec{c}=\vec{a}-\vec{b}$.</td><td>
<table>
<tr><td>Ответы:</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>6</td><td>7</td></tr>
<tr><td>Вариант I</td><td>а</td><td>б</td><td>б</td><td>в</td><td>а</td><td>б</td><td>в</td></tr>
<tr><td>Вариант II</td><td>б</td><td>в</td><td>а</td><td>а</td><td>в</td><td>б</td><td>а</td></tr>
</table>
</td></tr>
</table>

Продолжение табл.

1	2	3
	5. Если $\lvert\overrightarrow{CD}\rvert = \sqrt{(a-b)^2+(c-d)^2}$, то: а) $C(b; d)$, $D(a; c)$; б) $C(a; b)$, $D(c; d)$; в) $C(c; d)$, $D(a; b)$. 6. Если $\vec{a}\uparrow\uparrow\vec{b}$, $\lvert\vec{a}\rvert = 2\lvert\vec{b}\rvert$, то: а) $\vec{a}=-2\vec{b}$; б) $\vec{a}=2\vec{b}$; в) $\vec{b}=2\vec{a}$. 7. Если $\overrightarrow{MN}\{a-b; c-d\}$, то: а) $M(a; c)$, $N(b; d)$; б) $M(a; b)$, $N(c; d)$; в) $M(b; d)$, $N(a; c)$. **Вариант II** 1. Если $A\ (a; b)$, $B\ (c; d)$, то: а) $\vec{A}\{a-c; b-d\}$; б) $\vec{A}\{c-a; d-b\}$; в) $\vec{A}\{a+c; b+d\}$. 2. Если $\vec{a}\{m; n\}$, $\vec{b}\{p; k\}$, $\vec{c}=\vec{a}+\vec{b}$, то: а) $\vec{c}\{c\cdot p; n\cdot k\}$; б) $\vec{c}\{m+n; p+k\}$; в) $\vec{c}\{m+p; n+k\}$. 3. Если $A\ (e; c)$, $B\ (m; n)$, то: а) $\lvert\overrightarrow{BA}\rvert = \sqrt{(e-m)^2+(c-n)^2}$; б) $\lvert\overrightarrow{BA}\rvert = \sqrt{(m-e)^2-(n-c)^2}$; в) $\lvert\overrightarrow{BA}\rvert = \sqrt{(e-c)^2+(m-n)^2}$. 4. Если $A(e; p)$, $B(m; n)$, $C\left(\frac{m+e}{2}; \frac{n+p}{2}\right)$, то: а) C – середина AB; б) A – середина BC; в) B – середина AC. 5. Если $\vec{x}=\sqrt{a^2+b^2}$, то: а) $\vec{x}=\vec{a}+\vec{b}$; б) $\vec{x}\{a^2; b^2\}$; в) $\vec{x}\ \{b; a\}$.	

1	2	3
	6. Если $\vec{m}\uparrow\downarrow\vec{n}$, $\lvert\vec{n}\rvert = \frac{1}{3}\lvert\vec{m}\rvert$, то: а) $\vec{n} = \frac{1}{3}\vec{m}$; б) $\vec{m} = -3\vec{n}$; в) $\vec{m} = 3\vec{n}$. 7. Если $\vec{x}\{a; b\}$, $\vec{y}\{k \cdot a; k \cdot b\}$ $(k \neq 0)$, то: а) $\vec{y} = k \cdot \vec{x}$; б) $\vec{x} = k \cdot \vec{y}$; в) $\vec{x} \cdot \vec{y} = k$	
II этап. Учебно-познавательная деятельность		
Цель деятельности	Совместная деятельность	
Вывести уравнение окружности	(Ф) 1. Ответить на вопросы: – Принадлежит ли точка B (2; –8) графику функции $y = -4x$? – Функция задана уравнением $y = 5 - x$. Какая линия служит графиком этой функции? – Какой фигурой является множество точек, равноудаленных от данной точки? 2. Обратить внимание учащихся на то, что им уже известны графики некоторых функций. В частности, графиком линейной функции $y = kx + b$ является прямая линия, а уравнение $y = kx + b$ называется уравнением этой прямой. 3. Вспомнить уравнения параболы и гиперболы и их графики. 4. Дать понятие уравнения произвольной линии в ознакомительном плане. При этом важно добиться понимания учащимися следующего: чтобы установить, что данное уравнение является уравнением данной линии, нужно доказать, что: 1) координаты любой точки линии удовлетворяют данному уравнению и 2) координаты любой точки, не лежащей на данной линии, не удовлетворяют этому уравнению. 5. Ввести уравнение окружности радиуса r с центром C в заданной прямоугольной системе координат *(рис. 286)*: $(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 = r^2$, где $C(x_0; y_0)$. Уравнение окружности радиуса r с центром в начале координат O (0; 0) имеет вид: $x^2 + y^2 = r^2$. 6. Обратить внимание учащихся на то, что не любое уравнение второй степени с двумя переменными задает окружность. Например, уравнение $4x^2 + y^2 = 4$ в прямоугольной системе координат задает не окружность, а эллипс (с этой фигурой учащиеся знакомились в курсе черчения), уравнение $x^2 + y^2 = 0$ задает единственную точку – начало координат, а уравнению $x^2 + y^2 = -4$ не удовлетворяют координаты ни одной точки, поэтому это уравнение не задает никакой фигуры	
III этап. Закрепление изученного материала		
Цель деятельности	Совместная деятельность	
Закрепить полученные знания при решении простых задач	(Ф/И) 1. Решить задачу № 959 (а, б, д). 2. Решить задачу № 960 *(устно)*. 3. Решить задачу № 961 на доске и в тетрадях. 4. Решить задачу № 964 на доске и в тетрадях	

Окончание табл.

IV этап. Итоги урока. Рефлексия	
Деятельность учителя	Деятельность учащихся
(Ф/И) – Сформулируйте три вопроса по теме урока. – Для чего данная тема изучается в геометрии?	(И) Домашнее задание: решить задачи № 962, 963, 965, 966 (а, б), 1000

Урок 16. Тема: УРАВНЕНИЕ ОКРУЖНОСТИ. РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ

Цели деятельности учителя	Создать условия для закрепления знаний учащихся в ходе решения задач; способствовать развитию логического мышления учащихся
Термины и понятия	Окружность, центр окружности, радиус, диаметр

Планируемые результаты	
Предметные умения	**Универсальные учебные действия**
Владеют базовым понятийным аппаратом; умеют применять метод координат	*Познавательные:* умеют устанавливать причинно-следственные связи, строить логическое рассуждение, делать умозаключения, формулировать выводы. *Регулятивные:* понимают и сохраняют учебную задачу; умеют контролировать процесс и результат учебной деятельности. *Коммуникативные:* понимают и воспринимают на слух объяснение учителя; умеют работать в паре, группе. *Личностные:* проявляют познавательный интерес к изучению предмета

Организация пространства	
Формы работы	Фронтальная (Ф); парная (П); индивидуальная (И); групповая (Г)
Образовательные ресурсы	• Задания для математического диктанта

I этап. Актуализация знаний учащихся	
Цель деятельности	Задания для самостоятельной работы
Проверить уровень теоретических знаний	(И) Математический диктант с последующей самопроверкой. 1. Найдите координаты центра окружности, если AB – диаметр, $A(2; -4)$, $B(-6; 8)$. 2. Вычислите радиус окружности с центром в начале координат, проходящей через точку $(12; -5)$. 3. Как называется геометрическая фигура, состоящая из множества всех точек плоскости, равноудаленных от данной точки? 4. Как называется хорда, проходящая через центр окружности? 5. Напишите уравнение окружности с центром в точке $(-2; 2)$ и радиусом 13. Ответы: 1) $(-2; 2)$; 2) 13; 3) окружность; 4) диаметр; 5) $(x + 2)^2 + (y - 2)^2 = 169$

Окончание табл.

II этап. Решение задач		
Цель деятельности	Деятельность учителя	Деятельность учащихся
Совершенствовать навыки решения задач	(П) 1. Решить № 969 (а). 2. Решить № 970, 971. (Г) Решить № 1002 (а)	Пары представляют свои решения, обсуждают возникшие вопросы. **№ 1002 (а).** *Решение:* Координаты точек A, B и C должны удовлетворять уравнению окружности $(x-a)^2+(y-b)^2=r^2$. Подставив в это уравнение координаты данных точек, получим систему трех уравнений относительно неизвестных a, b и r: $(1-a)^2+(-4-b)^2=r^2$ (1), $(4-a)^2+(5-b)^2=r^2$ (2), $(3-a)^2+(-2-b)^2=r^2$ (3). Вычтем из уравнения (1) сначала уравнение (2), а затем уравнение (3). Получим систему двух линейных уравнений с неизвестными a и b, которую учащиеся могут решить самостоятельно. $\left(a=-\frac{7}{2};\ b=\frac{5}{2}.\right)$ Подставив эти значения в любое из уравнений, например в уравнение (1), находим значение r^2 и записываем искомое уравнение: $\left(x-\frac{7}{2}\right)^2+\left(y-\frac{5}{2}\right)^2=\frac{125}{2}$

III этап. Итоги урока. Рефлексия	
Деятельность учителя	Деятельность учащихся
(Ф/И) – Оцените свою работу в паре, группе. – Какой этап урока был наиболее трудным?	(И) Домашнее задание: повторить материал пунктов 93–94; решить задачи № 969 (б), 981 (решение есть в учебнике), 1002 (б)

Урок 17. Тема: УРАВНЕНИЕ ПРЯМОЙ

Цель деятельности учителя	Создать условия для выведения уравнения прямой
Термины и понятия	Прямая, уравнение прямой

Планируемые результаты	
Предметные умения	**Универсальные учебные действия**
1	2
Владеют базовым понятийным аппаратом, навыками устных, письменных, инструментальных вычислений;	*Познавательные:* умеют устанавливать причинно-следственные связи, строить логическое рассуждение, делать умозаключения, формулировать выводы.

1	2
умеют применять метод координат	*Регулятивные:* понимают и сохраняют учебную задачу; умеют контролировать процесс и результат учебной деятельности. *Коммуникативные:* понимают и воспринимают на слух объяснение учителя. *Личностные:* проявляют познавательный интерес к изучению предмета

Организация пространства

Формы работы	Фронтальная (Ф); индивидуальная (И)
Образовательные ресурсы	• Задачи для фронтальной работы

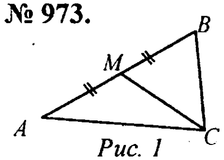
I этап. Актуализация знаний учащихся

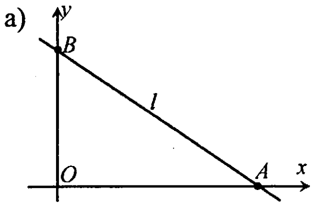
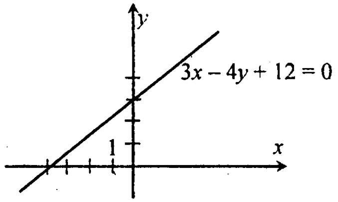
Цель деятельности	Совместная деятельность
Выявить трудности, возникшие при выполнении домашнего задания	(Ф) 1. Ответить на вопросы учащихся. 2. Продемонстрировать решение № 1002 (б) *(один ученик у доски).* 3. Провести самостоятельную работу (контролирующая, 10–15 мин). **Вариант I** Решить задачи № 959 (г), 968, 960 (б). **Вариант II** Решить задачи № 959 (в), 967, 960 (в)

II этап. Изучение нового материала

Цель деятельности	Задания для самостоятельной работы
Вывести уравнение прямой	(И) Учащиеся самостоятельно работают по учебнику. Для более продвинутых учащихся обязателен вывод уравнения прямой, для менее подготовленных – только формула

III этап. Решение задач

Цель деятельности	Деятельность учителя	Деятельность учащихся
1	2	3
Совершенствовать навыки решения задач	(И/Ф) 1. Решить на доске и в тетрадях № 973, 975, 976.	**№ 973.**  *Рис. 1* *Дано:* $A(4; 6)$; $B(-4; 0)$; $C(-1; -4)$, CM – медиана ΔABC. Написать уравнение прямой CM. *Решение:* 1) $\left.\begin{cases} x_M = \dfrac{x_A + x_B}{2} = \dfrac{4-4}{2} = 0 \\ y_M = \dfrac{y_A + y_B}{2} = \dfrac{0+6}{2} = 3 \end{cases}\right\vert \to M(0; 3)$ 2) Так как $M(0; 3)$ и $C(-1; -4)$ лежат на прямой 1, заданной уравнением

1	2	3
		$ax + by + c = 0$, то их координаты должны удовлетворять этому уравнению. $M(0; 3)$: $3b + c = 0$; $b = -\frac{c}{3}$. $C(-1; -4)$: $-a - 4b + c = 0$; $a = -4b + c$; $a = \frac{7}{3}c$. Подставим значения b и a в исходное уравнение. $\frac{7}{3}cx + \left(-\frac{c}{3}\right)y + c = 0 \ \Big\vert \cdot \frac{3}{c}$ $7x - y + 3 = 0$ – искомое уравнение. **№ 975.** а)  *Рис. 2* *Дано:* l: $3x - 4y + 12 = 0$. *Найти:* $A(x; y)$; $B(xi; yi)$. *Решение:* а) если $l \cap Ox = A$, то $A(x; 0)$, следовательно, $3x - 4 \cdot 0 + 12 = 0$, $3x = -12$, $x = -4$, следовательно, $A(-4; 0)$. б) Если $l \cap Oy = B$, то $B(0; y)$, следовательно, $3 \cdot 0 - 4y + 12 = 0$, $4y = 12$, $y = 3$, следовательно, $B(0; 3)$.  *Рис. 3* **№ 976.** *Дано:* $l_1 : 4x + 3y - 6 = 0$; $l_2 : 2x + y - 4 = 0$; $l_1 \cap l_2 = A$. *Найти:* $A(x; y)$. *Решение:* $\begin{cases} 4x + 3y - 6 = 0 \\ 2x + y - 4 = 0 \ \vert \ (-2) \end{cases} \begin{cases} 4x + 3y - 6 = 0 \\ -4x - 2y + 8 = 0 \end{cases} \begin{cases} y + 2 = 0 \\ 2x + y - 4 = 0 \end{cases} \begin{cases} y = -2 \\ 2x - 2 - 4 = 0 \end{cases}$ $\begin{cases} y = -2 \\ x = 3 \end{cases} \Big\vert \rightarrow A(3; -2)$.

Окончание табл.

<table>
<tr><th>1</th><th>2</th><th>3</th></tr>
<tr><td></td><td>2. Решить устно задачи.
1) Окружность задана уравнением $(x-1)^2+y^2=9$. Назвать уравнение прямой, проходящей через ее центр и параллельной оси ординат.
2) Окружность задана уравнением $(x+1)^2+(y-2)^2=16$. Назвать уравнение прямой, проходящей через ее центр и параллельной оси абсцисс</td><td>1) *Решение:*
Центр O (1; 0) и параллельная оси OY прямая $x = 1$.
2) *Решение:*
Центр A (–1; 2); прямая $y = 2$ параллельна оси OX</td></tr>
<tr><td colspan="3">IV этап. Итоги урока. Рефлексия</td></tr>
<tr><td colspan="2">Деятельность учителя</td><td>Деятельность учащихся</td></tr>
<tr><td colspan="2">(Ф/И)
– С какой темой познакомились на уроке?
– Зачем уравнение прямой изучается в геометрии?</td><td>(И) Домашнее задание: повторить материал пунктов 93–95; изучить материал пункта 96; вопросы 1–21, с. 244–245; решить задачи № 972 (б), 979; записать в тетрадях и разобрать решение задачи № 984 (уч., с. 243)</td></tr>
</table>

Урок 18. Тема: РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ

<table>
<tr><td>Цель деятельности учителя</td><td colspan="2">Создать условия для совершенствования навыков решения задач</td></tr>
<tr><td>Термины и понятия</td><td colspan="2">Прямая, уравнение прямой, окружность, уравнение окружности, метод координат</td></tr>
<tr><td colspan="3">Планируемые результаты</td></tr>
<tr><td colspan="2">Предметные умения</td><td>Универсальные учебные действия</td></tr>
<tr><td colspan="2">Владеют базовым понятийным аппаратом, навыками устных, письменных, инструментальных вычислений; умеют применять метод координат</td><td><i>Познавательные:</i> умеют самостоятельно планировать альтернативные пути достижения целей, осознанно выбирать наиболее эффективные способы решения учебных и познавательных задач.
<i>Регулятивные:</i> понимают и сохраняют учебную задачу; умеют контролировать процесс и результат учебной деятельности.
<i>Коммуникативные:</i> умеют организовывать учебное сотрудничество и совместную деятельность с учителем и сверстниками, работать в группе.
<i>Личностные:</i> проявляют познавательный интерес к изучению учебного предмета</td></tr>
<tr><td colspan="3">Организация пространства</td></tr>
<tr><td>Формы работы</td><td colspan="2">Фронтальная (Ф); индивидуальная (И); групповая (Г)</td></tr>
<tr><td>Образовательные ресурсы</td><td colspan="2">• Задания для групповой работы;
• задания для математического диктанта</td></tr>
</table>

I этап. Актуализация заданий учащихся		
Цель деятельности	Совместная деятельность	
Выявить трудности, возникшие при выполнении домашнего задания; определить уровень знаний по теме	(Ф/И) 1. Ответить на вопросы учащихся по домашнему заданию. 2. Проверить решение № 979. 3. Провести математический диктант. **Вариант I** 1. Лежит ли точка $A(2; -1)$ на окружности, заданной уравнением $(x-2)^2+(y-3)^2=25$? 2. Напишите уравнение окружности, если ее центр – точка (4; 5), а радиус равен 3. 3. Напишите уравнение прямой, проходящей через точку $M(3; -2)$ и параллельной оси ординат. 4. Напишите уравнение окружности с центром в начале координат, если она проходит через точку $C(-2; 3)$. 5. Напишите уравнение прямой, проходящей через две точки $M(-2; -1)$ и $N(3; 1)$. 6. Найдите длину вектора $\vec{a}\{-12;5\}$. 7. Найдите координаты середины отрезка PQ, если $P(5; -3)$; $Q(3; -7)$. 8. Найдите координаты вектора $\overrightarrow{AB}$, если $A(2; -5)$, $B(-3; 4)$. **Вариант II** 1. Лежит ли точка $A(2; -1)$ на прямой, заданной уравнением $2x-3y-7=0$? 2. Напишите уравнение окружности, если ее центр – точка (4; 5), а радиус равен 2. 3. Напишите уравнение прямой, проходящей через точку $N(-2; 3)$ и параллельной оси абсцисс. 4. Напишите уравнение прямой, проходящей через начало координат и точку $D(3; -2)$. 5. Напишите уравнение окружности с центром в точке $P(-2; -1)$, если она проходит через точку $Q(1; 3)$. 6. Найдите расстояние между точками $A(-1; 3)$ и $B(2; -1)$. 7. Найдите координаты вектора $\vec{c}$, равного сумме векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$, если $\vec{a}\{-12;5\}, \vec{b}\{7;-3\}$. 8. Найдите координаты вектора $\overrightarrow{CD}$, если $C(-1; 6)$, $D(3; -2)$	**№ 979.** *Дано:* $M \in AB$; $A(-8; -6)$, $B(-3; -1)$ и $M(5; y)$. *Найти:* y. *Решение:* 1) $ax+by+c=0$ $A(-8;-6)$: $-8a-6b+c=0$ $\quad$ $B(-3;-1)$: $-3a-b+c=0$ $8a=-6b+c$ $\quad$ $b=-3a+c$ $a=-\frac{3}{4}b+\frac{1}{8}c$ $\quad$ $b=-\frac{3}{2}c+c$ $\quad$ $b=-\frac{1}{2}c$ $a=-\frac{3}{4}(-3a+c)+\frac{1}{8}c$ $\quad$ $a=-\frac{9}{4}a-\frac{3}{4}c+\frac{1}{8}c$ $-\frac{5}{4}a=-\frac{5}{8}c \mid \left(-\frac{8}{5}\right)$ $2a=c$ $\quad$ $a=\frac{1}{2}c$ $\frac{1}{2}cx-\frac{1}{2}cy+c=0 \mid \left(-\frac{2}{c}\right)$ AB: $x-y+2=0$ 2) Так как $M \in AB$, то ее координаты удовлетворяют уравнению $5-y+2=0$; $y=7$, отсюда: $M(5; 7)$ Ответ: 7

Окончание табл.

II этап. Решение задач	
Цель деятельности	Задания для групповой деятельности
Совершенствовать навыки решения задач	(Г) Класс разбивается на несколько групп. Каждая группа решает задачу в течение 10 минут. Далее следует презентация выполненной работы. 1-я группа: Найдите площадь треугольника, ограниченного прямыми $y - x = 0$, $y + x = 0$, $y - 2x + 4 = 0$. 2-я группа: Докажите, что линия, заданная уравнением $x^2 + 8x + y^2 - 6x - 24 = 0$, является уравнением окружности. Найдите расстояние от центра окружности до прямой, параллельной оси ординат и проходящей через точку (5; –6). 3-я группа: Найдите площадь треугольника, образованного осями координат и прямой, проходящей через точки $A(1; 10)$ и $B(-1; -4)$. 4-я группа: 1) Напишите уравнение прямой, проходящей через точку $B(-3; 10)$ и перпендикулярной оси Oy. 2) Принадлежат ли точки $A(3; -5)$ и $B(4; 2)$ прямой $7x - 5y - 18 = 0$? 3) Выясните взаимное расположение прямой $y = 30$ и окружности $(x - 5)^2 + (y - 10)^2 = 100$

III этап. Итоги урока. Рефлексия	
Деятельность учителя	Деятельность учащихся
(Ф/И) – Оцените свою работу и работу группы. – Что оказалось для вас наиболее сложным?	(И) Домашнее задание: 958, 944, 945, 998

Урок 19. Тема: РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ

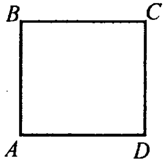
Цель деятельности учителя	Создать условия для совершенствования навыков решения задач, подготовки к контрольной работе
Термины и понятия	Прямая, уравнение прямой, окружность, уравнение окружности, метод координат

Планируемые результаты	
Предметные умения	**Универсальные учебные действия**
Владеют базовым понятийным аппаратом, навыками устных, письменных, инструментальных вычислений; умеют применять метод координат	*Познавательные:* умеют самостоятельно планировать альтернативные пути достижения целей, осознанно выбирать наиболее эффективные способы решения учебных и познавательных задач. *Регулятивные:* понимают и сохраняют учебную задачу; умеют контролировать процесс и результат учебной деятельности. *Коммуникативные:* умеют организовывать учебное сотрудничество и совместную деятельность с учителем и сверстниками. *Личностные:* проявляют познавательный интерес к изучению предмета

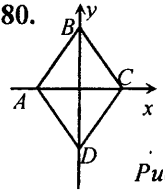
Продолжение табл.

Организация пространства	
Формы работы	Фронтальная (Ф); индивидуальная (И)
Образовательные ресурсы	• Задания для самостоятельной работы
I этап. Актуализация знаний учащихся	
Цель деятельности	Совместная деятельность
Проверить уровень сформированности теоретических и практических знаний и навыков	(Ф/И) 1. Обсуждение вопросов учащихся по домашнему заданию, сообщение результатов математического диктанта. 2. Опрос по теории: – Сформулируйте теорему о разложении вектора по двум данным неколлинеарным векторам. – Запишите формулы координат середины отрезка по координатам его концов. – Напишите уравнение окружности с центром в точке $B(4; 0)$, если она проходит через точку $A(7; 4)$. – Сформулируйте правило нахождения координат разности двух векторов. – Напишите формулу для вычисления длины вектора по его координатам. – Сформулируйте правило нахождения координат произведения вектора на число по заданным координатам вектора
II этап. Самостоятельная работа	
Цель деятельности	Задания для самостоятельной работы
Выявить уровень развития умения применять теоретические знания	(И) **Вариант I** 1. Окружность с центром в точке $A(-5; 3)$ проходит через точку $B(2; -1)$. Напишите уравнение этой окружности. 2. Напишите уравнение прямой, проходящей через начало координат и точку $B(-2; 4)$. 3. Выясните взаимное расположение прямой $x = -5$ и окружности $(x - 7)^2 + (y - 6)^2 = 81$. **Вариант II** 1. Окружность с центром в точке $M(2; -4)$ проходит через точку $N(-3; 1)$. Напишите уравнение этой окружности. 2. Напишите уравнение прямой, проходящей через начало координат и точку $C(-6; -3)$. 3. Выясните взаимное расположение прямой $y = 25$ и окружности $(x - 5)^2 + (y - 7)^2 = 100$. Ответы: **Вариант I** 1. $(x + 5)^2 + (y - 3)^2 = 65$. 2. $2x + y = 0$. 3. Нет общих точек. **Вариант II** 1. $(x - 2)^2 + (y + 4)^2 = 50$. 2. $x - 2y = 0$. 3. Нет общих точек

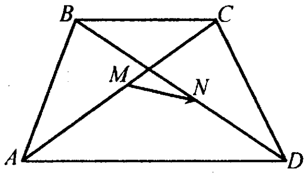
Продолжение табл.

III этап. Решение задач		
Цель деятельности	Совместная деятельность	
1	2	3
Совершенствовать навыки решения задач	(Ф/И) 1. Решить на доске и в тетрадях № 997.	**№ 997.**  *Рис. 1* *Дано:* $A(3; 2)$; $B(0; 5)$; $C(-3; 2)$; $D(0; -1)$. *Доказать:* $ABCD$ – квадрат. *Доказательство:* 1) $\left.\begin{array}{l} AB=\sqrt{9+9}=3\sqrt{2} \\ BC=\sqrt{9+9}=3\sqrt{2} \\ CD=\sqrt{9+9}=3\sqrt{2} \\ AD=\sqrt{9+9}=3\sqrt{2} \end{array}\right\vert \to ABCD -$ ромб (по признаку) 2) $AC=\sqrt{36}=6$ $BD=\sqrt{36}=6$, следовательно, диагонали $AC = BD$, следовательно, ромб $ABCD$ – квадрат, что и требовалось доказать.
	2. Решить на доске и в тетрадях № 999.	**№ 999.** *Дано:* $ABCD$ – параллелограмм. $A(-4; 4)$; $B(-5; -1)$; $C(x; y)$; $D(-1; 5)$. *Найти:* $(x; y)$. *Решение:* 1) $AB=\sqrt{1+9}=\sqrt{10}$. $AD=\sqrt{9+1}=\sqrt{10}$. $BC=\sqrt{(x+5)^2+(y-1)^2}$. $CD=\sqrt{(x+1)^2+(y-5)^2}$. Так как в параллелограмме стороны попарно равны, то: $\begin{cases}(x+5)^2+(y-1)^2=10 \\ (x+1)^2+(y-5)^2=10\end{cases}$ $\begin{cases}x^2+10x+25+y^2-2y+1=10 \\ x^2+2x+1+y^2-10y+25=10\end{cases}$ $\begin{cases}8x+8y=0 \\ (x+1)^2+(y+5)^2=10\end{cases}$ $x=-y$ $(1-y)^2+(y-5)^2=10$

Продолжение табл.

1	2	3
		$1-2y+y^2+y-10y+25-10=0$ $y^2-6y+8=0$ $2y^2-12y+16=0$ $y_1=4 \quad y_2=2$ Если $y=4$, то $x=-4$ – известна $A(-4;\ 4)$. Если $y=2$, то $x=-2$ – известна $C(-2;\ 2)$.
	3. Решить на доске и в тетрадях № 980.	**№ 980.**  *Рис. 2* *Дано:* $ABCD$ – ромб. $AC \in Ox$, $BD \in Oy$; $AC = 4$ см, $BD = 10$ см. Написать уравнение AB, BC, CD, AD. *Решение:* 1) $A(-2;\ 0)$; $C(2;\ 0)$; $B(0;\ 5)$; $D(0;\ -5)$. 2) $A(-2;\ 0)$ и $B(0;\ 5)$. $\begin{cases}-2a+c=0\\5b+c=0\end{cases}$ $\begin{cases}a=\frac{1}{2}c\\b=-\frac{1}{5}c\end{cases}$ $\frac{1}{2}cx-\frac{1}{5}cy+c=0\ \Big\vert :\frac{10}{c}$ $\underline{5x-2y+10=0}$ 3) $B(0;\ 5)$ и $C(2;\ 0)$. $\begin{cases}5b+c=0\\2a+c=0\end{cases}$ $\begin{cases}a=\frac{1}{2}c\\b=-\frac{1}{5}c\end{cases}$ $-\frac{1}{2}cx-\frac{1}{5}cy+c=0\ \Big\vert :\left(-\frac{10}{c}\right)$ $\underline{5x+2y-10=0}$ 4) $C(2;\ 0)$ и $D(0;\ -5)$. $\begin{cases}2a+c=0\\5b+c=0\end{cases}$ $\begin{cases}a=\frac{1}{2}c\\b=\frac{1}{5}c\end{cases}$ $-\frac{1}{2}cx-\frac{1}{5}cy+c=0\ \Big\vert :\left(-\frac{10}{c}\right)$ $\underline{5x+2y-10=0}$ 5) $A(-2;\ 0)$ и $D(0;\ -5)$. $\begin{cases}-2a+c=0\\-5b+c=0\end{cases}$ $\begin{cases}a=\frac{1}{2}c\\b=\frac{1}{5}c\end{cases}$ $\frac{1}{2}cx+\frac{1}{5}cy+c=0\ \Big\vert :\frac{10}{c}$ $\underline{5x+2y+10=0}$

Окончание табл.

1	2	3
	4. Решить на доске и в тетрадях № 1004.	**№ 1004.** *Дано:* $a_1x+b_1y-c_1=0$ $l_1: 3x-1{,}5y+1=0$ $a_2x+b_2y-c_2=0$ $l_2: 2x-y-3=0$ *Доказать:* $l_1 \parallel l_2$. *Доказательство:* Условие $l_1 \parallel l_2$ выполнено, если $a_1\cdot b_1-a_2\cdot b_2=0$, то есть $3\cdot(-1)-2\cdot(-1{,}5)=0$ $-3+3=0$. $0=0$ – верно, следовательно, $l_1 \parallel l_2$, что и требовалось доказать.
	5. Решить на доске и в тетрадях № 1007	**№ 1007.**  *Рис. 3* *Дано: ABCD* – трапеция. $M\in AC$, $AM=MC$ $N\in BD$, $BN=ND$. *Доказать:* $MN=\frac{1}{2}(AD-BC)$. *Доказательство:* $\overrightarrow{MN}=\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{DN}$ $+\overrightarrow{MN}=\overrightarrow{MC}+\overrightarrow{CB}+\overrightarrow{BN}$ (по правилу многоугольника). $2\overrightarrow{MN}=\left(\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MC}\right)+\left(\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{CB}\right)+\left(\overrightarrow{DN}+\overrightarrow{BN}\right)$, так как *N* и *M* – середины сторон *BD* и *AC*, то $\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MC}=0$, $\overrightarrow{DN}+\overrightarrow{BN}=0$, следовательно, $2\overrightarrow{MN}=\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{CB}$ или $2\overrightarrow{MN}=\overrightarrow{AD}-\overrightarrow{BC}$. $MN=\frac{1}{2}\left(\overrightarrow{AD}-\overrightarrow{BC}\right)$, так как $\overrightarrow{AD}\uparrow\uparrow\overrightarrow{BC}$ и $\overrightarrow{MN}\uparrow\uparrow\overrightarrow{AD}$, то $\left\lvert\overrightarrow{AD}-\overrightarrow{BC}\right\rvert=$ $=AD-BC$, отсюда $MN=\frac{1}{2}(AD-BC)$, что и требовалось доказать

IV этап. Итоги урока. Рефлексия

Деятельность учителя	Деятельность учащихся
(Ф/И) – Сформулируйте три вопроса по данной теме. – Оцените свою работу на уроке	(И) Домашнее задание: подготовиться к контрольной работе; решить № 990, 1010

Урок 20. Тема: КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА №1

Цель деятельности учителя	Создать условия для проверки знаний, умений и навыков учащихся по усвоению и применению изученного материала
Термины и понятия	Метод координат, уравнение окружности, уравнение прямой, длина вектора, расстояние между точками, координаты середины отрезка

Планируемые результаты	
Предметные умения	**Универсальные учебные действия**
Умеют демонстрировать знание основных понятий, применять полученные знания для решения основных и качественных задач, контролировать процесс и результат учебной математической деятельности	*Познавательные:* проводят сравнение, сериацию и классификацию по заданным критериям. *Регулятивные:* вносят необходимые коррективы в действие после его завершения на основе учета характера сделанных ошибок; осуществляют самоанализ и самоконтроль. *Коммуникативные:* учитывают разные мнения и стремятся к координации различных позиций в сотрудничестве. *Личностные:* осознают важность и необходимость знаний в жизни человека

Организация пространства	
Формы работы	Индивидуальная (И); фронтальная (Ф)
Образовательные ресурсы	• Задания для контрольной работы

I этап. Выполнение контрольной работы	
Цель деятельности	Задание для контрольной работы
1	2
Осуществить проверку знаний, умений и навыков по изученному материалу	(И) **Вариант I** 1. Найдите координаты и длину вектора $\vec{a}$, если $\vec{a} = \frac{1}{3}\vec{m} - \vec{n}$, $\vec{m}\{-3; 6\}, \vec{n}\{2; -2\}$. 2. Напишите уравнение окружности с центром в точке $A(-3; 2)$, проходящей через точку $B(0; -2)$. 3. Треугольник MNK задан координатами своих вершин: $M(-6; 1)$, $N(2; 4)$, $K(2; -2)$. а) Докажите, что ΔMNK – равнобедренный. б) Найдите высоту, проведенную из вершины M. 4*. Найдите координаты точки N, лежащей на оси абсцисс и равноудаленной от точек $P(-1; 3)$ и $K(0; 2)$. **Вариант II** 1. Найдите координаты и длину вектора $\vec{b}$, если $\vec{b} = \frac{1}{2}\vec{c} - \vec{d}$, $\vec{c}\{6; -2\}, \vec{d}\{1; -2\}$. 2. Напишите уравнение окружности с центром в точке $C(2; 1)$, проходящей через точку $D(5; 5)$. 3. Треугольник CDE задан координатами своих вершин: $C(2; 2)$, $D(6; 5)$, $E(5; -2)$. а) Докажите, что ΔCDE – равнобедренный.

Окончание табл.

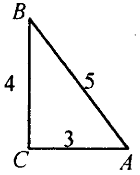
1	2
	б) Найдите биссектрису, проведенную из вершины *C*. 4*. Найдите координаты точки *A*, лежащей на оси ординат и равноудаленной от точек *B*(1; –3) и *C*(2; 0). Ответы: **Вариант I** 1. $\vec{a}\{-3;4\}, \|\vec{a}\| = 5$. 2. $(x+3)^2 + (y-2)^2 = 25$. 3. б) 8 ед. 4. *N*(–3; 0). **Вариант II** 1. $\vec{b}\{4;-3\}, \|\vec{b}\| = 5$. 2. $(x-2)^2 + (y-1)^2 = 25$. 3. б) $\sqrt{12,5}$ ед. 4. *A*(0; –1)
II этап. Итоги урока. Рефлексия	
Деятельность учителя	Деятельность учащихся
(Ф/И) – Что выполняли на уроке? – Как оцениваете свою деятельность на уроке? – Какие задания вызвали затруднения? Почему?	(И) Домашнее задание: повторить материал пунктов 79–96; ответить на вопросы 1–8, с. 244

ГЛАВА XI. СООТНОШЕНИЯ МЕЖДУ СТОРОНАМИ И УГЛАМИ ТРЕУГОЛЬНИКА. СКАЛЯРНОЕ ПРОИЗВЕДЕНИЕ ВЕКТОРОВ

Урок 21. Тема: СИНУС, КОСИНУС, ТАНГЕНС, КОТАНГЕНС

Цель деятельности учителя	Создать условия для введения понятий синуса, косинуса, тангенса и котангенса для углов от 0° до 180°, выведения основного тригонометрического тождества
Термины и понятия	Единичная окружность, синус, косинус, тангенс, котангенс, основное тригонометрическое тождество
Планируемые результаты	
Предметные умения	**Универсальные учебные действия**
Умеют применять определения синуса, косинуса, тангенса и котангенса для определения координаты точки единичной окружности	*Познавательные:* осознанно владеют логическими действиями определения понятий. *Регулятивные:* умеют осуществлять контроль по результату и способу действия на уровне произвольного внимания и вносить необходимые коррективы. *Коммуникативные:* умеют организовывать учебное сотрудничество и совместную деятельность с учителем и сверстниками, ясно, точно, грамотно излагать свои мысли. *Личностные:* понимают важность и необходимость изучения предмета в жизни человека
Организация пространства	
Формы работы	Фронтальная (Ф); индивидуальная (И)
Образовательные ресурсы	• Тест

Продолжение табл.

<table>
<tr><td colspan="2">**I этап. Актуализация знаний учащихся**</td></tr>
<tr><td>Цель деятельности</td><td>Совместная деятельность</td></tr>
<tr><td>Пояснить ошибки, допущенные в контрольной работе</td><td>(Ф/И)
1. Сообщить результат контрольной работы.
2. Прокомментировать основные ошибки</td></tr>
<tr><td colspan="2">**II этап. Мотивация к деятельности**</td></tr>
<tr><td>Цель деятельности</td><td>Совместная деятельность</td></tr>
<tr><td>Через повторение изученного материала подвести учащихся к восприятию новой темы</td><td>(Ф/И)
1. Что называется синусом, косинусом, тангенсом острого угла прямоугольного треугольника?
2. Какое равенство называют основным тригонометрическим тождеством?
3. Чему равны значения синуса, косинуса и тангенса для углов 30°, 45° и 60°?
(И) Тест с последующей самопроверкой.


1. Дан треугольник ABC. Чему равен синус угла A?
а) $\frac{4}{5}$; б) $\frac{3}{5}$; в) $\frac{4}{3}$.
2. Чему равен тангенс угла B?
а) $\frac{4}{3}$; б) $\frac{3}{5}$; в) $\frac{3}{4}$.
3. Чему равен косинус 60°?
а) $\frac{\sqrt{3}}{2}$; б) $\frac{1}{2}$; в) $\frac{\sqrt{2}}{2}$.
4. Если $\sin\alpha = \frac{5}{9}$, то чему равен $\cos\alpha$?
а) $\frac{9}{5}$; б) $\frac{56}{81}$; в) $\frac{2\sqrt{14}}{9}$.
5. Если $\cos\alpha = \frac{1}{3}$, то чему равен $\mathrm{tg}\alpha$?
а) $2\sqrt{2}$; б) 8; в) $\frac{1}{2\sqrt{2}}$.
6. В прямоугольном ΔACB, $\sin A = \frac{2}{5}$. Найти $\sin B$.
а) $\frac{5}{2}$; б) $\frac{\sqrt{21}}{5}$; в) $\frac{21}{25}$.
7. Упростите выражение: $\sin 30° \cdot \cos 45° \cdot \mathrm{tg} 60°$.
а) $\frac{\sqrt{6}}{4}$; б) $\frac{3\sqrt{2}}{4}$; в) $\frac{\sqrt{2}}{4}$.
<table><tr><td>Ответы:</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>6</td><td>7</td></tr><tr><td></td><td>а</td><td>в</td><td>б</td><td>в</td><td>а</td><td>б</td><td>а</td></tr></table></td></tr>
<tr><td colspan="2">**III этап. Изучение новой темы**</td></tr>
<tr><td>Цель деятельности</td><td>Совместная деятельность</td></tr>
<tr><td>1</td><td>2</td></tr>
<tr><td>Ввести понятия синуса, косинуса, тангенса</td><td>(Ф)
1. Ввести понятие единичной полуокружности *(с. 248, рис. 290)*.</td></tr>
</table>

<table>
<tr><th>1</th><th>2</th></tr>
<tr><td>и котангенса через координаты точки единичной окружности</td><td>2. Ввести понятие синуса и косинуса для углов $0° \leq \alpha \leq 180°$: $\sin\alpha = y$; $\cos\alpha = x$.
Таким образом, для любого угла α из промежутка $0° \leq \alpha \leq 180°$ синусом угла α называется ордината y точки M, а косинусом угла α – абсцисса x точки M, лежащей на единичной полуокружности.
$0 \leq \sin\alpha \leq 1$; $-1 \leq \cos\alpha \leq 1$.
3. Найти значения синуса и косинуса для углов 0°, 90° и 180°.
4. Определить тангенс угла α ($\alpha \neq 90°$): tgα $\frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$ при $\alpha \neq 90°$; tg 0° = 0; tg 180° = 0.
5. Вывести основное тригонометрическое тождество $\sin^2\alpha + + \cos^2\alpha = 1$, используя рис. 290 в учебнике на с. 248.
6. Составить таблицу:
<table>
<tr><th></th><th>0°</th><th>30°</th><th>45°</th><th>60°</th><th>90°</th><th>120°</th><th>135°</th><th>150°</th><th>180°</th></tr>
<tr><td>$\sin\alpha$</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>$\cos\alpha$</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>tgα</td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
</table>
Значения для углов от 0° до 90° учащиеся заполняют самостоятельно (материал 8 класса). Остальные значения заполняют с помощью учителя, используя формулы приведения и единичную окружность</td></tr>
</table>

IV этап. Закрепление изученного материала

Цель деятельности 1	Деятельность учителя 2	Деятельность учащихся 3
В процессе решения простых задач отработать понятия синуса, косинуса, тангенса и котангенса	(Ф/И) 1. Решить № 1011 *(устно)*. 2. Решить № 1012 на доске и в тетрадях.	**№ 1012.** *Решение:* Точка с координатами $(x; y)$ принадлежит единичной полуокружности, если выполняются условия: $-1 \leq x \leq 1$, $-1 \leq y \leq 1$ и $x^2 + y^2 = 1$. Точка M_1 (0; 1) удовлетворяет всем условиям ⇒ она лежит на единичной полуокружности. Точка $M_2\left(\frac{1}{2}; \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ удовлетворяет всем условиям ⇒ она лежит на единичной полуокружности. Точки $M_3\left(\frac{\sqrt{2}}{2}; \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$, $M_4\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}; \frac{1}{2}\right)$, $A(1; 0)$, $B(-1; 0)$ также лежат на единичной полуокружности. Синус $\angle AOM$ – это ордината точки M. Косинус $\angle AOM$ – это абсцисса точки M. Тангенс $\angle AOM$ равен отношению синуса $\angle AOM$ к его косинусу.

Окончание табл.

1	2	3
	3. Решить № 1013 на доске и в тетрадях	$M_1(0;\,1) \Rightarrow \sin\angle AOM_1 = 1,\ \cos\angle AOM_1 = 0,\ \text{tg}\angle AOM_1 = 0.$ $M_2\left(\frac{1}{2};\frac{\sqrt{3}}{2}\right) \Rightarrow \sin\angle AOM_2 = \frac{\sqrt{3}}{2},\ \cos\angle AOM_2 = \frac{1}{2},\ \text{tg}\angle AOM_2 = \frac{\sqrt{3}}{2} : \frac{1}{2} =$ $= \sqrt{3}.$ $M_3\left(\frac{\sqrt{2}}{2};\frac{\sqrt{3}}{2}\right) \Rightarrow \sin\angle AOM_3 = \frac{\sqrt{2}}{2},\ \cos\angle AOM_3 = \frac{\sqrt{2}}{2},$ $\text{tg}\angle AOM_3 = \frac{\sqrt{2}}{2}:\frac{\sqrt{2}}{2} = 1.$ $M_4\left(-\frac{\sqrt{3}}{2};\frac{1}{2}\right) \Rightarrow \sin\angle AOM_4 = \frac{1}{2},\ \cos\angle AOM_4 = -\frac{\sqrt{3}}{2},$ $\text{tg}\angle AOM_4 = \frac{1}{2}:\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = -\frac{1}{\sqrt{3}}.$ **№ 1013.** *Решение:* $\sin^2\alpha + \cos^2\alpha = 1 \Rightarrow \sin\alpha = \pm\sqrt{1-\cos^2\alpha}$, но так как $0 \le \sin\alpha \le 1 \Rightarrow$ $\Rightarrow \sin\alpha = \sqrt{1-\cos^2\alpha}$. а) $\cos\alpha = \frac{1}{2} \Rightarrow \sin\alpha = \sqrt{1-\frac{1}{4}} = \frac{\sqrt{3}}{2}.$ б) $\cos\alpha = -\frac{2}{3} \Rightarrow \sin\alpha = \sqrt{1-\frac{4}{9}} = \frac{\sqrt{5}}{3}.$ в) $\cos\alpha = -1 \Rightarrow \sin\alpha = \sqrt{1-1} = 0.$ Ответ: а) $\frac{\sqrt{3}}{2}$; б) $\frac{\sqrt{5}}{3}$; в) 0

V этап. Итоги урока. Рефлексия

Деятельность учителя	Деятельность учащихся
(Ф/И) – Что повторили на уроке? – Что является абсциссой точки единичной окружности? Ординатой точки единичной окружности?	(И) Домашнее задание: изучить материал пунктов 97–99; ответить на вопросы 1–4, с. 266; решить задачи № 1014, 1015

Урок 22. Тема: СИНУС, КОСИНУС, ТАНГЕНС УГЛА

Цели деятельности учителя	Совершенствовать навыки нахождения синуса, косинуса, тангенса для углов от 0° до 180°; способствовать развитию умения пользоваться основным тригонометрическим тождеством
Термины и понятия	Единичная окружность, синус, косинус, тангенс, котангенс, основное тригонометрическое тождество

Планируемые результаты	
Предметные умения	**Универсальные учебные действия**
Умеют применять определения синуса, косинуса, тангенса и котангенса для определения координаты точки единичной окружности	*Познавательные:* осознанно владеют логическими действиями определения понятий. *Регулятивные:* умеют осуществлять контроль по результату и способу действия на уровне произвольного внимания и вносить необходимые коррективы. *Коммуникативные:* умеют организовывать учебное сотрудничество и совместную деятельность с учителем и сверстниками, работать в группе, ясно, точно, грамотно излагать свои мысли. *Личностные:* осознают важность и необходимость знаний в жизни человека

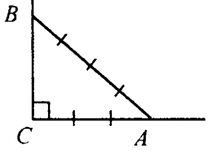
Организация пространства	
Формы работы	Фронтальная (Ф); индивидуальная (И); групповая (Г)
Образовательные ресурсы	• Задания для математического диктанта

I этап. Актуализация знаний учащихся	
Цель деятельности	Совместная деятельность
1	2
Повторить определения синуса, косинуса, тангенса	(Ф/И) 1. Проверка выполнения домашнего задания. *(Двое учащихся у доски.)* 2. Математический диктант (10–12 мин). **Вариант I** 1. Стороны прямоугольного треугольника равны 3 см, 4 см и 5 см. Найдите синус, косинус и тангенс меньшего острого угла этого треугольника. 2. Катет прямоугольного треугольника равен 6 дм, а противолежащий угол равен 30°. Найдите гипотенузу этого треугольника. 3. Вычисляя синус острого угла, ученик получил число 1,05. Верны ли его вычисления? 4. Найдите косинус острого угла, если его синус равен $\frac{12}{13}$. 5. Найдите тангенс острого угла, если его синус равен $\frac{12}{13}$. 6. Синус острого угла прямоугольного треугольника равен $\frac{9}{41}$. Чему равен косинус второго острого угла этого треугольника?

Продолжение табл.

1	2
	Вариант II 1. Стороны прямоугольного треугольника равны 10 дм, 8 дм и 6 дм. Найдите синус, косинус и тангенс большего острого угла этого треугольника. 2. Катет прямоугольного треугольника равен 8 см, а противолежащий угол равен 45°. Найти гипотенузу этого треугольника. 3. Вычисляя косинус острого угла прямоугольного треугольника, ученик получил число 1,05. Верны ли его вычисления? 4. Найдите синус острого угла, если его косинус равен $\frac{24}{25}$. 5. Найдите тангенс острого угла, если его косинус равен $\frac{24}{25}$. 6. Косинус острого угла прямоугольного треугольника равен $\frac{12}{37}$. Чему равен синус второго острого угла этого треугольника?

II этап. Решение задач

Цель деятельности	Деятельность учителя	Деятельность учащихся
1	2	3
Совершенствовать навыки решения задач	(Г) 1. Решить задачи № 1017 (б), 1018 (а) в малых группах. Варианты решений обсудить. 2. Самостоятельно решить № 1018 (а, в, д), 1019 (б, г)	**№ 1017 (б).**  Так как косинус угла – это отношение прилежащего катета к гипотенузе и $\cos\angle A = \frac{3}{4}$, то для построения угла A надо построить прямоугольный ΔACB, в котором $AC = 3$, $AB = 4$. **№ 1018.** Если точка A имеет координаты $(x; y)$, то $x = OA \cdot \cos\alpha$, а $y = OA \cdot \sin\alpha$. а) $OA = 3$, $\alpha = 45° \Rightarrow x = 3 \cdot \cos 45° = \frac{3\sqrt{2}}{2}$; $y = 3 \cdot \sin 45° = \frac{3\sqrt{2}}{2}$. То есть $A\left(\frac{3\sqrt{2}}{2}; \frac{3\sqrt{2}}{2}\right)$. в) $OA = 5$, $\alpha = 150° \Rightarrow x = 3 \cdot \cos 150° = -\frac{5\sqrt{3}}{2}$; $y = 5 \cdot \sin 150° = \frac{5}{2}$. То есть $A\left(-\frac{5\sqrt{3}}{2}; \frac{5}{2}\right)$.

Окончание табл.

1	2	3
		д) $OA = 5$, $\alpha = 30° \Rightarrow x = 2 \cdot \cos 30° = \sqrt{3}$; $y = 2 \cdot \sin 30° = 1 \Rightarrow A(\sqrt{3}; 1)$. Ответ: а) $A\left(\frac{3\sqrt{2}}{2}; \frac{3\sqrt{2}}{2}\right)$; в) $A\left(-\frac{5\sqrt{3}}{2}; \frac{5}{2}\right)$; д) $A(\sqrt{3}; 1)$. **№ 1019.** Координаты точки A можно вычислить по формулам: $x = OA \cdot \cos\alpha$, $y = OA \cdot \sin\alpha$. В прямоугольной системе координат XOY для координат точки A выполняется равенство $x^2 + y^2 = OA^2$. б) $A(0; 3)$, тогда $0^2 + 3^2 = OA^2 \Rightarrow OA = 3$. Отсюда по формуле $x = OA \cdot \cos\alpha$ получаем: $0 = 3 \cdot \cos\alpha \Rightarrow \cos\alpha = 0 \Rightarrow \alpha = 90°$. г) $A(-2\sqrt{2}; 2\sqrt{2}) \Rightarrow (-2\sqrt{2})^2 + (2\sqrt{2})^2 = OA^2$, тогда $OA^2 = 16x \Rightarrow OA = 4$. Тогда по формуле $x = OA \cdot \cos\alpha$ получаем: $-2\sqrt{2} = 4 \cdot \cos\alpha \Rightarrow$ $\Rightarrow \cos\alpha = -\frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \alpha = 135°$. Ответ: б) 90°; г) 135°

III этап. Итоги урока. Рефлексия

Деятельность учителя	Деятельность учащихся
(Ф/И) – Подведите итог урока. Достигли ли мы поставленных целей? – Оцените свою работу. Что для вас оказалось наиболее сложным?	(И) Домашнее задание: решить № 1017 (а, в), 1018 (б, г), 1019 (а, в)

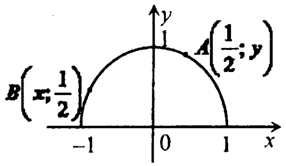
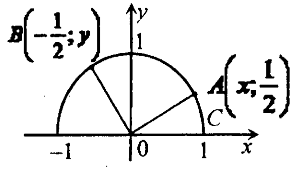
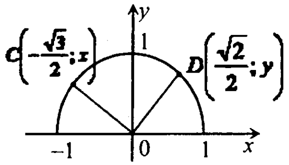
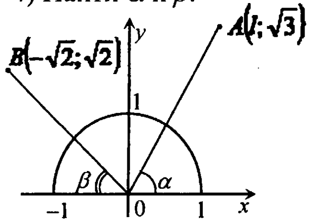
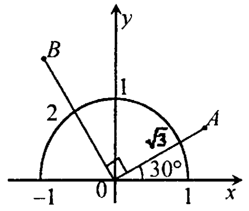
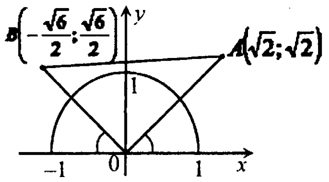
Урок 23. Тема: СИНУС, КОСИНУС, ТАНГЕНС УГЛА

Цель деятельности учителя	Совершенствовать навыки нахождения синуса, косинуса, тангенса для углов от 0° до 180°; способствовать развитию умения пользоваться основным тригонометрическим тождеством
Термины и понятия	Единичная окружность, синус, косинус, тангенс, котангенс, основное тригонометрическое тождество

Планируемые результаты

Предметные умения	**Универсальные учебные действия**
Умеют применить определения синуса, косинуса, тангенса и котангенса для определения координаты точки единичной окружности	*Познавательные:* осознанно владеют логическими действиями определения понятий. *Регулятивные:* умеют осуществлять контроль по результату и способу действия на уровне произвольного внимания и вносить необходимые коррективы. *Коммуникативные:* умеют организовывать учебное сотрудничество и совместную деятельность с учителем и сверстниками, работать в группе, ясно, точно, грамотно излагать свои мысли. *Личностные:* проявляют познавательный интерес к изучению предмета

Продолжение табл.

Организация пространства		
Формы работы	Фронтальная (Ф); индивидуальная (И)	
Образовательные ресурсы	Чертежи для задач	
I этап. Решение задач по готовым чертежам		
Цель деятельности	Деятельность учителя	Деятельность учащихся
Совершенствовать навыки решения задач	(Ф/И) 1. Решение задач по готовым чертежам. 1) Найти x и y:  *Рис. 1* 2) Найти $\angle COA$, $\angle COB$.  *Рис. 2* 3) Найти $\angle COD$.  *Рис. 3* 4) Найти α и β.  *Рис. 4* 5) Найти координаты точек A и B; $OA = \sqrt{3}$.  *Рис. 5* 6) Найти S_{ABO}.  *Рис. 6* 2. Проверка домашнего задания	Ответы к задачам по готовым чертежам: 1) $x = -\frac{\sqrt{3}}{2}$; $y = \frac{\sqrt{3}}{2}$. 2) $\angle COA = 30°$, $\angle COB = 120°$. 3) $\angle COD = 105°$. 4) $\alpha = 60°, \beta = 45°$. 5) $A\left(\frac{3}{2}; \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$, $B\left(-1; \sqrt{3}\right)$. 6. $S_{ABO} = \sqrt{3}$ кв. ед.

Продолжение табл.

II этап. Самостоятельная работа с взаимопроверкой	
Цель деятельности	Задания для самостоятельной работы
Проверить уровень сформированности знаний по теме	(И) **Вариант I** 1. Найдите: а) $\sin\alpha$, если $\cos\alpha = -\frac{1}{3}$; б) $\cos\alpha$, если $\sin\alpha = \frac{2}{5}$; в) $\mathrm{tg}\,\alpha$, если $\cos\alpha = \frac{1}{2}$. 2. Проверьте, лежат ли на единичной окружности точки: а) $A\left(\frac{1}{4}; \frac{\sqrt{15}}{4}\right)$; б) $B\,(7; 3)$; в) $C\left(\frac{1}{2}; \frac{1}{2}\right)$. 3. Угол между лучом OM, пересекающим единичную полуокружность, и положительной полуосью Ox равен α. Найдите координаты точки M, если: а) $OM = 4$; $\alpha = 60°$; б) $OM = 8$; $\alpha = 150°$. **Вариант II** 1. Найдите: а) $\sin\alpha$, если $\cos\alpha = -\frac{1}{4}$; б) $\cos\alpha$, если $\sin\alpha = -\frac{2}{3}$; в) $\mathrm{tg}\,\alpha$, если $\cos\alpha = \frac{\sqrt{3}}{2}$. 2. Проверьте, лежат ли на единичной окружности точки: а) $A\left(\frac{1}{3}; \frac{2\sqrt{2}}{3}\right)$; б) $B\left(\frac{\sqrt{3}}{2}; \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$; в) $C\,(2; 3)$. 3. Угол между лучом OP, пересекающим единичную полуокружность, и положительной полуосью Ox равен β. Найдите координаты точки P, если: а) $OP = 6$; $\beta = 30°$; б) $OP = 10$; $\beta = 120°$. Ответы: **Вариант I** 1. а) $\frac{2\sqrt{2}}{3}$; б) $\pm\frac{\sqrt{21}}{5}$; в) $\sqrt{3}$. 2. а) Да; б) нет; в) нет. 3. а) $M\left(2; 2\sqrt{3}\right)$; б) $M\left(-4\sqrt{3}; 4\right)$. **Вариант II** 1. а) $\frac{\sqrt{15}}{4}$; б) $\pm\frac{\sqrt{5}}{3}$; в) $\frac{\sqrt{3}}{3}$. 2. а) Да; б) нет; в) нет. 3. а) $P\left(3\sqrt{3}; 3\right)$; б) $M\left(-5\sqrt{3}; 5\right)$

III этап. Итоги урока. Рефлексия	
Деятельность учителя	Деятельность учащихся
1	2
(Ф/И) – Оцените свою работу на каждом этапе урока. – Какие трудности возникли при выполнении заданий и почему?	(И) Домашнее задание: решить задачи. 1. Постройте угол A, если $\cos\angle A = -\frac{4}{7}$. Найдите $\sin\angle A$, $\mathrm{tg}\angle A$.

1	2
ДЕРЕВО ЧУВСТВ Если чувствую себя хорошо, комфортно, то вешаю на дерево яблоки красного цвета, если нет, зеленого	2. Найдите значение выражения $\sin^2\alpha \cdot \operatorname{tg}\alpha - \cos^2\alpha$, если известно, что $\sin\alpha = \frac{1}{3}$. 3. Найдите наименьший угол между лучами *OA* и *OB*, если $A\left(-2; 2\sqrt{3}\right)$, $B(5; 5)$, O – начало координат

Урок 24. Тема: ТЕОРЕМА О ПЛОЩАДИ ТРЕУГОЛЬНИКА

Цель деятельности учителя	Создать условия для доказательства теоремы о площади треугольника
Термины и понятия	Синус, треугольник, площадь треугольника

Планируемые результаты

Предметные умения	Универсальные учебные действия
Умеют применять определение синуса для доказательства теоремы	*Познавательные:* осознанно владеют логическими действиями определения понятий, обобщения, установления аналогий. *Регулятивные:* умеют видеть математическую задачу в контексте проблемной ситуации. *Коммуникативные:* умеют организовывать учебное сотрудничество и совместную деятельность с учителем. *Личностные:* владеют коммуникативной компетентностью

Организация пространства

Формы работы	Фронтальная (Ф); парная (П); индивидуальная (И); групповая (Г)
Образовательные ресурсы	• Задания для фронтальной, групповой работы

I этап. Актуализация опорных знаний

Цель деятельности	Совместная деятельность
Проверить выполнение домашнего задания	(Ф/И) 1. Проверить правильность выполнения домашнего задания, для этого пригласить к доске троих учащихся. 2. Вспомнить, какие формулы используются для вычисления площади треугольника и площади параллелограмма

Продолжение табл.

<table>
<tr><th colspan="3">II этап. Мотивация к деятельности</th></tr>
<tr><th>Цель деятельности</th><th>Деятельность учителя</th><th>Деятельность учащихся</th></tr>
<tr><td>Совершенствовать навыки вычисления площади треугольника</td><td>(Ф) Вычислить площади треугольников:
1)

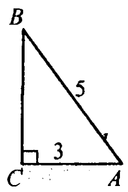



Рис. 1
4)

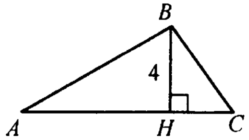



Рис. 4
2)

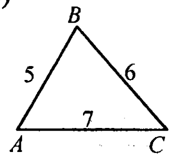



Рис. 2
5)

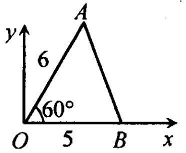



Рис. 5
3)

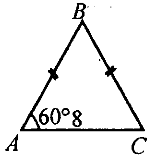



Рис. 3</td><td>Ответы:
1) 6.
2) $6\sqrt{6}$.
3) $16\sqrt{6}$.
4) 20.
5) $7{,}5\sqrt{3}$</td></tr>
<tr><th colspan="3">III этап. Учебно-познавательная деятельность</th></tr>
<tr><th>Цель деятельности</th><th colspan="2">Совместная деятельность</th></tr>
<tr><td>Доказать теорему о площади треугольника</td><td colspan="2">(Г) Решите задачу.

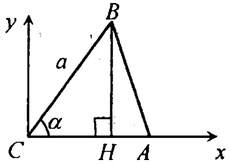
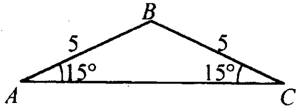



Рис. 6
Дано: ΔABC $BC = a$, $AC = b$, $\angle C = \alpha$.
Найти: площадь треугольника.
Решение:
1. Координаты точки B равны: $x = a \cdot \cos\alpha$, $y = b \cdot \sin\alpha$.
2. Высота $BH = \alpha \cdot \sin\alpha$.
3. $S_{ABC} = \frac{1}{2}AC \cdot BH = \frac{1}{2}b \cdot (a \cdot \sin\alpha) = \frac{1}{2}a \cdot b \cdot \sin\alpha$.
Далее учащимся предлагается сверить свое решение и доказательство теоремы в учебнике на с. 256, сделать вывод</td></tr>
</table>

Окончание табл.

IV этап. Закрепление изученного материала	
Цель деятельности	Совместная деятельность
При решении простейших задач отработать применение доказанной формулы	(Ф) 1. Решить на доске и в тетрадях задачи № 1020 (а), 1022, 1024. 2. Решить задачу: найти площадь равнобедренного треугольника с углом при основании 15° и боковой стороной 5 см.  *Рис. 7* Ответ: $\frac{25}{4}$ см^2

V этап. Итоги урока. Рефлексия	
Деятельность учителя	Деятельность учащихся
(Ф/И) – По каким формулам можно вычислить площадь треугольника? – Как найти синус угла прямоугольного треугольника? – Составьте синквейн к уроку	(И) Домашнее задание: выучить теорему; решить № 1020 (б, в), 1021, 1023

Урок 25. Тема: ТЕОРЕМА СИНУСОВ И ТЕОРЕМА КОСИНУСОВ

Цели деятельности учителя	Создать условия для доказательства теоремы синусов и теоремы косинусов; способствовать развитию умения применять теоремы синусов и косинусов при решении задач
Термины и понятия	Синус, косинус, треугольник, площадь треугольника

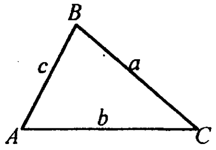
Планируемые результаты	
Предметные умения	**Универсальные учебные действия**
Умеют применять определение синуса для доказательства теоремы	*Познавательные:* осознанно владеют логическими действиями определения понятий, обобщения, установления аналогий; умеют видеть математическую задачу в контексте проблемной ситуации. *Регулятивные:* осознают и принимают учебные задачи. *Коммуникативные:* умеют организовывать учебное сотрудничество и совместную деятельность с учителем; участвуют в диалоге. *Личностные:* владеют коммуникативной компетентностью

Продолжение табл.

Организация пространства	
Формы работы	Фронтальная (Ф); индивидуальная (И)
Образовательные ресурсы	• Задания для математического диктанта
I этап. Актуализация опорных знаний	
Цель деятельности	Совместная деятельность
Проверить уровень сформированности теоретических знаний	(Ф/И) 1. Подготовить у доски доказательство теоремы о площади треугольника. 2. Ответить на вопросы учащихся по домашнему заданию. 3. Провести математический диктант (10 мин). **Вариант I** 1. Найдите площадь треугольника, если его основание равно 7 см, а высота равна 4 см. 2. Найдите синус угла, если его косинус равен 0,6. 3. Найдите синус угла, если синус смежного с ним угла равен 0,3. 4. Начертите треугольник *ABC* с тупым углом *C*. Проведите высоту треугольника из вершины *B*. 5. Луч *OC* образует с положительной полуосью абсцисс угол 60°. Найдите координаты точки *C*, если *OC* = 6 дм. 6. Определите, каким – остроугольным, прямоугольным или тупоугольным – является треугольник, два угла которого равны 43° и 48°. 7. Точка *C* единичной полуокружности имеет координаты $\left(-\frac{\sqrt{2}}{2};\frac{\sqrt{2}}{2}\right)$. Найдите угол, который образует луч *OC* с положительной полуосью *OX*. **Вариант II** 1. Найдите площадь треугольника, если его основание равно 10 дм, а высота равна 5 дм. 2. Найдите косинус угла, если его синус равен 0,8. 3. Найдите синус угла, если синус смежного с ним угла равен 0,7. 4. Начертите треугольник *CDE* с тупым углом *E*. Проведите высоту треугольника из вершины *C*. 5. Луч *OB* образует с положительной полуосью абсцисс угол 30°. Найдите координаты точки *B*, если *OB* = 8 дм. 6. Определите, каким – остроугольным, прямоугольным или тупоугольным – является треугольник, два угла которого равны 35° и 56°. 7. Точка А единичной полуокружности имеет координаты $\left(-\frac{\sqrt{3}}{2};\frac{1}{2}\right)$. Найдите угол, который образует луч *OA* с положительной полуосью *OX*

Продолжение табл.

II этап. Изучение нового материала	
Цель деятельности	Совместная деятельность
Доказать теоремы синусов и косинусов	(Ф) 1. Сформулировать и доказать теорему синусов (уч., п. 101). ***Теорема.*** Стороны треугольника пропорциональны синусам противолежащих углов. *Доказательство проводится в виде беседы учителя с учащимися.* – Какая формула выражает зависимость между сторонами треугольника и синусами его углов? *При доказательстве опираться на теорему о площади треугольника.* 2. Сформулировать и доказать теорему косинусов. ***Теорема.*** Квадрат стороны треугольника равен сумме квадратов двух других его сторон без удвоенного произведения этих сторон на косинус угла между ними. *Доказательство проводится в виде беседы учителя с учащимися*

III этап. Закрепление изученного материала		
Цель деятельности	Деятельность учителя	Деятельность учащихся
1	2	3
Показать применение изученных теорем при решении простейших задач	(Ф/И) 1. Запишите теорему синусов для ΔMKE. 2. Запишите теорему косинусов для вычисления стороны ME. 3. На доске и в тетрадях решить № 1025 (а, в, г, е, и)	**№ 1025.**  а) $\angle A = 60^\circ, \angle B = 40^\circ, c = 14$. $\angle C = 180^\circ - (\angle A + \angle B) = 80^\circ$. По теореме синусов: $\frac{a}{\sin\angle A} = \frac{b}{\sin\angle B} = \frac{c}{\sin\angle C}$. $\frac{a}{\sin 60^\circ} = \frac{b}{\sin 40^\circ} = \frac{c}{\sin 80^\circ} \Rightarrow a = \frac{14\cdot\sin 60^\circ}{\sin 80^\circ} \approx 12{,}3$; $b = \frac{14\cdot\sin 40^\circ}{\sin 80^\circ} \approx 9{,}1$. в) $\angle A = 80^\circ, a = 16, b = 10$. По теореме синусов $\frac{a}{\sin\angle A} = \frac{b}{\sin\angle B} = \frac{c}{\sin\angle C}$. $\frac{16}{\sin 80^\circ} = \frac{10}{\sin\angle B} = \frac{c}{\sin\angle C}$. $\sin B = \frac{10\cdot\sin 80^\circ}{16} \approx 0{,}6155 \Rightarrow \angle B \approx 37^\circ 59'$. $\angle C = 180^\circ - (\angle A + \angle B) \approx 62^\circ 01'$. г) $\angle B = 45^\circ, \angle C = 70^\circ, a = 24{,}6$. $\angle A = 180^\circ - (\angle B + \angle C) = 65^\circ$. По теореме синусов: $\frac{a}{\sin\angle A} = \frac{b}{\sin\angle B} = \frac{c}{\sin\angle C}$. $c = \frac{24{,}6\cdot\sin 70^\circ}{\sin 65^\circ} \approx 25{,}5$; $b = \frac{24{,}6\cdot\sin 45^\circ}{\sin 65^\circ} \approx 19{,}2$.

Окончание табл.

<table>
<tr><th>1</th><th>2</th><th>3</th></tr>
<tr><td></td><td></td><td>е) $a = 6,3$; $b = 6,3$; $\angle C = 54°$.
По теореме синусов: $c^2 = b^2 + a^2 - 2ab\cos\angle A = 6,3^2 + 6,3^2 - 2 \cdot 6,3 \cdot 6,3 \cdot \cos 54° = = 2 \cdot 6,3^2 (1 - \cos 54°) \Rightarrow c \approx 5,7$.
По теореме синусов: $\frac{a}{\sin\angle A} = \frac{b}{\sin\angle B} = \frac{c}{\sin\angle C} \Rightarrow \frac{6,3}{\sin\angle A} = \frac{c}{\sin 70°} = \frac{5,7}{\sin 54°} \Rightarrow \sin\angle A = \sin\angle B = \frac{6,3 \cdot \sin 54°}{5,7} \Rightarrow \angle A = \angle B \approx 63°$.
и) $a = 6$; $b = 7,3$; $c = 4,8$.
По теореме синусов $c^2 = b^2 + a^2 - 2bc\cos\angle A \Rightarrow \cos\angle A = \frac{7,3^2 + 4,8^2 - 6^2}{2 \cdot 7,3 \cdot 4,8} \approx \approx 0,5755 \Rightarrow \angle A = 54°52'$.
По теореме синусов $\frac{a}{\sin\angle A} = \frac{b}{\sin\angle B} \Rightarrow \sin\angle B = \frac{b \cdot \sin\angle A}{a} = \frac{7,3 \cdot 0,8174}{6} \approx \approx 0,9950 \Rightarrow \angle B = 84°16'$. $\angle C = 180° - (\angle A + \angle B) = 40°52'$</td></tr>
<tr><td colspan="3">IV этап. Итоги урока. Рефлексия</td></tr>
<tr><td colspan="2">Деятельность учителя</td><td>Деятельность учащихся</td></tr>
<tr><td colspan="2">(Ф/И)
– Как вы думаете, для чего были изучены теоремы синусов и косинусов?
– Почему теорему косинусов называют обобщенной теоремой Пифагора?</td><td>(И) Домашнее задание: выучить п. 101, 102; решить № 1025 (б, д, ж)</td></tr>
</table>

Урок 26. Тема: РЕШЕНИЕ ТРЕУГОЛЬНИКОВ

<table>
<tr><td>Цель деятельности учителя</td><td colspan="2">Создать условия для ознакомления учащихся с методами решения треугольников, закрепления знания теорем синусов и косинусов, обучения применению теорем в ходе решения задач</td></tr>
<tr><td>Термины и понятия</td><td colspan="2">Синус, косинус, треугольник, площадь треугольника, прилежащий угол, противолежащий угол</td></tr>
<tr><td colspan="3">Планируемые результаты</td></tr>
<tr><td colspan="2">Предметные умения</td><td>Универсальные учебные действия</td></tr>
<tr><td colspan="2">Умеют применять теоремы синусов и косинусов для решения треугольников</td><td><i>Познавательные:</i> умеют понимать и использовать математические средства наглядности для иллюстрации, интерпретации, аргументации, видеть математическую задачу в контексте проблемной ситуации.
<i>Регулятивные:</i> понимают и сохраняют учебную задачу.
<i>Коммуникативные:</i> умеют организовывать учебное сотрудничество и совместную деятельность с учителем, участвуют в диалоге.
<i>Личностные:</i> проявляют креативность мышления, инициативность, находчивость, активность при решении геометрических задач</td></tr>
</table>

Продолжение табл.

<table>
<tr><td colspan="2">Организация пространства</td></tr>
<tr><td>Формы работы</td><td>Фронтальная (Ф); индивидуальная (И); групповая (Г)</td></tr>
<tr><td>Образовательные ресурсы</td><td>• Чертежи для задач</td></tr>
<tr><td colspan="2">I этап. Актуализация опорных знаний</td></tr>
<tr><td>Цель деятельности</td><td>Совместная деятельность</td></tr>
<tr><td>Проверить уровень теоретических знаний</td><td>(И)
1. Теоретический опрос: 1-й вариант доказывает теорему синусов; 2-й вариант – теорему косинусов.
2. Устное решение задач по готовым чертежам:
1) Найти AB.

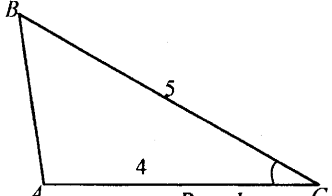


Рис. 1

2) Найти AB.

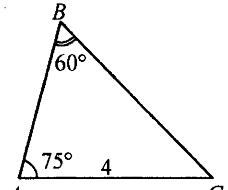


Рис. 2

3) Найти угол B.

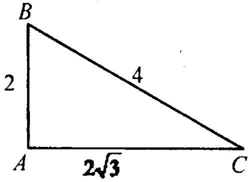


Рис. 3

4) Найти угол B.

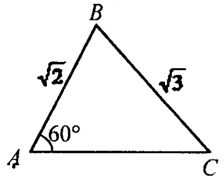


Рис. 4

Ответы: 1) $AB = \sqrt{40-20\sqrt{3}}$; 2) $AB = \frac{4\sqrt{6}}{3}$; 3) $\angle B = 60°$; 4) $\angle B = 75°$</td></tr>
<tr><td colspan="2">II этап. Изучение нового материала</td></tr>
<tr><td>Цель деятельности</td><td>Совместная деятельность</td></tr>
<tr><td>Создать условия для организации самостоятельного изучения темы урока</td><td>(И) 1. Прочитать самостоятельно в учебнике п. 103 на с. 258–259.
(Ф) 2. Обсудить прочитанный материал, задавая вопросы:
– Что значит «решить треугольник»?
– Перечислите три основные задачи на решение треугольников.
– Составьте план решения треугольников:
1) по двум сторонам и углу между ними;
2) по стороне и двум прилежащим к ней углам;
3) по трем сторонам.

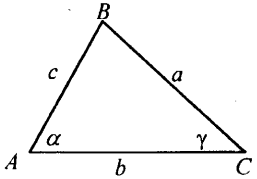
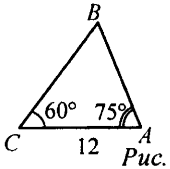


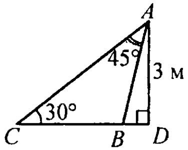
Рис. 5

3. Решить треугольник, если (*рис. 5*):
а) BC, если $AB = c$, $AC = b$, $\angle A = \alpha$.
б) AC, если $BC = a$, $\angle B = \beta$, $\angle C = \gamma$.
в) $\angle C$, если $AB = c$, $AC = b$, $BC = a$.
г) $\angle B$, если $\angle A = \alpha$, $\angle C = \gamma$.
д) AB, если $\angle C = \gamma$, $\angle B = \beta$, $AC = b$.
Ответы:
а) $BC = \sqrt{c^2+b^2-2c\cos\alpha}$.
б) $AC = \frac{a\cdot\sin\beta}{\sin(\gamma+\beta)}$.
в) $\cos\angle C = \frac{a^2+b^2-c^2}{2ab}$.
г) $\angle B = 180° - (\alpha+\gamma)$.
д) $AB = \frac{b\cdot\sin\gamma}{\sin\beta}$</td></tr>
</table>

Продолжение табл.

III этап. Решение задач		
Цель деятельности	Деятельность учителя	Деятельность учащихся
1	2	3
Научить применять теоремы синусов и косинусов при решении задач	(И) 1. По рис. 294 учащиеся самостоятельно разбирают решение примера в учебнике на с. 255. (Ф/И) 2. Решить № 1026 на доске и в тетрадях. (Г) 3. Решить № 1029 и 1031 по группам	**№ 1026.** *Дано:* ΔABC, $AC = 12$ см, $\angle A = 75^\circ$. *Найти:* AB, S_{ABC}. *Решение:* 1) $\angle B = 180^\circ - (60^\circ + 75^\circ) = 45^\circ$.  *Рис. 6* 2) По теореме синусов: $\frac{AC}{\sin\angle B} = \frac{AB}{\sin\angle C}$; $\frac{12}{\sin 45^\circ} = \frac{AB}{\sin 60^\circ}$; $AB = \frac{12\cdot 0{,}866}{0{,}8071} \approx 14{,}7$ (см). 3) $S_{ABC} = \frac{1}{2}\cdot AB\cdot AC\cdot \sin\angle A$; $S_{ABC} = \frac{1}{2}\cdot 12\cdot 14{,}7\cdot 0{,}9659 \approx 85{,}2$ (см^2). Ответ: 14,7 см; 85 см^2. **№ 1031.** а) $a = 5$; $b = c = 4$. $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos\angle A$ $25 = 16 + 16 - 2\cdot 16\cdot \cos\angle A$ $-7 = -32\cdot \cos\angle A$ $\cos\angle A = 0{,}2188$ $\angle A = 12^\circ 38'$ Так как против большей стороны лежит острый угол, то ΔABC – остроугольный. б) $a = 17$; $b = 8$; $c = 15$. $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos\angle A$ $289 = 64 + 225 - 240\cdot \cos\angle A$ $0 = 240\cdot \cos\angle A$ $\cos\angle A = 0$ $\angle A = 90^\circ$ ΔABC – прямоугольный. в) $a = 9$; $b = 5$; $c = 6$. $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc\cos\alpha$

Продолжение табл.

1	2	3
		$81 = 35 + 36 - 60 \cdot \cos\alpha$ $10 = -60 \cdot \cos\alpha$ $\cos\alpha = -0{,}16666 < 0$, следовательно $\angle\alpha$ – тупой. ΔABC – тупоугольный. **№ 1029.** *Дано:* ΔABC, $BC = a$, $\angle B = \alpha$, $\angle C = \beta$. *Найти:* биссектрисы. *Решение:*  *Рис. 7* 1) Рассмотрим ΔBCB_1: $\angle B_1 = 180^\circ - \beta - \frac{a}{2}$; $\frac{BC}{\sin\angle B_1} = \frac{BB_1}{\sin\angle C}$; $\frac{\alpha}{\sin\left(\beta + \frac{\alpha}{2}\right)} = \frac{BB_1}{\sin\beta}$; $BB_1 = \frac{a\sin\beta}{\sin\left(\beta + \frac{\alpha}{2}\right)}$. 2) Рассмотрим ΔBCC_1: $\angle C_1 = 180^\circ - \alpha - \frac{\beta}{2}$; $\frac{BC}{\sin\angle C_1} = \frac{CC_1}{\sin\angle B}$; $CC_1 = \frac{a\sin\alpha}{\sin\left(\alpha + \frac{\beta}{2}\right)}$. 3) $\frac{AB_1}{\sin\beta} = \frac{BC}{\sin(\alpha + \beta)}$; $AB = \frac{a\sin\beta}{\sin(\alpha + \beta)}$. 4) Рассмотрим ΔABA_1 : $\angle ABA_1 = 90^\circ + \frac{\beta - \alpha}{2}$; $\frac{AA_1}{\sin\angle B_1} = \frac{AB}{\sin\angle A_1}$; $AA_1 = \frac{a\sin\beta \cdot \sin\alpha}{\sin(\alpha + \beta) \cdot \sin\left(90^\circ + \frac{\beta - \alpha}{2}\right)} = \frac{a\sin\alpha \cdot \sin\beta}{\sin(\alpha + \beta) \cdot \cos\left(\frac{\beta - \alpha}{2}\right)}$. Ответ: $\frac{a\sin\beta}{\sin\left(\beta + \frac{\alpha}{2}\right)}$; $\frac{a\sin\alpha}{\sin\left(\alpha + \frac{\beta}{2}\right)}$; $\frac{a\sin\alpha \cdot \sin\beta}{\sin(\alpha + \beta) \cdot \cos\left(\frac{\beta - \alpha}{2}\right)}$

Окончание табл.

IV этап. Итоги урока. Рефлексия	
Деятельность учителя	Деятельность учащихся
(Ф/И) – Что значит «решить треугольник»? – Задайте три вопроса по уроку	(И) Домашнее задание: решить № 1027, 1028, 1032

Урок 27. Тема: РЕШЕНИЕ ТРЕУГОЛЬНИКОВ. ИЗМЕРИТЕЛЬНЫЕ РАБОТЫ

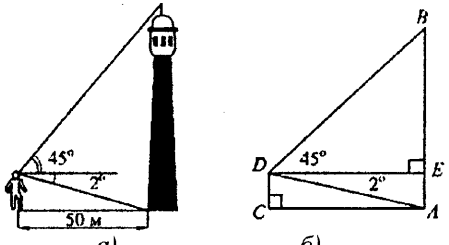
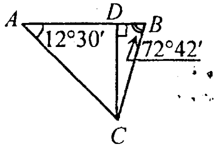
Цель деятельности учителя	Создать условия для ознакомления учащихся с методами решения треугольников, закрепления знаний теорем синусов и косинусов, обучения применению теорем в ходе решения задач
Термины и понятия	Синус, косинус, треугольник, площадь треугольника, прилежащий угол, противолежащий угол, радиус окружности, описанный около треугольника

Планируемые результаты	
Предметные умения	**Универсальные учебные действия**
Умеют применить теоремы синусов и косинусов для решения треугольников	*Познавательные:* умеют понимать и использовать математические средства наглядности для иллюстрации, интерпретации, аргументации, видеть математическую задачу в контексте проблемной ситуации. *Регулятивные:* принимают и сохраняют учебные задачи. *Коммуникативные:* умеют организовывать учебное сотрудничество и совместную деятельность с учителем, участвовать в диалоге. *Личностные:* проявляют креативность мышления, инициативность, находчивость, активность при решении геометрических задач

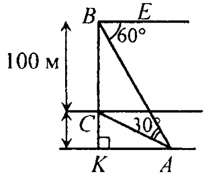
Организация пространства	
Формы работы	Фронтальная (Ф); индивидуальная (И)
Образовательные ресурсы	• Задания для фронтальной работы

I этап. Актуализация опорных знаний	
Цель деятельности	Совместная деятельность
Проверить успешность учащихся в выполнении домашней работы	(Ф/И) 1. Сформулировать теорему о площади треугольника. 2. Сформулировать теорему синусов. 3. Сформулировать теорему косинусов. 4. Объяснить применение теоремы косинусов при решении треугольников. 5. Определить, в какой задаче на решение треугольников можно применять только теорему синусов. 6. Прочитать самостоятельно по учебнику решение № 1033 и записать решение в тетрадь. 7. Прочитать в учебнике п. 104 на с. 256–257

Продолжение табл.

II этап. Решение задач		
Цель деятельности	Деятельность учителя	Деятельность учащихся
1	2	3
Совершенствовать навыки решения задач	(Ф/И) Решить задачи. 1) В треугольнике ABC $\angle A = 20°$, $\angle B = 40°$, $AB = 12$ см. Найти радиус окружности, описанной около треугольника. 2) Стороны треугольника равны 12, 13 и 14. Найти радиус окружности, описанной около треугольника. 3) Решить № 1036, 1037, 1038 на доске и в тетрадях	Ответы: 1) $R = 4\sqrt{3}$. 2) $R \approx 7{,}55$. **№ 1036.**  *а)* *б)* *Рис. 1* Воспользуемся рисунком *1б*, который является схематичным изображением рисунка *1а*, то есть рисунка на с. 298 учебника. По условиям задачи $AC = 50$ м, $\angle EDA = 2°$, $\angle EDB = 45°$, $\angle DEB = 90°$. Требуется найти длину отрезка AB. Из треугольника ADE находим AE: $AE = DE \cdot \text{tg}2° = 50 \cdot \text{tg}2° \approx 50$ м $\cdot$ 0,035 ≈ 2 м. Треугольник DEB прямоугольный и равнобедренный, так как $\angle DBE = 180° - 90° - 45° = 45° = \angle$BDE. Следовательно, $BE = DE = AC = 50$ м. Таким образом, $AB = AE + BE \approx 52$ м. Ответ: ≈ 52 м. **№ 1037.** *Дано:* $AB = 70$ м; $\angle CAB = 12°30'$; $\angle ABC = 72°42'$; $CD \perp AB$. *Найти:* CD. *Решение:*  *Рис. 2* 1) В ΔAOC: $CD = AD \cdot \text{tg}\angle A$, $CD = AD \cdot \text{tg}12°30'$; В ΔBDC: $CD = BD \cdot \text{tg}\angle B$, $CD = BD \cdot \text{tg}72°42'$; 2) Примем $AD = x$ м, получим $BD = 70 - x$ м. $x\,\text{tg}12°30' = (70 - x) \cdot \text{tg}72°42'$; $x - 0{,}2217 = (70 - x) \cdot 3{,}21$; $3{,}4327x = 224{,}77$; $x \approx 65{,}48$. $AD = 65{,}48$ м. 3) $CD = 65{,}48 \cdot 0{,}2217 \approx 14{,}52$ м. Ответ: 14,52 м.

Окончание табл.

1	2	3
		№ 1038.  *Рис. 3* *Дано:* $\angle ABE = 60°$, $\angle CAB = 30°$, $BC = 100$ м. *Найти:* CK. *Решение:* 1) Так как $\angle CBE = 90°$; $\angle ABE = 60°$, то $\angle CBA = 30°$, следовательно, ΔABC – равнобедренный, $\angle C = 120°$, $BC = AC = 100$ м. 2) Так как $\angle BCA$ и $\angle KCA$ – смежные, то $\angle KCA = 60°$, $\angle KAC = 30°$, $CK = \frac{1}{2}AC$, $CK = 50$ м. Ответ: 50 м
III этап. Итоги урока. Рефлексия		
Деятельность учителя		Деятельность учащихся
(Ф/И) – Оцените свою деятельность на каждом этапе урока. – Что для вас оказалось наиболее сложным?		(И) Домашнее задание: решить № 1034, 1060 (а), 1061 (а)

Урок 28. Тема: СКАЛЯРНОЕ ПРОИЗВЕДЕНИЕ ВЕКТОРОВ

Цель деятельности учителя	Создать условия для ознакомления учащихся с понятием «угол между векторами», введения понятий скалярного произведения двух векторов, скалярного квадрата
Термины и понятия	Косинус, угол между векторами, скалярное произведение, скалярный квадрат
Планируемые результаты	
Предметные умения	**Универсальные учебные действия**
Владеют базовым понятийным аппаратом по основным разделам содержания	*Познавательные:* умеют понимать и использовать математические средства наглядности для иллюстрации, интерпретации, аргументации; осознанно владеют логическими действиями определения понятий, обобщения, установления аналогий. *Регулятивные:* принимают и сохраняют учебные задачи. *Коммуникативные:* умеют участвовать в диалоге. *Личностные:* проявляют креативность мышления, инициативность, находчивость, активность при решении геометрических задач
Организация пространства	
Формы работы	Фронтальная (Ф); индивидуальная (И)
Образовательные ресурсы	• Тест

Продолжение табл.

I этап. Тест	
Цель деятельности	Задания для самостоятельной работы
1	2
Проверить уровень усвоения теоретических знаний	(И) Тест с самопроверкой. **Вариант I** 1. Для треугольника справедливо равенство: а) $AB^2 = BC^2 + AC^2 - 2BC \cdot AC \cdot \cos \angle BCA$; б) $BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB \cdot AC \cdot \cos \angle ABC$; в) $AC^2 = AB^2 + BC^2 - 2AB \cdot BC \cdot \cos \angle ACB$. 2. Площадь треугольника MNK равна: а) $\frac{1}{2} MN \cdot MK \cdot \sin \angle MNK$; б) $\frac{1}{2} MK \cdot NK \cdot \sin \angle MNK$; в) $\frac{1}{2} MN \cdot NK \cdot \sin \angle MNK$. 3. Если квадрат стороны треугольника равен сумме квадратов двух других его сторон, то эта сторона лежит против: а) тупого угла; б) прямого угла; в) острого угла. 4. В треугольнике ABC известны длины сторон AB и BC. Чтобы найти сторону AC, необходимо знать величину: а) угла A; б) угла B; в) угла C. 5. Треугольник со сторонами 5, 6 и 7 см: а) остроугольный; б) прямоугольный; в) тупоугольный. 6. В треугольнике ABC $\angle A = 30°$, $BC = 3$. Радиус описанной около ΔABC окружности равен: а) 1,5; б) $2\sqrt{3}$; в) 3. 7. Если в треугольнике ABC $\angle A = 48°$, $\angle B = 72°$, то наибольшей стороной треугольника является сторона: а) AB; б) AC; в) BC. **Вариант II** 1. Для треугольника ABC справедливо равенство: а) $\frac{AB}{\sin \angle A} = \frac{BC}{\sin \angle B} = \frac{CA}{\sin \angle C}$; б) $\frac{AB}{\sin \angle C} = \frac{BC}{\sin \angle A} = \frac{AC}{\sin \angle B}$; в) $\frac{AB}{\sin \angle B} = \frac{BC}{\sin \angle C} = \frac{CA}{\sin \angle A}$. 2. Площадь треугольника CDE равна: а) $\frac{1}{2} CD \cdot DE \cdot \sin \angle CDE$; б) $\frac{1}{2} CD \cdot DE$; в) $CD \cdot DE \cdot \sin \angle CDE$. 3. Если квадрат стороны треугольника больше суммы квадратов двух других его сторон, то эта сторона лежит против: а) острого угла; б) прямого угла; в) тупого угла. 4. В треугольнике MNK известны длина стороны MN и величина угла K. Чтобы найти сторону NK, необходимо знать: а) величину $\angle M$; б) длину стороны MK; в) значение периметра MNK. 5. Треугольник со сторонами 2, 3 и 4 см: а) остроугольный; б) прямоугольный; в) тупоугольный.

Продолжение табл.

1	2

8. В треугольнике CDE:
а) $CD \cdot \sin \angle C = DE \cdot \sin \angle E$;
б) $CD \cdot \sin \angle E = DE \cdot \sin \angle C$;
в) $CD \cdot \sin \angle D = DE \cdot \sin \angle E$.

9. По теореме синусов:
а) стороны треугольника обратно пропорциональны синусам противолежащих углов;
б) стороны треугольника пропорциональны синусам противолежащих углов;
в) стороны треугольника пропорциональны синусам прилежащих углов.

10. В треугольнике ABC $AB = 10$ см, $BC = 5$ см. Найти отношение синуса угла A к синусу угла C:
а) $\frac{1}{2}$; б) 5; в) 2.

6. В треугольнике MNK $MN = 2$, $\angle K = 60°$. Радиус описанной около ΔMNK окружности равен:
а) 4; б) $\frac{2\sqrt{3}}{3}$; в) 2.

7. Если в треугольнике MNK $\angle M = 76°$, $\angle N = 64°$, то наименьшей стороной треугольника является сторона:
а) MN; б) NK; в) MK.

8. В треугольнике ABC:
а) $AB \cdot \sin \angle C = AC \cdot \sin \angle B$;
б) $AB \cdot \sin \angle B = AC \cdot \sin \angle C$;
в) $AB \cdot \sin \angle A = AC \cdot \sin \angle B$.

9. По теореме о площади треугольника:
а) площадь треугольника равна произведению двух его сторон на синус угла между ними;
б) площадь треугольника равна половине произведения двух его сторон на угол между ними;
в) площадь треугольника равна произведению половине произведения двух его сторон на синус угла между ними.

10. В треугольнике ABC $AB = 6$ см, $BC = 2$ см. Найти отношение синуса угла A к синусу угла B:
а) $\frac{1}{3}$; б) $\frac{1}{4}$; в) 3.

Ответы:	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Вариант I	а	в	б	б	а	в	б	а	а	а
Вариант II	б	а	в	а	в	б	в	б	в	а

II этап. Мотивация к деятельности

Цель деятельности	Постановка учебной задачи
Решение задач с целью подготовки учащихся к восприятию нового материала	(Ф/И) Решить задачу. Дан параллелограмм $ABCD$. Найти: а) векторы, коллинеарные $\overrightarrow{OC}$; б) векторы, сонаправленные $\overrightarrow{AB}$; в) векторы, противоположно направленные $\overrightarrow{BC}$; г) векторы, равные $\overrightarrow{BO}$; д) $\overrightarrow{BD}$, если $\lvert\overrightarrow{AB}\rvert = 4$, $\lvert\overrightarrow{BC}\rvert = 5$, $\angle BAD = 60°$; е) $\cos \angle ABC$, если $\lvert\overrightarrow{AB}\rvert = 3$, $\lvert\overrightarrow{BC}\rvert = 4$

III этап. Учебно-познавательная деятельность	
Цель деятельности	Совместная деятельность
Ввести понятие угла между векторами и понятие скалярного произведения векторов	(Ф) 1. Введение понятия угла между векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$ *(с. 259, рис. 300).* 2. Угол α между векторами и не зависит от выбора точки *O*, от которой откладываются векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$. 3. Угол между сонаправленными векторами считается равным нулю. 4. Обозначение угла между векторами: $\widehat{\vec{a}\vec{b}}$. 5. Определение углов между векторами на рис. 301. 6. Определение перпендикулярных векторов. 7. Повторение сложения и вычитания векторов, умножения вектора на число. 8. Введение понятия еще одного действия над векторами – *скалярного умножения векторов*. В отличие от суммы и разности векторов скалярное произведение есть число (скаляр) – именно это и обусловило название операции. 9. В тетрадях учащиеся оформляют $\vec{a}\cdot\vec{b}=\lvert\vec{a}\rvert\cdot\lvert\vec{b}\rvert\cos\left(\widehat{\vec{a}\vec{b}}\right)$. $\vec{a}\cdot\vec{b}=0\Leftrightarrow\vec{a}\perp\vec{b}$. $\vec{a}\cdot\vec{b}>0\Leftrightarrow 0\le\left(\vec{a},\vec{b}\right)<90^\circ$ $\vec{a}\cdot\vec{b}<0\Leftrightarrow 90^\circ<\left(\vec{a},\vec{b}\right)\le 180^\circ$ $\vec{a}\cdot\vec{b}=\lvert\vec{a}\rvert\cdot\lvert\vec{b}\rvert\Leftrightarrow\left(\vec{a},\vec{b}\right)=0.$ $\vec{a}\cdot\vec{b}=\vec{a}^{\,2}=\lvert\vec{a}\rvert^2$ – скалярный квадрат вектора $\vec{a}$

IV этап. Закрепление изученного материала	
Цель деятельности	Совместная деятельность
Отработать на простых задачах применение скалярного произведения векторов	(Ф/И) 1. Решить задачи № 1039 (а, б, ж, з) и 1040 (а, д, е) по готовым чертежам квадрата и ромба, заранее выполненным на доске. 2. Решить задачу № 1041 (в)

V этап. Итоги урока. Рефлексия	
Деятельность учителя	Деятельность учащихся
(Ф/И) – Что нового узнали на уроке? Что такое скалярное произведение? – Что такое скалярный квадрат? – Составьте синквейн к уроку	(И) Домашнее задание: изучить материалы пунктов 105 и 106; повторить материал п. 87; решить задачи № 1039 (в, г), 1040 (г), 1042 (а, б)

Урок 29. Тема: СКАЛЯРНОЕ ПРОИЗВЕДЕНИЕ В КООРДИНАТАХ. СВОЙСТВА СКАЛЯРНОГО ПРОИЗВЕДЕНИЯ ВЕКТОРОВ

Цель деятельности учителя	Создать условия для доказательства теоремы о скалярном произведении двух векторов в координатах и ее следствий
Термины и понятия	Косинус, угол между векторами, скалярное произведение, скалярный квадрат

Планируемые результаты

Предметные умения	**Универсальные учебные действия**
Владеют базовым понятийным аппаратом по основным разделам содержания	*Познавательные:* понимают и используют математические средства наглядности для иллюстрации, интерпретации, аргументации; осознанно владеют логическими действиями определения понятий, обобщения, установления аналогий. *Регулятивные:* понимают и сохраняют учебные задачи. *Коммуникативные:* участвуют в диалоге. *Личностные:* проявляют креативность мышления, инициативность, находчивость, активность при решении геометрических задач

Организация пространства

Формы работы	Фронтальная (Ф); индивидуальная (И)
Образовательные ресурсы	• Задания для проверочной работы

I этап. Актуализация опорных знаний учащихся

Цель деятельности	Совместная деятельность
1	2
Проверить уровень сформированности теоретических знаний	(Ф/И) 1. Обсуждение вопросов учащихся по домашнему заданию. (И) 2. Проверочная работа на 10 минут. **Вариант I** 1. Известно, что $\vec{c} = 3\vec{i} - \vec{j}$, где $\vec{i}$ и $\vec{j}$ – координатные векторы. Выпишите координаты вектора $\vec{c}$. 2. Дан вектор $\vec{m}(0;\ 5)$. Запишите разложение вектора $\vec{m}$ по координатным векторам $\vec{i}$ и $\vec{j}$. 3. Даны векторы $\vec{c}\,(-1;\ 2)$ и $\vec{m}(2;\ 1)$. Найдите координаты суммы векторов. 4. Найдите координаты вектора $-3\vec{a}$, если $\vec{a}\,(-3;\ 0)$. 5. Даны векторы $\vec{a}(5;\ 6)$ и $\vec{b}(-2; 3)$. Найдите координаты вектора $\vec{c} = \vec{a} - 2\vec{b}$. 6. Две стороны треугольника равны 7 и 3 см, а угол между ними равен 120°. Найдите третью сторону треугольника. 7. В треугольнике ABC угол $A = 45°$, $AB = 2$, $AC = 3$. Вычислите $\vec{AC} \cdot \vec{AB}$. 8. Скалярное произведение ненулевых векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$ и равно нулю. Чему равен угол между векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$?

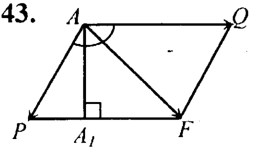
Продолжение табл.

1	2
	Вариант II 1. Дан вектор $\vec{p}(3; 0)$. Запишите разложение вектора по координатным векторам $\vec{i}$ и $\vec{j}$. 2. Известно, что $\vec{d} = -\vec{i} + 2\vec{j}$, где $\vec{i}$ и $\vec{j}$ – координатные векторы. Выпишите координаты вектора $\vec{d}$. 3. Найдите координаты вектора $-\vec{b}$, если $\vec{b}(0; -2)$. 4. Даны векторы $\vec{d}(2; -1)$ и $\vec{e}(3; -1)$. Найдите координаты разности этих векторов. 5. Даны векторы $\vec{c}(-1; 9)$ и $\vec{n}(3; -2)$. Найдите координаты вектора $\vec{p} = 3\vec{c} + \vec{n}$. 6. В треугольнике MPQ угол $\angle M = 135°$, $MP = 5$, $MQ = 2\sqrt{2}$. Вычислите $\overrightarrow{MP} \cdot \overrightarrow{MQ}$ 7. Две стороны треугольника равны 3 и 9 м, а угол между ними равен 60°. Найдите третью сторону треугольника. 8. Чему равно скалярное произведение координатных векторов?

II этап. Изучение новой темы

Цель деятельности	Совместная деятельность
Доказать теорему о скалярном произведении в координатах	(Ф) 1. ***Теорема.*** В прямоугольной системе координат скалярное произведение векторов $\vec{a}\{x_1; y_1\}$ и $\vec{b}\{x_2; y_2\}$ выражается формулой: $\vec{a} \cdot \vec{b} = x_1 \cdot x_2 + y_1 \cdot y_2$. *(Доказательство производится в диалоговом режиме.)* 2. Следствия: 1) $\vec{a}\{x_1; y_1\} \perp \vec{b}\{x_2; y_2\} \Leftrightarrow x_1 \cdot x_2 + y_1 \cdot y_2 = 0$. 2) Если $\vec{a}\{x_1; y_1\}, \vec{b}\{x_2; y_2\}, \alpha = (\widehat{\vec{a}, \vec{b}})$, то $\cos\alpha = \dfrac{x_1x_2 + y_1y_2}{\sqrt{x_1^2 + y_1^2} \cdot \sqrt{x_2^2 + y_2^2}}$. 3. Свойства скалярного произведения векторов: а) Если $\vec{a}^2 \geq 0$, то $\vec{a}^2 > 0$ при $\vec{a} \neq 0$. 2) $\vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{b} \cdot \vec{a}$ (переместительный закон). 3) $(\vec{a} + \vec{b}) \cdot \vec{c} = \vec{a} \cdot \vec{c} + \vec{b} \cdot \vec{c}$ (распределительный закон). 4) $(k \cdot \vec{a}) \cdot \vec{b} = k \cdot (\vec{a} \cdot \vec{b})$ (сочетательный закон)

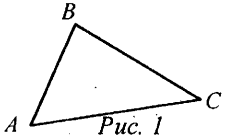
III этап. Закрепление изученной темы

Цель деятельности	Деятельность учителя	Деятельность учащихся
1	2	3
Совершенствовать навыки решения задач	(Ф/И) 1. Решить на доске и в тетрадях № 1043 *(с объяснением учителя).* 2. Решить № 1044 (а, б).	**№ 1043.**  *Дано:* $\lvert\vec{P}\rvert = 8, \lvert\vec{Q}\rvert = 15$; $\angle A = 120°$ *Найти:* $\lvert\vec{F}\rvert$.

<table>
<tr><th>1</th><th>2</th><th>3</th></tr>
<tr><td></td><td>3. Решить № 1045 <i>(устно)</i>.
4. Решить задачи № 1046, 1047 (б, в) на доске и в тетрадях.
5. Решить задачу № 1051</td><td><i>Решение:</i>
1) ΔPAA_1: $\angle A_1 = 90°$, $\angle A = 30°$, $PA_1 = \frac{1}{2}AB$, $PA_1 = \frac{1}{2} \cdot 8 = 4$.
2) $\left.\begin{array}{l} AA_1 = \sqrt{AP^2 - PA_1^2} \\ AA_1 = \sqrt{AF^2 - AF} \end{array}\right\}$, следовательно, $\sqrt{AP^2 - PA_1^2} = \sqrt{AF^2 - AF}$
$8^2 - 4^2 = \vec{AF}^2 - 11^2$
$8^2 - \vec{AF}^2 = 4^2 - 11^2$
$\vec{AF}^2 = 8^2 + 11^2 - 4^2$
$\vec{AF}^2 = 169$
$AF = 13$, $|\vec{F}| = 13$</td></tr>
<tr><td colspan="3">IV этап. Итоги урока. Рефлексия</td></tr>
<tr><td colspan="2">Деятельность учителя</td><td>Деятельность учащихся</td></tr>
<tr><td colspan="2">(Ф/И)
– Что нового узнали о скалярном произведении?
– Задайте три вопроса по теме</td><td>(И) Домашнее задание: изучить материал пунктов 107–108; ответить на вопросы 17–20 в учебнике на странице 267; решить № 1044 (в), 1047 (а), 1054 (разобрать решение задачи и записать в тетрадь); узнать, где применяется скалярное произведение</td></tr>
</table>

Урок 30. Тема: РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ

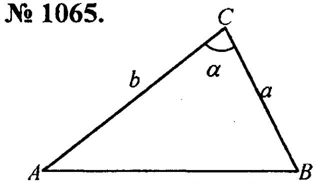
<table>
<tr><td>Цель деятельности учителя</td><td colspan="2">Создать условия для подготовки к контрольной работе; совершенствовать навыки решения задач на применение скалярного произведения векторов</td></tr>
<tr><td>Термины и понятия</td><td colspan="2">Косинус, угол между векторами, скалярное произведение, скалярный квадрат</td></tr>
<tr><td colspan="3">Планируемые результаты</td></tr>
<tr><td colspan="2">Предметные умения</td><td>Универсальные учебные действия</td></tr>
<tr><td colspan="2">Владеют базовым понятийным аппаратом по основным разделам содержания</td><td><i>Познавательные:</i> понимают и используют математические средства наглядности для иллюстрации, интерпретации, аргументации; осознанно владеют логическими действиями определения понятий, обобщения, установления аналогий.
<i>Регулятивные:</i> понимают и сохраняют цели и задачи учебной деятельности.
<i>Коммуникативные:</i> участвуют в диалоге.
<i>Личностные:</i> проявляют креативность мышления, инициативность, находчивость, активность при решении геометрических задач</td></tr>
</table>

<table>
<tr><th colspan="3">Организация пространства</th></tr>
<tr><td>Формы работы</td><td colspan="2">Фронтальная (Ф); индивидуальная (И)</td></tr>
<tr><td>Образовательные ресурсы</td><td colspan="2">• Задания для математического диктанта, домашнего задания</td></tr>
<tr><th colspan="3">I этап. Активизация знаний учащихся</th></tr>
<tr><td>Цель деятельности</td><td colspan="2">Совместная деятельность</td></tr>
<tr><td>Проверить выполнение домашнего задания, уровень владения теоретическими знаниями</td><td colspan="2">(Ф/И)
1. Обсуждение вопросов учащихся по домашнему заданию.
1. Математический диктант:
Вариант I
1. Вычислите скалярное произведение векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$, если $|\vec{a}| = 2$, $|\vec{b}| = 3$, а угол между ними равен 120°.
2. Скалярное произведение ненулевых векторов $\vec{c}$ и $\vec{e}$ равно 0. Определите угол между векторами $\vec{e}$ и $\vec{c}$.
3. Вычислите скалярное произведение векторов $\vec{m}$ и $\vec{n}$, если $\vec{m}(3; -2)$, $\vec{n}(-2; 3)$.
4. Найдите угол между ненулевыми векторами $\vec{a}(x; y)$ и $\vec{b}(-y; x)$.
5. Вычислите косинус угла между векторами $\vec{p}$ и $\vec{q}$, если $\vec{p}(3; -4)$, $\vec{q}(15; 8)$.
6. Даны векторы $\vec{a}(2; -3)$ и $\vec{b}(x; -4)$. При каком значении x эти векторы перпендикулярны?
Вариант II
1. Вычислите скалярное произведение векторов $\vec{m}$ и $\vec{n}$, если $|\vec{m}| = 3$, $|\vec{n}| = 4$, а угол между ними равен 135°.
2. Скалярное произведение ненулевых векторов $\vec{p}$ и $\vec{q}$ равно нулю. Определите угол между этими векторами.
3. Вычислите скалярное произведение векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$, если $\vec{a}(-4; 5)$, $\vec{b}(-5; 4)$.
4. Найдите угол между ненулевыми векторами $\vec{c}(x; -y)$ и $\vec{d}(y; x)$.
5. Вычислите косинус угла между векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$, если $\vec{a}(-12; 5)$, $\vec{b}(3; 4)$.
6. Даны векторы $\vec{m}(3; y)$ и $\vec{n}(2; -6)$. При каком значении y эти векторы перпендикулярны?</td></tr>
<tr><th colspan="3">II этап. Решение задач</th></tr>
<tr><td>Цель деятельности</td><td>Деятельность учителя</td><td>Деятельность учащихся</td></tr>
<tr><td>1</td><td>2</td><td>3</td></tr>
<tr><td>Совершенствовать навыки решения задач</td><td>(Ф/И)
1. Решить № 1049 <i>(вместе с учителем)</i>.
2. Решить № 1051 и 1053 <i>(самостоятельно, с взаимопроверкой)</i>.
3. Решить № 1065, 1070</td><td>№ 1049.


<i>Рис. 1</i>
<i>Дано:</i> $A\left(-1; \sqrt{3}\right); B\left(-1; -\sqrt{3}\right); C\left(\frac{1}{2}; \sqrt{3}\right)$.
<i>Найти:</i> $\angle A$, $\angle B$, $\angle C$.
<i>Решение:</i>
1) $AB = \sqrt{(1+1)^2 + \left(\sqrt{3}+\sqrt{3}\right)^2} = \sqrt{2^2 + \left(2\sqrt{3}\right)^2} = \sqrt{16} = 4$.</td></tr>
</table>

Продолжение табл.

1	2	3
		$BC = \sqrt{\left(1-\frac{1}{2}\right)^2 + \left(-\sqrt{3}-\sqrt{3}\right)^2} = \sqrt{\frac{1}{4}+12} = \sqrt{\frac{49}{4}} = \frac{7}{2} = 3{,}5$. $AC = \sqrt{\left(\frac{1}{2}+1\right)^2 + \left(\sqrt{3}-\sqrt{3}\right)^2} = \sqrt{\left(\frac{3}{2}\right)^2} = \frac{3}{2} = 1{,}5$. 2) $AB^2 = CB^2 + CA^2 - 2CB \cdot CA \cdot \cos\angle C$. $16 = \frac{49}{4} + \frac{9}{4} - 2 \cdot \frac{7}{2} \cdot \frac{3}{2} \cos\angle C$. $\frac{6}{4} = -\frac{42}{4} \cos\angle C$. $\cos\angle C = -\frac{6}{42} = -\frac{1}{7} \approx -0{,}1429 < 0$, следовательно, $\angle C$ – тупой. $\angle C \approx 180° - 81°47' = 98°13'$. 3) $BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB \cdot AC \cdot \cos\angle A$. $\frac{49}{4} = 16 + \frac{9}{4} - 2 \cdot 4 \frac{3}{2} \cos\angle A$; $\cos\angle A = \frac{1}{2}$, следовательно, $\angle A = 60°$. 4) $\angle B = 180° - (\angle A + \angle C)$ $\angle B = 180° - (60° + 98°13') = 21°47'$. Ответ: 60°; ≈21°47'; ≈98°13'. **№ 1070.** *Дано:* $\Delta ABCD$ – трапеция, $AD = 16$ см, $BC = 8$ см, $CD = 4\sqrt{7}$ см, $\angle ADC = 60°$; $S_{ABCC_1} = S_{CC_1D}$. *Найти:* S_{ABCD}, CC_1. *Решение (рис. 221):* Из ΔCDH ($\angle H = 90°$) $\sin 60° = \frac{CH}{CD} = \frac{CH}{4\sqrt{7}}$, следовательно, $CH = 4\sqrt{7} \cdot \sin 60° =$ $= \frac{4\sqrt{7} \cdot \sqrt{3}}{2} = 2\sqrt{21}$. Тогда $S_{ABCD} = CH(AD + BC) = \frac{1}{2} \cdot 2\sqrt{21} \cdot (16 + 8) = 24\sqrt{21} \Rightarrow S_{ABCC_1} = S_{CC_1D} =$ $= 12\sqrt{21}$. Из $\Delta CC_1D = \frac{1}{2} CH \cdot C_1D = \frac{1}{2} \cdot 2\sqrt{21} \cdot C_1D = 12\sqrt{21} \Rightarrow C_1D = \frac{12\sqrt{21}}{\sqrt{21}} = 12$.

1	2	3
		По теореме косинусов: $CC_1^2 = CD^2 + C_1D^2 - 2\cdot CD\cdot C_1D\cdot\cos\angle CDC_1 = \left(4\sqrt{7}\right)^2 + 12^2 - 2\cdot 4\sqrt{7}\cdot 12\cdot$ $\cdot\cos 60° = 112 + 144 - 48\sqrt{7} = 256 - 48\sqrt{7}$. Тогда $CC_1 = \sqrt{256 - 48\sqrt{7}} = \sqrt{16\left(16 - 3\sqrt{7}\right)} = 4\sqrt{16 - 3\sqrt{7}}$. Ответ: $S_{ABCD} = 12\sqrt{21}$; $CC_1 = 4\sqrt{16 - 3\sqrt{7}}$. **№ 1065.**  *Рис. 2* *Дано:* $A(3;\ 0)$, $B(1;\ 5)$; $C(2;\ 1)$. *Доказать:* ΔABC – тупоугольный. *Найти:* $\cos\alpha$. *Решение:* 1) $AB = \sqrt{(3-1)^2 + (0-5)^2} = \sqrt{4+25} = \sqrt{29}$. $BC = \sqrt{(1-2)^2 + (5-1)^2} = \sqrt{1+16} = \sqrt{17}$. $AC = \sqrt{(3-2)^2 + (0-1)^2} = \sqrt{1+1} = \sqrt{2}$. 2) По теореме косинусов $AB^2 = BC^2 + AC^2 - 2BC\cdot AC\cdot\cos\angle C$. $29 = 17 + 2 - 2\sqrt{34}\cdot\cos\angle C$. $10 = -2\sqrt{34}\cdot\cos\angle C$. $\cos\angle C = -\frac{5\sqrt{34}}{34} < 0$, следовательно, $\angle C$ – тупой, следовательно, ΔABC – тупоугольный, $\cos\angle C = -\frac{5}{\sqrt{34}} = -\frac{5\sqrt{34}}{34}$. Ответ: $-\frac{5\sqrt{34}}{34}$

III этап. Итоги урока. Рефлексия

Деятельность учителя	Деятельность учащихся
(Ф/И) – Закончите фразы: • Чтобы найти косинус угла между векторами, надо… • Векторы перпендикулярны, если…. – Оцените свою работу на уроке	(И) Домашнее задание. С-10*. Решение треугольников. Скалярное произведение (домашняя самостоятельная работа). *(См. Ресурсный материал.)*

Ресурсный материал

Домашняя самостоятельная работа

Вариант I	Вариант II
1. Дан равнобедренный треугольник. Найдите отношение радиусов вписанной и описанной окружностей, если:	
угол при вершине равен α.	угол при основании равен β.
2. Дан выпуклый четырехугольник. Отрезки, соединяющие середины противоположных сторон, равны a и b и пересекаются под углом 60°. Найдите диагонали четырехугольника.	Дан выпуклый четырехугольник. Его диагонали равны c и d и пересекаются под углом 60°. Найдите отрезки, соединяющие середины противоположных сторон.
3. Докажите, что углы треугольника ABC связаны соотношением:	
$\sin^2\angle A + \sin^2\angle B - \sin^2\angle C = 2\sin\angle A\sin\angle B\cos\angle C$.	$\cos^2\angle A + \cos^2\angle B - \cos^2\angle C = 1 - 2\sin\angle A\sin\angle B\cos\angle C$.
4. Дан прямоугольник $ABCD$. Докажите, что для любой точки O выполняется равенство:	
$\overrightarrow{OA}\cdot\overrightarrow{OC}=\overrightarrow{OB}\cdot\overrightarrow{OD}$.	$OA^2 + OC^2 = OB^2 + OD^2$.
5. Даны произвольные точки A, B, C и D. Докажите равенство:	
$\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{OC}+\overrightarrow{AD}\cdot\overrightarrow{BC}-\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{BD}=0$.	$2\overrightarrow{AC}\cdot\overrightarrow{BD}=AD^2+BC^2-AB^2-CD^2$.

Урок 31. Тема: КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 2

Цель деятельности учителя	Создать условия для проверки знаний, умения и навыков учащихся по усвоению и применению изученного материала
Термины и понятия	Метод координат, скалярное произведение векторов, теорема синусов, теорема косинусов
Планируемые результаты	
Предметные умения	**Универсальные учебные действия**
Умеют демонстрировать знание основных понятий, применять полученные знания для решения основных и качественных задач, контролировать процесс и результат учебной математической деятельности	*Познавательные:* проводят сравнение, сериацию и классификацию по заданным критериям. *Регулятивные:* вносят необходимые коррективы в действие после его завершения на основе учета характера сделанных ошибок; осуществляют самоанализ и самоконтроль. *Коммуникативные:* учитывают разные мнения и стремятся к координации различных позиций в сотрудничестве. *Личностные:* понимают важность и необходимость изучения предмета

<table>
<tr><td colspan="3">Организация пространства</td></tr>
<tr><td>Формы работы</td><td colspan="2">Индивидуальная (И)</td></tr>
<tr><td>Образовательные ресурсы</td><td colspan="2">• Задания для контрольной работы</td></tr>
<tr><td colspan="3">I этап. Выполнение контрольной работы</td></tr>
<tr><td>Цель деятельности</td><td colspan="2">Задания для контрольной работы</td></tr>
<tr><td>Проверить знания, умения и навыки по изученному материалу</td><td>Вариант I
1. В треугольнике ABC $\angle A = 45°$, $\angle B = 60°$, $BC = 3\sqrt{2}$. Найдите AC.
2. Две стороны треугольника равны 7 см и 8 см, а угол между ними равен 120°. Найдите третью сторону треугольника.
3. Определите вид треугольника ABC, если $A(3; 9)$, $B(0; 6)$, $C(4; 2)$.
4*. В треугольнике ABC $AB = BC$, $\angle CAB = 30°$, AE – биссектриса, $BE = 8$ см. Найдите площадь треугольника ABC.
Ответы:
1. $AC = 3\sqrt{3}$.
2. 13 см.
3. Прямоугольный.
4. $\approx 75{,}7$ см^2.</td><td>Вариант II
1. В треугольнике CDE $\angle C = 30°$, $\angle D = 45°$, $CE = 5\sqrt{2}$. Найдите DE.
2. Две стороны треугольника равны 5 см и 7 см, а угол между ними равен 60°. Найдите третью сторону треугольника.
3. Определите вид треугольника ABC, если $A(-3; -4)$, $B(0; 2)$, $C(2; 1)$.
4*. В ромбе $ABCD$ AK – биссектриса угла CAB; $\angle BAD = 60°$, $BK = 12$ см. Найдите площадь ромба.
Ответы:
1. $DE = 5$.
2. $\sqrt{39}$ см.
3. Прямоугольный.
4. $\approx 930{,}97$ см^2</td></tr>
<tr><td colspan="3">II этап. Итоги урока. Рефлексия</td></tr>
<tr><td colspan="2">Деятельность учителя</td><td>Деятельность учащихся</td></tr>
<tr><td colspan="2">(Ф/И)
– Что выполняли на уроке?
– Какие задания вызвали затруднения? Почему?
– Как оцениваете свою работу на уроке?</td><td>(И) Домашнее задание: повторить материал пунктов 77–78</td></tr>
</table>

ГЛАВА XII. ДЛИНА ОКРУЖНОСТИ И ПЛОЩАДЬ КРУГА

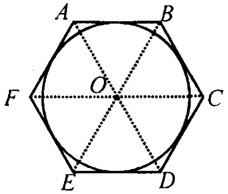
Урок 32. Тема: ПРАВИЛЬНЫЕ МНОГОУГОЛЬНИКИ. ОКРУЖНОСТЬ, ОПИСАННАЯ ОКОЛО ПРАВИЛЬНОГО МНОГОУГОЛЬНИКА

Цель деятельности учителя	Создать условия для повторения формулы суммы углов выпуклого многоугольника, свойств биссектрисы угла и серединного перпендикуляра к отрезку, теорем вписанной и описанной около треугольника окружностях, признака равнобедренного треугольника, свойств касательной к окружности, для введения понятия правильного многоугольника, выведения формулы для вычисления угла правильного n-угольника и ее применения
Термины и понятия	Выпуклый многоугольник, правильный многоугольник, равнобедренный треугольник, касательная, описанная и вписанная окружности, серединный перпендикуляр

Продолжение табл.

<table>
<tr><th colspan="3">Планируемые результаты</th></tr>
<tr><th colspan="2">Предметные умения</th><th>Универсальные учебные действия</th></tr>
<tr><td colspan="2">Умеют формулировать определение правильного многоугольника, находить углы</td><td><i>Познавательные:</i> умеют устанавливать причинно-следственные связи, строить логическое рассуждение, делать умозаключения и выводы.
<i>Регулятивные:</i> умеют самостоятельно планировать альтернативные пути достижения целей, осознанно выбирать наиболее эффективные способы решения учебных задач.
<i>Коммуникативные:</i> учитывают разные мнения и стремятся к координации различных позиций в сотрудничестве; умеют работать в группе.
<i>Личностные:</i> имеют целостное мировоззрение, соответствующее современному уровню развития науки и общественной практики</td></tr>
<tr><th colspan="3">Организация пространства</th></tr>
<tr><td>Формы работы</td><td colspan="2">Фронтальная (Ф); индивидуальная (И); групповая (Г)</td></tr>
<tr><td>Образовательные ресурсы</td><td colspan="2">• Задания для фронтальной работы, групповой работы</td></tr>
<tr><th colspan="3">I этап. Актуализация опорных знаний</th></tr>
<tr><td>Цель деятельности</td><td colspan="2">Совместная деятельность</td></tr>
<tr><td>Повторить ранее изученный материал</td><td colspan="2">(Ф)
1. Сообщить результаты контрольной работы и проанализировать допущенные ошибки.
2. Повторить формулу суммы углов выпуклого многоугольника и записать ее.
3. Сформулировать свойство биссектрисы угла и признак равнобедренного треугольника.
4. Повторить теорему об окружности, описанной около треугольника.
5. Устно решить задачи:
1) Сколько сторон имеет n-угольник, если сумма его внутренних углов равна: а) 1260°; б) 1980°?
2) Назовите выпуклый четырехугольник, у которого все внешние углы прямые.
3) Сколько сторон имеет выпуклый многоугольник, если сумма его внутренних углов равна сумме внешних?
4) Сколько сторон имеет выпуклый многоугольник, если все его внешние углы тупые?
6. Решить задачи на доске и в тетрадях:
1) Все углы выпуклого пятиугольника равны друг другу. Найдите величину каждого угла.
2) Докажите, что треугольник, две высоты которого равны, является равнобедренным.
3) Четырехугольник $ABCD$ вписан в окружность. Докажите, что $\angle A + \angle C = \angle B + \angle D$</td></tr>
<tr><th colspan="3">II этап. Мотивация к деятельности</th></tr>
<tr><td>Цель деятельности</td><td colspan="2">Совместная деятельность</td></tr>
<tr><td>1</td><td colspan="2">2</td></tr>
<tr><td>Решение задач с целью подготовки учащихся к восприя-</td><td colspan="2">(Г)
Класс делится на группы. Каждой группе предлагается решить задачи:
1) BE – биссектриса угла ABC, точка E удалена от стороны BC на расстояние 5 см. Найдите расстояние от точки E до стороны AB.</td></tr>
</table>

Продолжение табл.

<table>
<tr><th>1</th><th colspan="2">2</th></tr>
<tr><td>тию новой темы</td><td colspan="2">2) В ΔABC серединный перпендикуляр MN к стороне AC равен ее половине. Докажите, что $AB > MC$.
3) Вычислите радиусы вписанной и описанной около треугольника окружностей, если известно, что стороны треугольника 5, 6 и 7 см.
Затем учащиеся представляют свои решения, идет обсуждение и одновременное повторение теории</td></tr>
<tr><td colspan="3">III этап. Учебно-познавательная деятельность</td></tr>
<tr><td>Цель деятельности</td><td colspan="2">Совместная деятельность</td></tr>
<tr><td>Ввести понятие правильного многоугольника</td><td colspan="2">(Ф)
1. Ввести понятие правильного многоугольника.
2. Выполнить задания:
1) Какие правильные многоугольники уже рассматривались нами в курсе геометрии?
2) Приведите примеры такого выпуклого многоугольника, у которого:
а) все стороны равны, но он не является правильным (ромб с острым углом);
б) все углы равны, но он не является правильным (прямоугольник с неравными сторонами).
3. Предложить учащимся вывести формулу для вычисления угла правильного многоугольника в группах. Для этого необходимо решить задачу: чему равен каждый из углов правильного а) десятиугольника; б) n-угольника?
$\alpha_n = \frac{n-2}{n} \cdot 180°$
4. Решить задачи № 1081 (в) и 1083 (в) на доске и в тетрадях.
5. Сформулировать и доказать теорему об окружности, описанной около правильного многоугольника <i>(с. 271, рис. 307)</i></td></tr>
<tr><td colspan="3">IV этап. Закрепление изученного материала</td></tr>
<tr><td>Цель деятельности</td><td>Деятельность учителя</td><td>Деятельность учащихся</td></tr>
<tr><td>На простейших задачах отработать применение изученной формулы</td><td>(Ф/И)
1. Решить задачи № 1086 и 1084 (б, д).
2. Обсудить решения задач № 1080 и 1082 (устно)</td><td>№ 1086.


<i>Дано: ABCDEF</i> – правильный 6-угольник.
<i>Доказать:</i> биссектрисы углов пересекаются или совпадают.
<i>Доказательство:</i>
1) Так как $\angle A = \angle B = \angle C = \angle D = \angle E = \angle F$ (по определению), то $\frac{1}{2}\angle A = \frac{1}{2}\angle B = \dots \frac{1}{2}\angle F = 60°$.
2) Так как биссектрисы пересекаются в центре окружности, вписанной в 6-угольник, то $\angle COD = 60°$, $\angle COE = 120°$, $\angle COF = 180°$, то есть биссектрисы или пересекаются или лежат на одной прямой (диаметр описанной окружности). Это справедливо для любого правильного многоугольника.</td></tr>
</table>

Окончание табл.

V этап. Итоги урока. Рефлексия	
Деятельность учителя	Деятельность учащихся
(Ф/И) – Что сегодня повторили на уроке? – Какой многоугольник называется правильным? – По какой формуле можно найти угол правильного многоугольника?	(И) Домашнее задание: изучить материалы пунктов 109–110; ответить на вопросы 1–3, с. 284; решить задачи № 1081 (а, д), 1083 (г), 1084 (а, в), 1129

Урок 33. Тема: ПРАВИЛЬНЫЕ МНОГОУГОЛЬНИКИ. ОКРУЖНОСТЬ, ВПИСАННАЯ В ПРАВИЛЬНЫЙ МНОГОУГОЛЬНИК

Цель деятельности учителя	Создать условия для повторения теоремы об окружности, вписанной в треугольник, свойств касательной к окружности; для формулировки и доказательства теоремы об окружности, вписанной в правильный многоугольник; для выработки навыков решения задач
Термины и понятия	Выпуклый многоугольник, правильный многоугольник, касательная, описанная и вписанная окружности, серединный перпендикуляр

Планируемые результаты	
Предметные умения	**Универсальные учебные действия**
Умеют формулировать определение правильного многоугольника, находить углы, формулировать и доказывать теоремы об описанной около правильного многоугольника и вписанной в него окружностях	*Познавательные:* умеют устанавливать причинно-следственные связи, строить логическое рассуждение, делать умозаключения и формулировать выводы. *Регулятивные:* умеют самостоятельно планировать альтернативные пути достижения целей, осознанно выбирать наиболее эффективные способы решения учебных задач. *Коммуникативные:* учитывают разные мнения и стремятся к координации различных позиций в сотрудничестве. *Личностные:* имеют целостное мировоззрение, соответствующее современному уровню развития науки и общественной практики

Организация пространства	
Формы работы	Фронтальная (Ф); индивидуальная (И)
Образовательные ресурсы	• Задания для фронтальной работы, для самостоятельной работы

I этап. Актуализация опорных знаний учащихся	
Цель деятельности	Совместная деятельность
1	2
Повторить ранее изученный теоретический материал	(Ф/И) 1. Обсудить вопросы учащихся по домашнему заданию. 2. Ответить на вопрос: какой многоугольник называется правильным? 3. Вывести формулу для вычисления угла правильного *n*-угольника. 4. Ответить на вопрос: чему равна сумма внешних углов правильного многоугольника, взятых по одному при каждой вершине? 5. Сформулировать теорему об окружности, вписанной в треугольник.

Продолжение табл.

1	2
	6. Сформулировать свойство касательной к окружности. 7. Решить задачи № 1078 и 1079 *(устно)*. 8. Решить задачи на доске и в тетрадях: 1) Окружность радиуса 5 см касается сторон угла *A* в точках *B* и *C*. Найдите длины отрезков *AB* и *AC*, если центр окружности удален от вершины угла на 13 см. 2) Две окружности пересекаются в точках *A* и *B*. Докажите, что прямая, проходящая через их центры, перпендикулярна к отрезку *AB*. 3) Докажите, что радиус окружности, вписанной в равносторонний треугольник, вдвое меньше радиуса описанной около него окружности
II этап. Изучение нового материала	
Цель деятельности	Совместная деятельность
Ввести понятие окружности, вписанной в правильный многоугольник	(И) Работа по учебнику. 1. Сформулировать определение окружности, вписанной в многоугольник. 2. Разобрать в учебнике на с. 272 по рис. 308 доказательство теоремы об окружности, вписанной в правильный многоугольник. Дома учащиеся записывают доказательство этой теоремы. 3. Записать в тетради следствие 1 и следствие 2. 4. Записать в тетради правила нахождения для заданного правильного многоугольника центров описанной и вписанной окружностей, а также их радиусов: 1) Центром окружности, описанной около правильного многоугольника, является точка пересечения серединных перпендикуляров к сторонам многоугольника (достаточно найти точку пересечения серединных перпендикуляров к двум соседним сторонам), а радиусом является отрезок биссектрисы угла многоугольника, соединяющий его вершину с центром. 2) Для нахождения центра и радиуса окружности, вписанной в многоугольник, достаточно построить биссектрисы двух соседних углов, найти точку *O* их пересечения и опустить из нее перпендикуляр на соответствующую сторону многоугольника (точка *O* будет центром вписанной окружности, а перпендикуляр – ее радиусом)
III этап. Закрепление изученного материала	
Цель деятельности	Задания для самостоятельной работы
Совершенствовать навыки решения задач	(И) Самостоятельная работа *(учащиеся выполняют работу на листках и сдают на проверку учителю)*. **Вариант I** 1. Решите задачи № 1081 (б), 1083 (б), 1084 (г). 2. Докажите, что три вершины правильного шестиугольника, взятые через одну, являются вершинами правильного треугольника. **Вариант II** 1. Решите задачи № 1081 (г), 1083 (а), 1084 (е). 2. Докажите, что четыре вершины правильного восьмиугольника, взятые через одну, являются вершинами квадрата

Окончание табл.

IV этап. Итоги урока. Рефлексия	
Деятельность учителя	Деятельность учащихся
(Ф/И) – Что нового узнали на уроке? – Оцените свою работу на уроке	(И) Домашнее задание: повторить материал пунктов 109–111; ответить на вопросы 1–4, с. 284; решить задачи № 1085, 1131, 1130

Урок 34. Тема: ФОРМУЛЫ ДЛЯ ВЫЧИСЛЕНИЯ ПЛОЩАДИ ПРАВИЛЬНОГО МНОГОУГОЛЬНИКА, ЕГО СТОРОНЫ И РАДИУСА ВПИСАННОЙ ОКРУЖНОСТИ

Цель деятельности учителя	Создать условия для выработки у учащихся умения выводить формулы, связывающие радиус описанной окружности и радиус вписанной окружности со стороной a правильного n-угольника, на их основе научить получать формулы для вычисления a_n через R и r и конкретизировать их для случаев $n = 3$, $n = 4$, $n = 6$
Термины и понятия	Правильный многоугольник, описанная и вписанная окружности

Планируемые результаты	
Предметные умения	**Универсальные учебные действия**
Умеют выводить и использовать формулы для вычисления площади правильного многоугольника, его стороны и радиуса вписанной окружности	*Познавательные:* умеют применять индуктивные и дедуктивные способы рассуждений, видеть различные стратегии решения задач. *Регулятивные:* умеют самостоятельно планировать альтернативные пути достижения целей, осознанно выбирать наиболее эффективные способы решения учебных задач. *Коммуникативные:* учитывают разные мнения и стремятся к координации различных позиций в сотрудничестве. *Личностные:* имеют целостное мировоззрение, соответствующее современному уровню развития науки и общественной практики

Организация пространства	
Формы работы	Фронтальная (Ф); индивидуальная (И)
Образовательные ресурсы	• Карточки для индивидуальной работы, задания для фронтальной работы

I этап. Актуализация опорных знаний учащихся	
Цель деятельности	Совместная деятельность
1	2
Проверить уровень сформированности теоретических знаний	(Ф/И) 1. Теоретический опрос учащихся. Двое учащихся вызываются к доске. Один показывает решение домашних задач, второй готовит доказательство теоремы о вписанной окружности. 2. Работа по карточкам: 1-й уровень (карточка 1). 1) Найдите углы правильного восемнадцатиугольника. 2) Угол правильного n-угольника равен 180°. Вычислите количество его сторон.

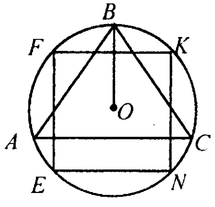
1	2
	3) Сколько сторон имеет правильный вписанный многоугольник, если дуга описанной окружности, которую стягивает его сторона, равна 45°? 3. Анализ ошибок, допущенных в самостоятельной работе

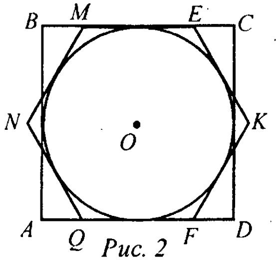
II этап. Изучение новой темы

Цель деятельности	Совместная деятельность
Вывести формулы для вычисления площади правильного многоугольника, его стороны и радиуса вписанной окружности	(И/Ф) 1. Вывод формул из пункта 112 учебника учащиеся проводят самостоятельно под руководством учителя по заранее заготовленному на доске чертежу (по рис. 308 на с. 272). 2. После вывода формул для правильного n-угольника рассмотреть их частные случаи для $n = 3$, $n = 4$, $n = 6$. 3. Выведенные формулы записать в виде таблицы, которую учащиеся фиксируют в тетради:

n	a		R	r	S	S
3	$R\sqrt{3}$	$2r\sqrt{3}$	$2r$	$\frac{R}{2}$	$\frac{3R^2\sqrt{3}}{4}$	$3r^2\sqrt{3}$
4	$R\sqrt{2}$	$2r$	$r\sqrt{2}$	$\frac{R\sqrt{2}}{2}$	$2R^2$	$4r^2$
6	R	$\frac{2r\sqrt{3}}{3}$	$\frac{2r\sqrt{3}}{3}$	$\frac{R\sqrt{3}}{2}$	$\frac{3R^2\sqrt{3}}{2}$	$2r^2\sqrt{3}$
n	$a_n = 2R\sin\frac{180°}{n} = 2r\text{tg}\frac{180°}{n}$			$r = R\cos\frac{180°}{n}$		$\frac{1}{2Pr}$

III этап. Закрепление изученной темы

Цель деятельности	Деятельность учителя	Деятельность учащихся
1	2	3
Совершенствовать навыки решения задач	(Ф/И) 1. Решение учащимися задач на непосредственное применение выведенных формул: 1) В окружность радиуса $R = 12$ вписан правильный n-угольник. Определите его сторону и периметр, если: а) $n = 3$; б) $n = 4$; в) $n = 6$. 2) Около окружности радиуса $r = 6$ описан правильный n-угольник. Определите его сторону и периметр, если: а) $n = 3$; б) $n = 4$; в) $n = 6$.	**№ 1089.**  *Рис. 1* *Дано:* вписанный ΔABC, $AB = BC = AC$, $FKNE$ – вписанный квадрат, $P_{ABC} = 18$ см. *Найти:* FK. *Решение:* 1) Так как ΔABC – равносторонний, $AB = 18 : 3 = 6$ см, отсюда $R = OB = \frac{AB}{\sqrt{3}} = \frac{6}{\sqrt{3}} = 2\sqrt{3}$ см.

1	2	3
	3) Для правильного n-угольника со стороной $a = 6$ см найдите радиус описанной около него окружности, если: а) $n = 3$; б) $n = 4$; в) $n = 6$. 2. Решить задачу № 1089. 3. Решить № 1090, 1092	2) Так как $FKNE$ – квадрат вписанный, то $FK = R\sqrt{2}$, $FK = 2\sqrt{3}\cdot\sqrt{2} = 2\sqrt{6}$ см. Ответ: $2\sqrt{6}$ см. **№ 1092.**  *Рис. 2* *Дано:* $ABCD$ – квадрат, $NMEKFQ$ – правильный 6-угольник, описанный около Окр (O; r); $P_{NMEKFQ} = 48$ см. *Найти:* P_{ABCD}. *Решение:* 1) $P_{NMEKFQ} = 6\cdot a$ $48 = 6\cdot a$ $a = 8$ см. То есть в ΔQOF: $\angle QOF = \frac{360°}{6} = 60°, \frac{1}{2}QF = 4$ см, $R = \sqrt{64-16} = 4\sqrt{3}$, $P_{ABCD} = 2\cdot 4\sqrt{3}\cdot 4 = 32\sqrt{3}$ см. Ответ: $32\sqrt{3}$ см

IV этап. Итоги урока. Рефлексия

Деятельность учителя	Деятельность учащихся
(Ф/И) – С какой теоремой познакомились на уроке? – Задайте три вопроса по теме урока	(И) Домашнее задание: изучить материал пункта 112; решить задачи № 1087, 1088, 1094 (а, б); принести циркуль

Урок 35. Тема: ПОСТРОЕНИЕ ПРАВИЛЬНЫХ МНОГОУГОЛЬНИКОВ

Цель деятельности учителя	Создать условия для выработки у учащихся умения строить некоторые правильные многоугольники с помощью циркуля и линейки
Термины и понятия	Правильный многоугольник, описанная и вписанная окружности

Планируемые результаты

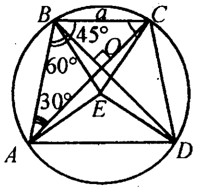
Предметные умения	**Универсальные учебные действия**
1	2
Умеют строить некоторые правильные многоугольники	*Познавательные:* понимают и используют математические средства наглядности для иллюстрации, интерпретации, аргументации.

1	2
	Регулятивные: умеют самостоятельно планировать альтернативные пути достижения целей, осознанно выбирать наиболее эффективные способы решения учебных задач, контролировать процесс и результат учебной математической деятельности. *Коммуникативные:* учитывают разные мнения и стремятся к координации различных позиций в сотрудничестве. *Личностные:* проявляют познавательный интерес к изучению предмета

Организация пространства

Формы работы	Фронтальная (Ф); индивидуальная (И)
Образовательные ресурсы	• Задания для индивидуальной работы

I этап. Актуализация опорных знаний учащихся

Цель деятельности	Деятельность учителя	Деятельность учащихся
1	2	3
Выявить трудности, возникшие при выполнении домашнего задания	(Ф/И) 1. Проверить решение задач № 1087 и 1088. 2. Ответить на вопросы учащихся. 3. Организовать решение задачи: В трапеции *ABCD* меньшее основание *BC* равно *a*, прилежащие к этому основанию углы равны 105°, диагонали взаимно перпендикулярны. Найти площадь трапеции	*Решение:*  Опишем около данной трапеции окружность. Так как $\angle BAD = 30°$ (см. I способ), то $\cup BC = 60°$, а значит центральный угол $BEC = 60°$, где E – центр описанной окружности, отсюда ΔBEC – равносторонний, $BE = EC = a$ и, соответственно, радиус описанной окружности равен a. $\angle BOC = \frac{1}{2}(\cup BC + \cup AD) \Rightarrow \cup AD = 2 \cdot \angle BOC - \cup BC = 2 \cdot 90° - 60° =$ $= 120°$, тогда $\angle AED = 120°$. В ΔAED по теореме косинусов $AD^2 = AE^2 + DE^2 - 2AE \cdot DE \cdot \cos\angle AED =$ $= a^2 + a^2 - 2 \cdot a \cdot a \cdot \left(-\frac{1}{2}\right) = 3a^2 \Rightarrow AD = a\sqrt{3}$. $S_{AED} = \frac{1}{2} AD \cdot AE \cdot \sin\angle DAE = \frac{1}{2} \cdot a\sqrt{3} \cdot \sin 30° = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$. $S_{BEC} = \frac{1}{2} BE \cdot EC \cdot \sin\angle BEC = \frac{1}{2} \cdot a \cdot a \cdot \sin 60° = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$. Так как $\angle BEC = 60°$, $\angle AED = 120°$, то $\angle AEB = \angle CED = 90°$, тогда $S_{ABE} = S_{CDE} = \frac{1}{2}a^2$.

Окончание табл.

1	2	3
		$S_{ABCD} = S_{AED} + S_{BEC} + S_{ABE} + S_{CDE} = 2 \cdot 2 \cdot \frac{a^2\sqrt{3}}{4} + 2 \cdot \frac{1}{2}a^2 = \frac{a^2\sqrt{3}}{2} + a^2 = \frac{a^2\sqrt{3} + 2a^2}{2} = \frac{a^2\left(2+\sqrt{3}\right)}{2}$

II этап. Построение многоугольников

Цель деятельности	Совместная деятельность
Научить строить с помощью циркуля и линейки правильный треугольник, четырехугольник и шестиугольник	(Ф) 1. Решение задачи 1 пункта 113 на с. 274. 2. Построение правильного треугольника, вписанного в окружность. 3. Решение задачи 2 пункта 113. 4. Построение правильного двенадцатиугольника, вписанного в окружность *(рис. 310, с. 275)*. 5. Построение правильных четырехугольника, восьмиугольника, шестнадцатиугольника, вписанных в окружность. 6. Построение правильных шестиугольника, треугольника, описанных около окружности. 7. Построение правильных четырехугольника, восьмиугольника, описанных около окружности

III этап. Самостоятельная работа с взаимопроверкой

Цель деятельности	Задания для самостоятельной работы
Проверить уровень теоретических знаний и умение их применять при решении задач	(И) **Вариант I** 1. Найдите углы правильного пятнадцатиугольника. 2. Сторона правильного треугольника, вписанного в некоторую окружность, равна $4\sqrt{3}$. Найдите сторону правильного четырехугольника, описанного около этой же окружности. **Вариант II** 1. Найдите углы правильного восемнадцатиугольника. 2. Сторона правильного четырехугольника, вписанного в некоторую окружность, равна 2. Найдите сторону правильного треугольника, описанного около этой же окружности. Ответы: Вариант I: 1) 156°; 2) 8. Вариант II: 1) 160°; 2) $2\sqrt{6}$

IV этап. Итоги урока. Рефлексия

Деятельность учителя	Деятельность учащихся
(Ф/И) – Что нового для себя открыли на уроке? – Оцените свою работу на уроке	(И) Домашнее задание: решить № 1094, 1095, 1097, 1098

Урок 36. Тема: ДЛИНА ОКРУЖНОСТИ

Цель деятельности учителя	Создать условия для выведения формул, для выражения длины окружности через ее радиус, для вычисления длины l дуги окружности с градусной мерой α
Термины и понятия	Окружность, длина дуги окружности

Планируемые результаты

Предметные умения	**Универсальные учебные действия**
Умеют объяснять понятие длины окружности, выводить формулу для нахождения длины окружности	*Познавательные:* понимают и используют математические средства наглядности для иллюстрации, интерпретации, аргументации; осознанно владеют логическими действиями. *Регулятивные:* умеют контролировать процесс и результат учебной математической деятельности. *Коммуникативные:* учитывают разные мнения и стремятся к координации различных позиций в сотрудничестве. *Личностные:* проявляют познавательный интерес к изучению предмета

Организация пространства

Формы работы	Фронтальная (Ф); индивидуальная (И)
Образовательные ресурсы	• Задания для математического диктанта; • загадки геометрического содержания; • исторические сведения об окружности

I этап. Актуализация опорных знаний учащихся

Цель деятельности	Совместная деятельность
1	2
Выявить трудности, возникшие при выполнении домашнего задания	(Ф/И) 1. Проверить выполнение домашней работы. 2. Разобрать задачи, вызвавшие наибольшие затруднения. 3. Провести математический диктант (15 мин). *(Учащиеся выполняют задания на листочках и сдают на проверку учителю.)* **Вариант I** 1. Найдите угол правильного десятиугольника. 2. Найдите сторону правильного треугольника, если радиус описанной около него окружности равен 2 м. 3. Найдите радиус окружности, вписанной в правильный треугольник, если радиус описанной около него окружности равен 2 м. 4. Найдите площадь правильного треугольника, если расстояние от его центра до вершины равно 2 м. 5. Закончите предложение: «Угол с вершиной в центре окружности называется...» 6. Угол с вершиной в центре правильного многоугольника и сторонами, проходящими через две его соседние вершины, равен 36°. Сколько сторон имеет этот многоугольник? 7. Чему равен cos0°? 8. С помощью циркуля и линейки постройте правильный шестиугольник. **Вариант II** 1. Сколько сторон имеет правильный многоугольник, если его сторона стягивает дугу описанной окружности, равную 18°?

Продолжение табл.

1	2
	2. Найдите площадь квадрата, если радиус описанной около него окружности равен 2 дм. 3. Закончите предложение: «Кругом называется часть плоскости…» 4. Найдите сторону квадрата, если расстояние от его центра до вершины равно 2 дм. 5. Найдите радиус окружности, вписанной в квадрат, если радиус описанной около него окружности равен 2 дм. 6. Чему равен cos0°? 7. Найдите угол правильного девятиугольника. 8. С помощью циркуля и линейки постройте правильный треугольник
	II этап. Изучение нового материала
Цель деятельности	Совместная деятельность
1	2
Вывести формулу для вычисления длины окружности	(Ф/И) 1. Отгадывание загадок. Нет углов у меня, И похож на блюдце я, На тарелку и на крышку, На кольцо, на колесо. Кто же я такой, друзья? *(Круг.)* У круга есть одна подруга, Знакома всем её наружность. Она идет по краю круга И называется… *(окружность).* 2. Изложение материала. *Объяснение можно организовать в виде беседы. При этом можно обсудить следующие вопросы:* – Как можно измерить длину обруча? – На доске начерчена окружность. Как измерить длину этой окружности? *(Формулу, которую изучали в курсе математики 6 класса, использовать нельзя.)* Варианты ответов: а) с помощью нити; б) вписать многоугольник с достаточно большим числом сторон и найти его периметр. 3. Вывод формулы длины окружности *(можно провести в виде лекции).* Пусть имеются две окружности с радиусами R_1 и R_2, а их длины равны C_1 и C_2 соответственно. Впишем в каждую из них n-угольники и найдем отношение их периметров P_1 и P_2. $P_1 = n \cdot a_1$, $P_2 = n \cdot a_2$, где a_1 и a_2 – стороны наших n-угольников. Используя формулу $a_n = 2R\sin\frac{180^\circ}{n}$, имеем $a_1 = 2R_1\sin\frac{180^\circ}{n}$, $a_2 = 2R_2\sin\frac{180^\circ}{n}$, поэтому $P_1 = n\cdot a_1 = 2nR_1\sin\frac{180^\circ}{n}$, $P_2 = n\cdot a_2 = 2nR_2\sin\frac{180^\circ}{n}$; отсюда $\frac{P_1}{P_2} = \frac{2nR_1\sin\frac{180^\circ}{n}}{2nR_2\sin\frac{180^\circ}{n}} = \frac{2R_1}{2R_2} = \frac{D_1}{D_2}$, где D_1 и D_2 – диаметры окружностей. По свойству пропорций: так как $\frac{P_1}{P_2} = \frac{D_1}{D_2}$, то справедливо равенство $\frac{P_1}{D_1} = \frac{P_2}{D_2}$.

Продолжение табл.

1	2
	Ранее было установлено, что при $n \to \infty$ $P_1 \to C_1$, $P_2 \to C_2$, поэтому $\frac{C_1}{D_1} = \frac{C_2}{D_2}$, то есть отношение длины окружности к ее диаметру есть число постоянное. Это число обозначают греческой буквой π (пи). Итак, $\frac{C}{D} = \pi$, $C = \pi D = 2\pi R$. Формула для вычисления длины окружности: $C = 2\pi R$. Число π является приближенным $\left(\pi \approx \frac{22}{7}\right)$, его значение было найдено еще в III веке до нашей эры греческим ученым Архимедом. При решении задач чаще используют приближенное значение π, равное 3,14. 4. Историческая справка. Многие геометрические фигуры, в том числе и окружность, были известны с давних времен. В разные времена в разных странах значения π были различны. Так, например, в Древнем Египте 3500 лет назад π равнялось 3,16; у древних римлян – 3,12. Согласно подсчетам Архимеда, $\pi = \frac{22}{7}$. Для запоминания этого числа может быть полезно стихотворение: Двадцать две совы скучали На больших сухих суках, Двадцать две совы мечтали О семи больших мышах: О мышах довольно юрких В аккуратных серых шкурках. Слюнки капали с усов У огромных серых сов. Вот еще несколько фактов из истории числа π. Обозначение числа происходит от греческого *perijerio* «переферия», что в переводе означает «окружность». Впервые обозначение использовал английский математик Уильямс Джонс в 1706 году. В России со времен Петра I занимались геометрическими расчетами в астрономии, машиностроении, корабельном деле. Значение числа π – 3,1415926. Для его запоминания придумано двустишие в учебнике Магницкого, написанное по правилам старой русской орфографии: «Кто и шутя и скоро пожелатъ пи узнать число ужъ знаетъ». У числа π есть день рождения, он отмечается 14 марта (этот день записывается в американском формате дат (месяц/день) как 3,14) и начинается в 1.59. Еще одной датой, связанной с числом π, является 22 июля, так как в европейском формате дат этот день записывается как $\frac{22}{7}$. В этот день в Италии едят ПИццу, в Германии свиной – шПИк, в Англии жареную – ПИкшу, во Франции – что-нибудь ПИкантное, в России стряпают ПИроги.

Окончание табл.

1	2
	5. Вывод формулы длины дуги окружности *(можно провести в виде ответов на вопросы).* – Какую часть окружности составляет дуга в 1°? – Чему равна длина дуги в 1°? – Чему равна длина дуги в α? Вывод: длина дуги с градусной мерой α равна $l = \frac{\pi R}{180} \cdot \alpha$
III этап. Закрепление изученного материала	
Цель деятельности	Совместная деятельность
Закрепить полученные знания	(Ф/И) 1. Решить задачу № 1101 *(таблицу начертить заранее на доске).* 2. Решить задачи № 1102 и 1103 *(устно).* 3. Решить задачу № 1109 (а, б). 4. Решить задачу № 1111 *(использовать рис. 316 на с. 282)*

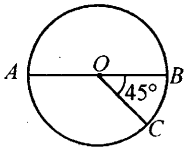
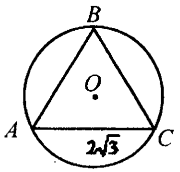
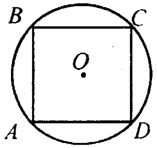
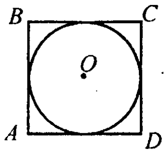
IV этап. Итоги урока	
Деятельность учителя	Деятельность учащихся
(Ф/И) – Какую формулу вспомнили и доказали на уроке? – Чему равно число Архимеда?	(И) Домашнее задание: изучить материал пункта 114; решить задачи № 1109 (в, г), 1106, 1104 (а), 1105 (а)

Урок 37. Тема: ДЛИНА ОКРУЖНОСТИ. РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ

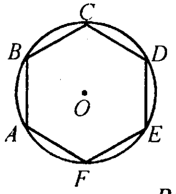
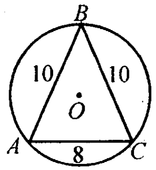
Цель деятельности учителя	Создать условия для совершенствования навыков решения задач на применение формул длины окружности и длины дуги окружности
Термины и понятия	Окружность, длина дуги окружности

Планируемые результаты	
Предметные умения	**Универсальные учебные действия**
Умеют применять понятия длины окружности, выводить формулу для нахождения длины окружности, применять при решении задач	*Познавательные:* понимают и используют математические средства наглядности для иллюстрации, интерпретации, аргументации; осознанно владеют логическими действиями определения понятий. *Регулятивные:* понимают и принимают учебные задачи; умеют контролировать процесс и результат учебной математической деятельности. *Коммуникативные:* учитывают разные мнения и стремятся к координации различных позиций в сотрудничестве. *Личностные:* проявляют познавательный интерес к изучению предмета

Продолжение табл.

Организация пространства	
Формы работы	Фронтальная (Ф); индивидуальная (И)
Образовательные ресурсы	• Задания для индивидуальной работы, самостоятельной работы
I этап. Активизация опорных знаний учащихся	
Цель деятельности	Совместная деятельность
Выявить трудности при выполнении домашнего задания	(Ф) 1. Теоретический опрос: – Какая формула используется для вычисления длины окружности? – Что означает число π и чему равно его приближенное значение? – По какой формуле вычисляется длина дуги окружности? 2. Проверка домашнего задания
II этап. Решение задач по готовым чертежам	
Цель деятельности	Задания для самостоятельной работы
1	2
Совершенствовать навыки решения задач	(И) Задачи решаются самостоятельно с последующей самопроверкой и обсуждением тех из них, с которыми не справилось большинство учащихся. 1. $AB = 10$. *Найти:* длину окружности, длины дуг CB и AC.  *Рис. 1* 2. ΔABC – правильный. *Найти:* длину окружности, длину дуги BC.  *Рис. 2* 3. $ABCD$ – правильный четырехугольник, длина дуги AD равна 4π. *Найти:* S_{ABCD}.  *Рис. 3* 4. $ABCD$ – правильный четырехугольник, $P_{ABCD} = 16$. *Найти:* длину окружности.  *Рис. 4*

Окончание табл.

1	2
	5. *ABCDEF* – правильный шестиугольник, $S_{ABCDEF} = 36\sqrt{3}$. *Найти:* длину дуги *AFE*.  *Рис. 5* 6. *AB* = *BC* = 10, *AC* = 8. *Найти:* длину окружности.  *Рис. 6*

III этап. Самостоятельная работа	
Цель деятельности	Задания для самостоятельной работы
Проверить уровень сформированности знаний по теме	(И) **Вариант I** 1. Найдите длину окружности с радиусом 5 см. Чему равна длина ее дуги с градусной мерой 36°? 2. Длина окружности, описанной около квадрата, равна 12π см. Найдите длину окружности, вписанной в этот квадрат. **Вариант II** 1. Найдите длину окружности с радиусом 9 см. Чему равна длина ее дуги с градусной мерой 20°? 2. Длина окружности, вписанной в правильный треугольник, равна $2\sqrt{3}\pi$ см. Найдите длину окружности, описанной около этого треугольника. Ответы: Вариант I: 1) 10π; π; 2) $6\sqrt{2}$. Вариант II: 1) 18π; π; 2) $4\sqrt{3}$

IV этап. Итоги урока. Рефлексия	
Деятельность учителя	Деятельность учащихся
(Ф/И) – Оцените свою работу на каждом этапе урока. – Какой этап оказался для вас наиболее сложным и почему?	(И) Домашнее задание: решить № 1107, 1109, 1111

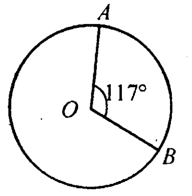
Урок 38. ПЛОЩАДЬ КРУГА

Цель деятельности учителя	Создать условия для выведения формулы для вычисления площади круга
Термины и понятия	Круг, площадь круга

Продолжение табл.

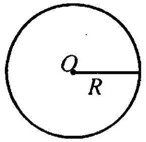
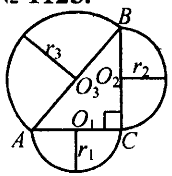
Планируемые результаты	
Предметные умения	**Универсальные учебные действия**
Владеют систематическими знаниями о плоских фигурах и их свойствах	*Познавательные:* понимают и используют математические средства наглядности для иллюстрации, интерпретации, аргументации. *Регулятивные:* проявляют учебную компетентность; умеют контролировать процесс и результат учебной математической деятельности. *Коммуникативные:* учитывают разные мнения и стремятся к координации различных позиций в сотрудничестве. *Личностные:* проявляют познавательный интерес к изучению предмета

Организация пространства	
Формы работы	Фронтальная (Ф); индивидуальная (И)
Образовательные ресурсы	• Исторические сведения о квадратуре круга; • задание для фронтальной работы

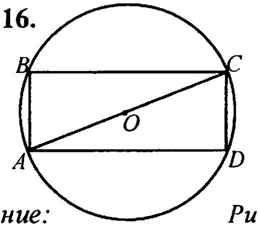
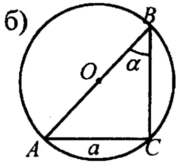
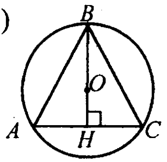
I этап. Актуализация опорных знаний учащихся	
Цель деятельности	Совместная деятельность
Выявление трудностей, возникших при выполнении домашнего задания	(Ф/И) 1. Ответить на вопросы учащихся. 2. Проверить на доске решение № 1107 и 1111. **№ 1107.** $1 \text{ м} = \frac{1}{40\,000\,000}$ – часть земного экватора. Экватор = 40 000 км, $C = 2\pi R$. $40\,000 = 2\pi R$. $2R = g = 40\,000 : \pi \approx 12\,739$ км. Ответ: 12 739 км. **№ 1111.**  *Рис. 1* *Дано:* Окр (0; *R*), $d = 58$ см, $\angle AOB = 117°$. *Найти:* длину дуги. *Решение:* $l = \frac{\pi R}{180}\cdot\alpha$, $R = \frac{1}{2}d = 29$ см, $\alpha = 117°$, следовательно, $l = \frac{\pi\cdot 29\cdot 117}{180} \approx 59{,}189$ см. Ответ: 59,2 см

Продолжение табл.

II этап. Учебно-познавательная деятельность	
Цель деятельности	Совместная деятельность
1	2
Ввести понятие круга, вывести формулу площади круга	(Ф) 1. Ввести понятие круга. 2. Вывести формулу площади круга. 3. Записать в тетрадях: «Для вычисления площади S круга радиуса R применяется формула: $S = \pi R^2$». 4. Историческая справка. В течение веков усилия многих математиков были направлены на решение задачи, получившей название «Задача о квадратуре круга»: построить при помощи циркуля и линейки квадрат, площадь которого равна площади данного круга. Только в конце XIX века было доказано, что такое построение невозможно
1	2

III этап. Решение задач		
Цель деятельности	Деятельность учителя	Деятельность учащихся
1	2	3
На простейших примерах закрепить применение полученной формулы	(Ф/И) Организует деятельность учащихся. 1. Решить задачу. На здании МГУ установлены часы с круговым циферблатом, имеющим диаметр примерно 8,8 м. Найдите площадь циферблата этих часов и сравните с площадью вашей классной комнаты. Ответ: 60,8 м^2. 2. Решить задачу № 1118 *(самостоятельно)*. 3. Решить задачу № 1119 на доске и в тетрадях. 4. Решить задачу № 1125 на доске и в тетрадях. 5. Решить задачу № 1116 на доске и в тетрадях	**№ 1119.**  *Дано:* круг (O; R), $C = 41$ м. *Найти:* d и S. *Рис. 2* *Решение:* 1) $C = 2\pi R$, так как $2r = d$, то $41 = \pi d$, $d = 41 : 3{,}14 \approx 13{,}02$ м. 2) $S = \pi r^2 = 3{,}14 \cdot 6{,}5^2 = 133{,}84$ м^2. Ответ: 13,02 м, 133,84 м^2. **№ 1125.**  *Дано:* ΔABC, $\angle C = 90°$, AC – диаметр Окр (O_1; r_1); BC – диаметр Окр (O_2; r_2); AB – диаметр Окр (O_3; r_3). *Доказать:* $S_3 = S_1 + S_2$. *Рис. 3* *Доказательство:* $S_3 = \frac{1}{2}\pi r_3^2; S_2 = \frac{1}{2}\pi r_2^2; S_1 = \frac{1}{2}\pi r_1^2$; $S_1 + S_2 = \frac{1}{2}\pi r_1^2 + \frac{1}{2}\pi r_2^2 = \frac{1}{2}\pi\left(r_1^2 + r_2^2\right) =$ $= \frac{1}{2}\pi r_3^2$, так как по теореме Пифагора: $\left(\frac{1}{2}AC\right)^2 + \left(\frac{1}{2}BC\right)^2 = \left(\frac{1}{2}AB\right)^2$,

Окончание табл.

1	2	3
		$\frac{1}{4}\left(AC^2+BC^2\right)=\frac{1}{4}AB^2$, что и требовалось доказать. **№ 1116.** а)  *Дано: ABCD* – прямоугольник вписан в круг (*O*; *R*), *AB* = *a*, *BC* = *b*. *Найти: S* круга. *Решение:* *Рис. 4* 1) $R=\frac{1}{2}AC$. $AC=\sqrt{a^2+b^2}$, следовательно, $R=\frac{\sqrt{a^2+b^2}}{2}$. 2) $S=\pi R^2; S=\left(\pi\sqrt{a^2+b^2}\right):4$. б)  *Рис. 5* *Дано:* Δ*ABC* – вписан в круг (*O*; *R*), ∠*C* = 90°, *AC* = *a*, ∠*B* = *α*. *Найти: S* круга. *Решение:* 1) $R=\frac{1}{2}AB$. $AB=\frac{a}{\sin\alpha}$, следовательно, $R=\frac{a}{\sin\alpha}$. 2) $S=2\pi R^2$; $S=\frac{\pi a^2}{4\sin^2\alpha}$. в)  *Рис. 6* *Дано:* Δ*ABC* – вписан в круг, *AB* = *BC*, *AC* = *a*, *BH* ⊥ *AC*, *BH* = *h*. *Найти: S* круга. *Решение:* 1) если $AO=R$, то $OH=h-R$, по теореме Пифагора: $AO^2=OH^2+AH^2$. $R^2=(h-R)^2+\frac{a^2}{4}$, $R^2=h^2-2hR+R^2+\frac{a^2}{4}$ $2hR=h^2+\frac{a^2}{4}$, $R=\frac{4h^2+a^2}{8h}$

Окончание табл.

1	2	3
		2) $S = 2\pi R^2,\ S = \dfrac{\pi\left(4h^2 + a^2\right)^2}{64h^2}$

IV этап. Итоги урока. Рефлексия	
Деятельность учителя	Деятельность учащихся
(Ф/И) – Задайте три вопроса по теме урока. – Составьте синквейн к уроку	(И) Домашнее задание: если в классе не успели доделать № 1116, то закончить дома; решить № 1114, 1115

Урок 39. Тема: ПЛОЩАДЬ КРУГОВОГО СЕКТОРА

Цель деятельности учителя	Создать условия для введения понятий кругового сектора и сегмента; вывести формулу для вычисления площади кругового сектора; научить применять полученные знания при решении задач
Термины и понятия	Круг, площадь круга, круговой сектор, площадь кругового сектора, круговой сегмент
Планируемые результаты	
Предметные умения	**Универсальные учебные действия**
Владеют систематическими знаниями о плоских фигурах и их свойствах	*Познавательные:* понимают и используют математические средства наглядности для иллюстрации, интерпретации, аргументации. *Регулятивные:* проявляют учебную компетентность; умеют контролировать процесс и результат учебной математической деятельности. *Коммуникативные:* учитывают разные мнения и стремятся к координации различных позиций в сотрудничестве; умеют формулировать, аргументировать и отстаивать свое мнение. *Личностные:* проявляют познавательный интерес к изучению предмета
Организация пространства	
Формы работы	Фронтальная (Ф); индивидуальная (И)
Образовательные ресурсы	• Чертежи к задачам
I этап. Актуализация опорных знаний учащихся	
Цель деятельности	Совместная деятельность
Проверить домашнее задание	(Ф/И) 1. Ответить на вопросы учащихся по домашнему заданию. 2. Провести теоретический опрос. – Какая формула используется для вычисления длины окружности; длины дуги окружности; площади круга; стороны правильного многоугольника; радиуса вписанной окружности; площади правильного многоугольника? 3. Решить № 1115 *(устно)*

Продолжение табл.

<table>
<tr><th colspan="2">II этап. Изучение новой темы</th></tr>
<tr><th>Цель деятельности</th><th>Постановка учебной задачи</th></tr>
<tr><td>Ввести понятия кругового сектора и сегмента; вывести формулы площадей</td><td>

(Ф)

1. Определение кругового сектора и кругового сегмента.

Сектор – часть круга, ограниченная дугой и двумя радиусами, сходящимися в центре круга *(рис. 1)*.

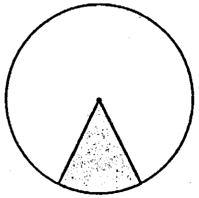


Рис. 1

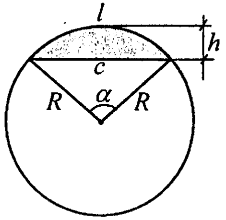


Рис. 2

Круговой сегмент – часть круга, ограниченная дугой и секущей (хордой) *(рис. 2)*.

На рисунке:

l – длина дуги сегмента;

c – хорда;

R – радиус;

a – угол сегмента;

h – высота.

2. Площадь сегмента: $S = \frac{1}{2}R^2(\alpha - \sin\alpha)$.

Длина дуги: $L = \alpha R$.

Длина хорды: $c = 2R\sin\frac{\alpha}{2}$.

Высота сегмента: $h = R\left(1 - \cos\frac{\alpha}{2}\right)$.

3. Площадь сектора: $S = \frac{R^2\alpha}{2}$.

Длина дуги: $L = \alpha R$

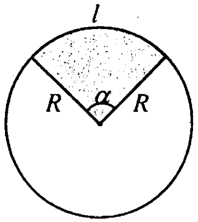


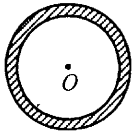
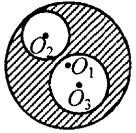
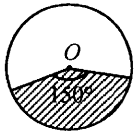
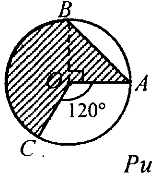
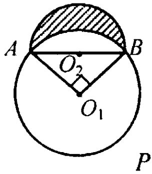
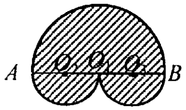
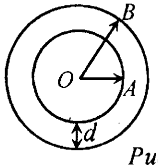
Рис. 3

</td></tr>
</table>

III этап. Решение задач

Цель деятельности	Деятельность учителя	Деятельность учащихся
1	2	3
Научить применять полученные формулы	(Ф/И) 1. Решение задач по готовым чертежам. Найти площади закрашенных фигур.	

Окончание табл

1	2	3
при решении задач	1) $R_1 = 10$, $R_2 = 8$.  *Рис. 4* 2) $R_1 = 15$, $R_2 = 6$, $R_3 = 7$.  *Рис. 5* 3) $R = 5$.  *Рис. 6* 4) $R = 4$.  *Рис. 7* 5) $R_1 = 6$.  *Рис. 8* 6) $R_2 = 3$.  *Рис. 9* 2. Решить на доске и в тетрадях № 1122	Ответы к задачам на готовых чертежах. 1) 36π. 2) 140π. 3) $\frac{125\pi}{12}$. 4) $\frac{20\pi}{3} + 8$. 5) 18. 6) 27π. **№ 1122.**  *Рис. 10* *Дано:* $OA = 3$ м, $d = 1$ м, 1 м^2 – 0,8 дм^3 *Найти:* $V_{песка}$ – ? *Решение:* 1) $S_{кольца} = S_б - S_м$ $S_б = \pi OB^2 = \pi 4^2 = 16\pi$ м^2, $S_м = \pi OA = \pi 3^2 = 9\pi$ м^2, следовательно, $S_{кольца} = 7\pi$ м^2. 2) $V_{песка} = 7\pi \cdot 0{,}8 = 5{,}6\pi$ дм^3 ≈ 17,6 дм^3. Ответ: $V_{песка} \approx 17{,}6$ дм^3

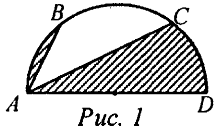
IV этап. Итоги урока. Рефлексия

Деятельность учителя	Деятельность учащихся
(Ф/И) • На уроке я работал… активно/пассивно • Своей работой на уроке я… доволен/не доволен • Урок для меня показался… коротким/длинным • За урок я… не устал/устал • Мое настроение… стало лучше/стало хуже • Материал урока мне был… понятен/не понятен полезен/бесполезен интересен/скучен • Домашнее задание мне кажется… легким/трудным интересным/не интересным	(И) Домашнее задание: выучить формулы; решить № 1121, 1128, 1124

Урок 40. Тема: РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ

<table>
<tr><td>Цель деятельности учителя</td><td colspan="2">Создать условия для закрепления знаний учащихся по изученной теме «Длина окружности и площадь круга», для обучения применению изученных формул при решении задач; способствовать развитию логического мышления</td></tr>
<tr><td>Термины и понятия</td><td colspan="2">Круг, площадь круга, круговой сектор, площадь кругового сектора, круговой сегмент, длина окружности, длина дуги окружности</td></tr>
<tr><td colspan="3">Планируемые результаты</td></tr>
<tr><td colspan="2">Предметные умения</td><td>Универсальные учебные действия</td></tr>
<tr><td colspan="2">Владеют систематическими знаниями о плоских фигурах и их свойствах</td><td><i>Познавательные:</i> умеют выдвигать гипотезы при решении учебных задач и понимать необходимость их проверки.
<i>Регулятивные:</i> умеют самостоятельно ставить цели, выбирать и создавать алгоритмы для решения учебных математических проблем, контролировать процесс и результат учебной математической деятельности.
<i>Коммуникативные:</i> учитывают разные мнения и стремятся к координации различных позиций в сотрудничестве; умеют формулировать, аргументировать и отстаивать свое мнение.
<i>Личностные:</i> проявляют познавательный интерес к изучению предмета</td></tr>
<tr><td colspan="3">Организация пространства</td></tr>
<tr><td>Формы работы</td><td colspan="2">Фронтальная (Ф); парная (П); индивидуальная (И)</td></tr>
<tr><td>Образовательные ресурсы</td><td colspan="2">• Тест;
• задания для парной и самостоятельной работы</td></tr>
<tr><td colspan="3">I этап. Актуализация опорных знаний учащихся</td></tr>
<tr><td>Цель деятельности</td><td colspan="2">Совместная деятельность</td></tr>
<tr><td>1</td><td colspan="2">2</td></tr>
<tr><td>Выявить уровень сформированности теоретических знаний</td><td colspan="2">(Ф/И)
1. Повторить определения окружности, круга, кругового сектора и кругового сегмента.
2. Записать на доске и в тетрадях формулы для вычисления длины окружности, длины дуги окружности, площади круга, площади кольца, площади кругового сектора.
3. Выполнить устный тест:
1) Установите, истинны или ложны данные высказывания:
а) Длину окружности можно вычислить по формуле $C = \pi D$, где D – радиус окружности.
б) Площадь круга равна произведению квадрата его радиуса на π.
в) Длина полуокружности диаметра 10 равна 5π.
г) Площадь круга можно вычислить по формуле $S = \frac{\pi D^2}{2}$, где D – диаметр круга.
д) Площадь круга радиуса 10 равна 10π.
е) Длина дуги окружности с градусной мерой в 60° вычисляется по формуле $l = \frac{2\pi R}{3}$.</td></tr>
</table>

Продолжение табл.

1	2
	ж) Площадь кругового сектора, ограниченного дугой в 90°, вычисляется по формуле $S = \frac{\pi R^2}{4}$. з) Если длина дуги окружности радиуса R равна $\frac{\pi R}{4}$, то градусная мера этой дуги равна 90°. 2) Закончите предложение: а) Если диаметр окружности равен 6см, то ее длина… б) Если диаметр круга увеличить в 4 раза, то его площадь увеличиться в… в) Если радиус окружности уменьшить на 3, то ее длина уменьшится на… г) Если радиус круга равен 6 см, то площадь его кругового сектора вычисляется по формуле… д) Площадь вписанного в окружность квадрата со стороной 16 см, а площадь круга, ограниченного данной окружностью… е) Площадь описанного около окружности правильного четырехугольника равна 25. Длина этой окружности равна… ж) Диаметр окружности равен 8 см. Периметр правильного шестиугольника, вписанного в окружность равен… з) Сторона правильного четырехугольника, вписанного в окружность, равна 10. Длина окружности равна… Ответы: 1) Истинные высказывания: б, в, ж. Ложные высказывания: а, г, д, е, з. 2) а) 6π; б) 16; в) 6π; г) $\frac{\pi\alpha}{10}$; д) 8π; е) 5π; ж) 24; з) $10\sqrt{2}\pi$. 4. Проверить домашнее задание: на доске решены № 1121 и 1124 с ошибками. Задание – найти ошибки, объяснить их и исправить
II этап. Решение задач	
Цель деятельности	Совместная деятельность
Совершенствовать навыки решения задач	(П) Учащиеся работают в парах, затем представляют и обсуждают свои решения. 1. Решить задачи № 1116, 1123. 2. На рисунке изображен полукруг с диаметром AD. $\smile AB = \smile CD$, $\smile BC = 90°$. Площадь заштрихованной фигуры равна 16π. Найти длину дуги BC  *Рис. 1*
III этап. Самостоятельная работа	
Цель деятельности	Задания для самостоятельной работы
1	2
Проверить умение применять изученные формулы при решении задач	(И) **Вариант I** 1. Длина окружности равна 8π. Вычислите площадь круга, ограниченного данной окружностью. 2. Градусная мера дуги окружности с радиусом 6 см равна 30°. Вычислите площадь кругового сектора, соответствующего этой дуге. **Вариант II** 1. Длина окружности равна 10π. Вычислите площадь круга, ограниченного данной окружностью. 2. Градусная мера дуги окружности с радиусом 4 см равна 45°. Вычислите площадь кругового сектора, соответствующего этой дуге.

Окончание табл.

1	2
	Ответы: Вариант I: 1) 16π; 2) 3π см^2. Вариант II: 1) 25π; 2) 2π см^2

IV этап. Итоги урока. Рефлексия	
Деятельность учителя	Деятельность учащихся
(Ф/И) – Какие формулы повторили на уроке? – Оцените свою работу на каждом этапе урока	(И) Домашнее задание: № 1132, 1137

Урок 41. Тема: РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ

Цели деятельности учителя	Создать условия для закрепления знаний учащихся по изученной теме «Длина окружности и площадь круга», для обучения применению изученных формул при решении задач; способствовать развитию логического мышления
Термины и понятия	Круг, площадь круга, круговой сектор, площадь кругового сектора, круговой сегмент, длина окружности, длина дуги окружности

Планируемые результаты	
Предметные умения	**Универсальные учебные действия**
Владеют систематическими знаниями о плоских фигурах и их свойствах	*Познавательные:* умеют выдвигать гипотезы при решении учебных задач и понимать необходимость их проверки. *Регулятивные:* умеют самостоятельно ставить цели, выбирать и создавать алгоритмы для решения учебных математических проблем, контролировать процесс и результат учебной математической деятельности. *Коммуникативные:* учитывают разные мнения и стремятся к координации различных позиций в сотрудничестве; умеют формулировать, аргументировать и отстаивать свое мнение. *Личностные:* проявляют познавательный интерес к изучению предмета

Организация пространства	
Формы работы	Фронтальная (Ф); индивидуальная (И); групповая (Г)
Образовательные ресурсы	• Тест; • задания для групповой работы, фронтальной работы

I этап. Тест	
Цель деятельности	Тестовые задания
1	2
Систематизировать теоретические знания по изученной теме	(И) Учащиеся выполняют тест на листках, которые по окончании работы сдают на проверку учителю. Тест рассчитан на 5–7 минут.

Продолжение табл.

1	2
	Вариант I 1. Четырехугольник является правильным, если: а) все его углы равны между собой; б) все его стороны равны между собой; в) все его углы равны между собой и все его стороны равны между собой. 2. Длина окружности больше диаметра в… а) 2π раз; б) π раз; в) 2 раза. 3. Длина дуги окружности вычисляется по формуле: а) $l = \frac{\pi R a}{180}$; б) $l = \frac{\pi R a}{360}$; в) $l = \frac{\pi R^2 a}{180}$. 4. Сторона правильного треугольника, вписанного в окружность с радиусом R, равна: а) $R\sqrt{2}$; б) $R\sqrt{3}$; в) R. 5. Отношение радиуса вписанной в квадрат окружности к радиусу описанной около него окружности равно: а) $\frac{\sqrt{2}}{2}$; б) 2; в) $\sqrt{2}$. 6. Отношение радиуса описанной около правильного шестиугольника окружности к радиусу вписанной в него окружности равно: а) $\frac{2}{\sqrt{3}}$; б) $\sqrt{3}$; в) $\frac{\sqrt{3}}{2}$. 7. Каждый угол правильного десятиугольника равен: а) 140°; б) 135°; в) 144°. 8. Внешний угол правильного двенадцатиугольника равен: а) 36°; б) 30°; в) 45°. 9. Из круга, радиус которого равен 20 см, вырезан сектор. Дуга сектора равна 90°. Чему равна площадь оставшейся части круга? а) 100π см^2; б) 400π см^2; в) 300π см^2. 10. Длина дуги окружности с радиусом 12 см и градусной мерой 100° равна: а) $\frac{20\pi}{3}$ см; б) $\frac{10\pi}{3}$ см; в) $\frac{\pi}{15}$ см. **Вариант II** 1. Если в четырехугольнике все стороны равны, то он: а) всегда является правильным; б) может быть правильным; в) никогда не является правильным.

Продолжение табл.

1	2

2. Длина окружности больше радиуса в…

а) 2π раз; б) π раз; в) 2 раза.

3. Площадь кругового сектора вычисляется по формуле:

а) $S = \dfrac{\pi R^2 a}{180}$; б) $S = \dfrac{\pi R a}{180}$; в) $S = \dfrac{\pi R^2 a}{360}$.

4. Сторона правильного четырехугольника, вписанного в окружность с радиусом R, равна:

а) R; б) $R\sqrt{2}$; в) $R\sqrt{3}$.

5. Отношение радиуса описанной около квадрата окружности к радиусу вписанной в него окружности равно:

а) 2; б) $\dfrac{\sqrt{2}}{2}$; в) $\sqrt{2}$.

6. Отношение радиуса вписанной в правильный шестиугольник окружности к радиусу описанной около него окружности равно:

а) $\sqrt{3}$; б) $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$; в) $\dfrac{2}{\sqrt{3}}$.

7. Каждый угол правильного восьмиугольника равен:

а) 135°; б) 144°; в) 140°.

8. Внешний угол правильного двенадцатиугольника равен:

а) 20°; б) 22,5°; в) 18°.

9. Из круга, радиус которого равен 30 см, вырезан сектор. Дуга сектора равна 60°. Чему равна площадь оставшейся части круга?

а) 150π см^2; б) 750π см^2; в) 900π см^2.

10. Длина дуги окружности с радиусом 6 см и градусной мерой 135° равна:

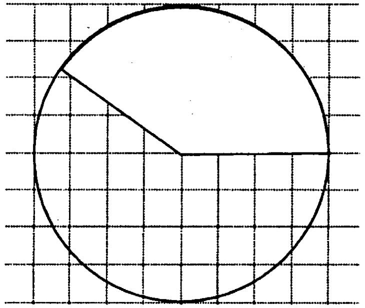
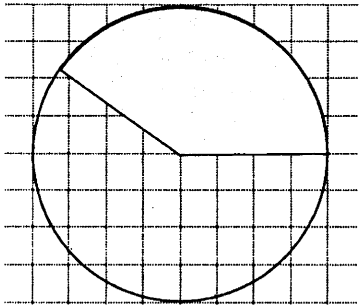
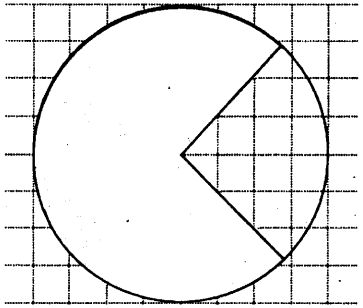
а) $\dfrac{9\pi}{2}$ см; б) 9π см; в) $\dfrac{9\pi}{4}$ см.

Ответы:	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Вариант I	в	б	а	б	а	а	в	б	в	а
Вариант II	б	а	в	б	в	б	а	в	б	а

II этап. Решение задач

Цель деятельности	Совместная деятельность
1	2
Совершенствовать навыки решения задач	(Ф/И) 1. Решить задачи, которые встречаются в ЕГЭ.

Продолжение табл.

1	2
	На клетчатой бумаге нарисован круг, площадь которого равна 12 *(рис. 1)*. Найдите площадь заштрихованной фигуры.  *Рис. 1* Ответ: 4,5. Площадь закрашенного сектора круга, изображенного на клетчатой бумаге *(рис. 2)*, равна 6. Найдите площадь круга.  *Рис. 2* Ответ: 16. Площадь закрашенного сектора круга, изображенного на клетчатой бумаге *(рис. 3)*, равна 9. Найдите площадь круга.  *Рис. 3* Ответ: 12.

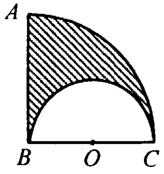
1	2
	(Г) 2. Решить задачи в группах (20 мин). После выполнения задания в группах проводится презентация и обсуждение решений. 1) Вычислите внутренний и внешний углы правильного двадцатисемиугольника. 2) Сколько сторон имеет правильный n-угольник, если: а) его внутренний угол равен 170°; б) его внешний угол равен 12°? 3) Около квадрата со стороной $2\sqrt{2}$ см описана окружность, которая вписана в правильный треугольник. Найдите площадь треугольника. Ответы: 1) $\frac{500}{3}$; $\frac{40}{3}$; 2) а) $n = 36$; б) $n = 30$; 3) $12\sqrt{3}$ см^2

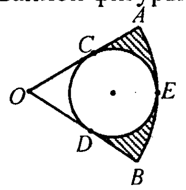
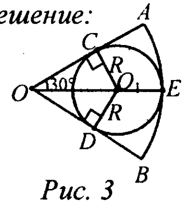
III этап. Итоги урока. Рефлексия	
Деятельность учителя	Деятельность учащихся
(Ф/И) – Что повторили на уроке? – Оцените свою работу в группе и в целом на уроке	(И) Домашнее задание: решить № 1134, 1136

Урок 42. Тема: РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ. ПОДГОТОВКА К КОНТРОЛЬНОЙ РАБОТЕ

Цель деятельности учителя	Создать условия для подготовки учащихся к контрольной работе
Термины и понятия	Круг, площадь круга, круговой сектор, площадь кругового сектора, длина окружности, длина дуги окружности
Планируемые результаты	
Предметные умения	**Универсальные учебные действия**
Владеют систематическими знаниями о плоских фигурах и их свойствах	*Познавательные:* умеют выдвигать гипотезы при решении учебных задач и понимать необходимость их проверки. *Регулятивные:* умеют самостоятельно ставить цели, выбирать и создавать алгоритмы для решения учебных математических проблем, контролировать процесс и результат учебной математической деятельности. *Коммуникативные:* учитывают разные мнения и стремятся к координации различных позиций в сотрудничестве; умеют формулировать, аргументировать и отстаивать свое мнение. *Личностные:* проявляют познавательный интерес к изучению предмета
Организация пространства	
Формы работы	Фронтальная (Ф); индивидуальная (И)
Образовательные ресурсы	• Тест

Продолжение табл.

I этап. Тест с самопроверкой	
Цель деятельности	Тестовые задания
Систематизировать теоретические знания по изученной теме	(И) 1. Один из внутренних углов правильного n-угольника равен 150°. Найдите число сторон многоугольника. а) 9; в) 12; б) 14; г) 15. 2. Периметр правильного треугольника равен $12\sqrt{3}$ см. Найдите радиус вписанной окружности. а) 2 см; в) $\frac{4}{\sqrt{3}}$ см; б) 4 см; г) $\frac{2}{\sqrt{3}}$ см. 3. Около квадрата описана окружность, и в квадрат вписана окружность. Найдите отношение радиуса описанной окружности к радиусу вписанной окружности. а) $\frac{1}{\sqrt{2}}$; в) 2; б) $\sqrt{2}$; г) $\frac{1}{2}$. 4. Сторона правильного шестиугольника равна 2 м. На сколько площадь описанного круга больше площади вписанного круга? а) $3\sqrt{3}$; в) $6\sqrt{3}$; б) $\frac{3\sqrt{3}}{4}$; г) $\frac{3\sqrt{3}}{2}$.  *Рис. 1* 5. Площадь полуокружности с центром в точке O равна 8π. Найдите площадь заштрихованной фигуры. а) 16π; в) 4π; б) 8π; г) 32π. 6. В окружность вписаны квадрат и правильный треугольник. Периметр треугольника равен 30 см, периметр квадрата равен: а) $\frac{40\sqrt{6}}{3}$; в) $\frac{40}{3}$; б) $\frac{10\sqrt{6}}{3}$; г) $\frac{20\sqrt{6}}{3}$. Ответы: 1 – в; 2 – а; 3 – б; 4 – г; 5 – б; 6 – а

II этап. Решение задач		
Цель деятельности	Деятельность учителя	Деятельность учащихся
Совершенствовать навыки решения задач	(Ф/И) Организует деятельность учащихся. 1. Даны стороны треугольника ABC – a, b, c и площадь S. Выразить радиусы описанной около треугольника и вписанной в него окружностей через a, b, c и S. 2. В сектор с центральным углом 60° и радиусом 6 см вписана окружность. Найти площадь заштрихованной фигуры.  *Рис. 2*	1. *Решение:* 1) $S=\frac{1}{2}Pr$, $P=a+b+c$, $2S=r(a+b+c)$, значит, $r=\frac{2S}{a+b+c}$. 2) $R=\frac{a}{2\sin\alpha}$, значит, $\sin\alpha=\frac{2S}{bc}$, $R=\frac{abc}{4S}$. Ответ: $r=\frac{2S}{a+b+c}$; $R=\frac{abc}{4S}$. 2. *Решение:*  *Рис. 3* Так как окружность вписана в сектор, то OA и OB – касательные к окружности, тогда OO_1 – биссектриса $\angle COD$, $OC \perp OA$. В ΔOCO_1 $\angle COO_1 = 30°$, $CO_1 = R \Rightarrow OO_1 = 2R$. $OE = OO_1 + O_1E = 2R + R = 3R = 6$, тогда $3R = 2$ см, $OO_1 = 4$ см. $S_{OCO_1} = \frac{1}{2}\cdot OC\cdot O_1C$. По теореме Пифагора $OC^2 = OO_1^2 - CO_1^2 = 16 - 4 = 12 \Rightarrow OC = 2\sqrt{3}$ см $\Rightarrow$ $\Rightarrow S_{OCO_1} = \frac{1}{2}\cdot 2\cdot 2\sqrt{3} = 2\sqrt{3}$ (см^2). $S_{OCO_1D} = 2\cdot S_{OCO_1} = 2\cdot 2\sqrt{3} = 4\sqrt{3}$ (см^2). Найдем площадь кругового сектора, ограниченного дугой CDE: $S_{\text{сект}CDE} = \frac{\pi R^2}{360°}\cdot 240° = \frac{4\pi}{3}\cdot 2 = \frac{8\pi}{3}$ (см^2). Найдем площадь кругового сектора, ограниченного дугой AEB: $S_{\text{сект}AEB} = \frac{\pi R^2}{360°}\cdot 60° = \frac{36\pi}{6} = 6\pi$ (см^2). $S_{\text{фигуры}} = S_{\text{сект}AEB} - S_{OCO_1D} - S_{\text{сект}CDE} = 6\pi - 4\sqrt{3} - \frac{8\pi}{3} = \frac{10\pi}{3} - 4\sqrt{3}$ (см^2). Ответ: $\frac{10\pi}{3} - 4\sqrt{3}$ см^2

Окончание табл.

III этап. Итоги урока. Рефлексия	
Деятельность учителя	Деятельность учащихся
(Ф/И) – Задайте три вопроса по уроку	(И) Домашнее задание: решить № 1140–1143

Урок 43. Тема: КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 3

Цель деятельности учителя	Создать условия для проверки знаний, умений и навыков учащихся по усвоению и применению изученного материала
Термины и понятия	Правильные многоугольники, длина окружности, площадь круга, длина дуги окружности, площадь кругового сектора

Планируемые результаты	
Предметные умения	**Универсальные учебные действия**
Умеют демонстрировать знание основных понятий, применять полученные знания для решения основных и качественных задач, контролировать процесс и результат учебной математической деятельности	*Познавательные:* проводят сравнение, сериацию и классификацию по заданным критериям. *Регулятивные:* вносят необходимые коррективы в действие после его завершения на основе учета характера сделанных ошибок; осуществляют самоанализ и самоконтроль. *Коммуникативные:* учитывают разные мнения и стремятся к координации различных позиций в сотрудничестве. *Личностные:* проявляют познавательный интерес к изучению предмета

Организация пространства	
Формы работы	Индивидуальная (И); фронтальная (Ф)
Образовательные ресурсы	• Задания для контрольной работы

I этап. Выполнение контрольной работы	
Цель деятельности	Задания для контрольной работы
Проверить знания, умения, навыки по изученному материалу	**Вариант I** 1. Периметр правильного треугольника, вписанного в окружность, равен 45 см. Найдите сторону правильного восьмиугольника, вписанного в ту же окружность. 2. Найдите площадь круга, если площадь вписанного в ограничивающую его окружность квадрата равна 72 дм^2. 3. Найдите длину дуги окружности радиуса 3 см, если ее градусная мера равна 150°. **Вариант II** 1. Периметр правильного шестиугольника, вписанного в окружность, равен 48 м. Найдите сторону квадрата, вписанного в ту же окружность. 2. Найдите длину окружности, если площадь вписанного в нее правильного шестиугольника равна $72\sqrt{3}$ см^2. 3. Найдите площадь кругового сектора, если градусная мера его дуги равна 120°, а радиус круга равен 12 см.

Окончание табл.

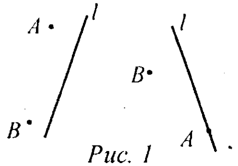
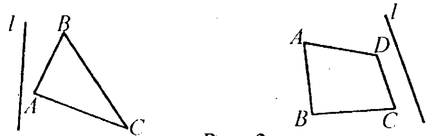
1	2
	Вариант III 1. Периметр квадрата, вписанного в окружность, равен 48 см. Найдите сторону правильного пятиугольника, вписанного в ту же окружность. 2. Найдите площадь кольца, ограниченного двумя окружностями с общим центром и радиусами 3 см и 7 см. 3. Найдите площадь фигуры, ограниченной дугой окружности и стягивающей ее хордой, если длина хорды равна 4 м, а градусная мера дуги равна 60°. **Вариант IV** 1. Периметр правильного пятиугольника, вписанного в окружность, равен 6 дм. Найдите сторону правильного треугольника, вписанного в ту же окружность. 2. Площадь кольца, ограниченного двумя окружностями с общим центром, равна 45π м^2, а радиус меньшей окружности равен 3 м. Найдите радиус большей окружности. 3. Найдите площадь фигуры, ограниченной дугой окружности и стягивающей ее хордой, если длина хорды равна 2 см, а диаметр окружности равен 4 см
II этап. Итоги урока	
Деятельность учителя	Деятельность учащихся
(Ф/И) – Что выполняли? – Какие задания вызвали затруднения? – Как оцениваете свою работу?	(И) Домашнее задание: повторить пункт 48

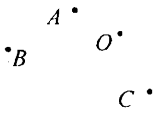
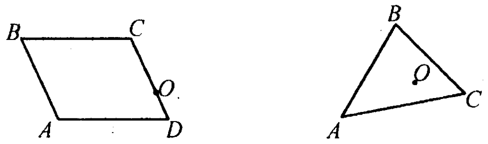
ГЛАВА XIII. ДВИЖЕНИЯ

Урок 44. Тема: ОТОБРАЖЕНИЕ ПЛОСКОСТИ НА СЕБЯ. ПОНЯТИЕ ДВИЖЕНИЯ

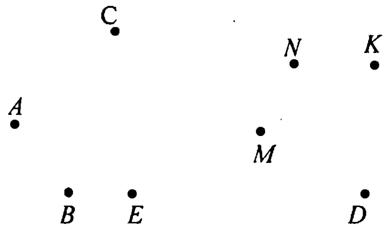
Цель деятельности учителя	Создать условия для введения понятий «отображение плоскости на себя», «движение», для построения фигур относительно центра и относительно оси, для рассмотрения свойств осевой и центральной симметрии и их закрепления при решении задач
Термины и понятия	Отображение плоскости на себя, движение, осевая симметрия, центральная симметрия
Планируемые результаты	
Предметные умения	**Универсальные учебные действия**
1	2
Умеют объснять, что такое отображение плоскости на себя	*Познавательные:* умеют понимать и использовать математические средства наглядности для иллюстрации, интерпретации, аргументации; осознанно владеют логическими действиями определения понятий, обобщения, установления аналогий, классификации.

Продолжение табл.

1	2
	Регулятивные: понимают и принимают цели и задачи учебной деятельности. *Коммуникативные:* учитывают разные мнения и стремятся к координации различных позиций в сотрудничестве; умеют формулировать, аргументировать и отстаивать свое мнение. *Личностные:* проявляют способность к эмоциональному восприятию математических объектов, задач, решений, рассуждений
Организация пространства	
Формы работы	Фронтальная (Ф); индивидуальная (И)
Образовательные ресурсы	• Задания для построения
I этап. Актуализация опорных знаний учащихся	
Цель деятельности	Совместная деятельность
Провести анализ результатов контрольной работы	(Ф) 1. Сообщить результаты контрольной работы. 2. Указать ошибки, сделанные учащимися при решении задач. 3. Решить на доске задачи, вызвавшие затруднения у учащихся
II этап. Повторение темы «Центральная и осевая симметрия»	
Цель деятельности	Совместная деятельность
1	2
Повторить построение фигур относительно центра симметрии и оси симметрии	(Ф) 1. На координатной плоскости имеются точки $A(2; 3)$, $B(-4; 6)$, $C(2; 0)$, $D(0; -5)$. Постройте точки: а) симметричные A и D относительно оси Oy; б) симметричные B и C относительно оси Ox; в) симметричные A и B относительно начала координат. 2. Построить точки, симметричные A и B относительно прямой l.  *Рис. 1* 3. Постройте фигуры, симметричные данным относительно прямой l.  *Рис. 2*

1	2
	4. Постройте точки, симметричные данным относительно точки *O*.  *Рис. 3* 5. Постройте фигуры, симметричные данным относительно точки *O*.  *Рис. 4* 6. Есть ли точки, для которых не существует точек, симметричных данной относительно: а) прямой; б) точки?
III этап. Изучение нового материала	
Цель деятельности	Совместная деятельность
1	2
Ввести понятие отображения плоскости на себя	(Ф) 1. Ввести понятие отображения плоскости на себя и проиллюстрировать его примерами осевой и центральной симметрий. Важно подчеркнуть, что при отображении плоскости на себя выполняются два условия: 1) каждой точке плоскости ставится в соответствие какая-то одна точка плоскости; 2) каждая точка плоскости оказывается поставленной в соответствие какой-то точке плоскости. Нужно показать, что в случаях осевой и центральной симметрий выполняются оба условия. В качестве контрпримера можно привести соответствие между точками плоскости, при котором каждой точке плоскости ставится в соответствие ее ортогональная проекция на данную прямую. В этом случае нарушено второе условие отображения плоскости на себя: не каждая точка плоскости оказывается сопоставленной какой-то точке, а именно: любая точка, не лежащая на данной прямой, не будет сопоставлена никакой точке плоскости (плоскость отображается не на себя, а на данную прямую). 2. Решить задачи № 1148 (а) и 1149 (а). 3. Ввести понятие движения, опираясь на задачи 3 и 6, рассмотренные в начале урока. В качестве примера отображения плоскости на себя, не являющегося движением, то есть не сохраняющего расстояния между точками, можно рассмотреть центральное подобие (гомотетию) с коэффициентом 2; учащиеся сами могут доказать, что при таком отображении расстояния между точками увеличиваются в два раза.

Окончание табл.

1	2
	4. Решить задачу № 1153 для усвоения понятия, а затем по заранее подготовленному рисунку решить следующую задачу: При движении плоскости точка *A* переходит в точку *M*. В какую из обозначенных на рисунке точек может отобразиться при этом движении точка *B*?  *Рис. 5*
IV этап. Закрепление изученного материала	
Цель деятельности	Совместная деятельность
Совершенствовать навыки решения задач по изученной теме	(Ф/И) 1. Разобрать решение задачи № 1150. 2. Решить задачи № 1151, 1152 (а, б), 1158. 3. Хотя пункт 119* не является обязательным, учащиеся должны знать, что понятия наложения и движения эквивалентны, а значит при движении любая фигура переходит в равную ей фигуру. Для лучшего усвоения материала этого пункта полезно обсудить решение задачи № 1156 и решить задачи № 1154, 1157, 1155
V этап. Итоги урока. Рефлексия	
Деятельность учителя	Деятельность учащихся
(Ф/И) – Что повторили на уроке? – Что нового узнали? – Задайте три вопроса по теме урока	(И) Домашнее задание: изучить материал пунктов 117–118; ответить на вопросы 1–13, с. 297; решить задачи № 1149 (б), 1148 (б)

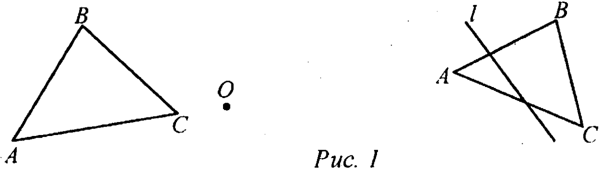
Урок 45. Тема: СВОЙСТВА ДВИЖЕНИЙ

Цель деятельности учителя	Создать условия для рассмотрения свойств движений
Термины и понятия	Отображение плоскости на себя, движение, осевая симметрия, центральная симметрия

Продолжение табл.

Планируемые результаты	
Предметные умения	**Универсальные учебные действия**
Умеют объснять, что такое отображение плоскости на себя; знают, что такое движение	*Познавательные:* умеют понимать и использовать математические средства наглядности для иллюстрации, интерпретации, аргументации; осознанно владеют логическими действиями определения понятий, обобщения, установления аналогий, классификации. *Регулятивные:* понимают и принимают цели и задачи учебной деятельности. *Коммуникативные:* учитывают разные мнения и стремятся к координации различных позиций в сотрудничестве; умеют формулировать, аргументировать и отстаивать свое мнение. *Личностные:* проявляют способность к эмоциональному восприятию математических объектов, задач, решений, рассуждений

Организация пространства	
Формы работы	Фронтальная (Ф); индивидуальная (И)
Образовательные ресурсы	• Задания для индивидуальной и фронтальной работы

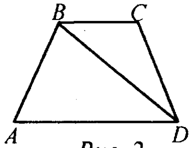
I этап. Актуализация опорных знаний учащихся	
Цель деятельности	Совместная деятельность
Проверить уровень теоретических знаний	(Ф) 1. Теоретический опрос. – Сформулируйте определение отображения плоскости на себя. – Приведите примеры отображения плоскости на себя. – Докажите, что осевая и центральная симметрии являются отображением плоскости на себя. – Что такое движение? – Являются ли осевая и центральная симметрии движениями? 2. Двое учащихся вызываются к доске: один строит фигуру, симметричную данной относительно точки *O*; второй – относительно прямой *l*.  *Рис. 1*

II этап. Учебно-познавательная деятельность	
Цель деятельности	Совместная деятельность
1	2
Рассмотреть свойства движения	(Ф) Доказать, что осевая и центральная симметрии являются движениями. После этого рассмотреть теорему о том, что при движении отрезок отображается на отрезок, и следствие из нее. В ходе доказательства теоремы обратить внимание учащихся на то,

Окончание табл.

1	2
	что доказательство состоит из двух частей: во-первых, доказывается, что каждая точка P данного отрезка MN отображается в некоторую точку P_1 отрезка M_1N_1, и, во-вторых, что в каждую точку P_1 отрезка M_1N_1 переходит какая-то точка P данного отрезка MN. (И) Задание для учащихся: выяснить, в какую фигуру при движении отображается треугольник, и доказать справедливость своего утверждения. Ответ: при движении треугольник отображается на равный ему треугольник

III этап. Закрепление изученного материала

Цель деятельности	Деятельность учителя	Деятельность учащихся
1	2	3
Научить применять свойства движений при решении задач	(Ф/И) 1) На доске и в тетради решить № 1152 (б). 2) Решить самостоятельно № 1152 (в) и 1158	**№ 1152 (б).** *Решение:*  *Рис. 2* При движении отрезок отображается в отрезок, треугольник – на равный ему треугольник, угол – на равный ему угол. Используя эти свойства движений, можно получить различные способы решений: а) $\Delta ABD \to \Delta A_1B_1D_1$, $\Delta BCD \to \Delta B_1C_1D_1 \Rightarrow ABCD \to A_1B_1C_1D_1$, причем $ABCD = A_1B_1C_1D_1$, так как $\Delta ABD = \Delta A_1B_1D_1$, $\Delta BCD = \Delta B_1C_1D_1$. б) $AB \to A_1B_1$, $AD \to A_1D_1$, $BC \to B_1C_1$, $CD \to C_1D_1$; $\angle A \to \angle A_1$, $\angle B \to \angle B_1$, $\angle C \to \angle C_1$, $\angle D \to \angle D_1$, тогда $ABCD \to A_1B_1C_1D_1$, причем $ABCD = A_1B_1C_1D_1$

IV этап. Итоги урока. Рефлексия

Деятельность учителя	Деятельность учащихся
(Ф/И) – Составьте синквейн к уроку	(И) Домашнее задание: решить № 1153, 1159

Урок 46. Тема: РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ ПО ТЕМЕ «ПОНЯТИЕ ДВИЖЕНИЯ. ОСЕВАЯ И ЦЕНТРАЛЬНАЯ СИММЕТРИИ»

Цель деятельности учителя	Создать условия для закрепления теоретических знаний по изученной теме
Термины и понятия	Отображение плоскости на себя, движение, осевая симметрия, центральная симметрия

Планируемые результаты

Предметные умения	Универсальные учебные действия
1	2
Умеют объяснять, что такое отображение плоскости на себя; знают понятие движения и умеют применять при решении задач	*Познавательные:* понимают и используют математические средства наглядности для иллюстрации, интерпретации, аргументации; осознанно владеют логическими действиями определения понятий, обобщения, установления аналогий, классификации.

Продолжение табл.

1	2
	Регулятивные: понимают и сохраняют цели и задачи учебной деятельности. *Коммуникативные:* учитывают разные мнения и стремятся к координации различных позиций в сотрудничестве, умеют формулировать, аргументировать и отстаивать свое мнение. *Личностные:* проявляют способность к эмоциональному восприятию математических объектов, задач, решений, рассуждений

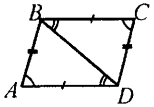
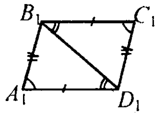
Организация пространства

Формы работы	Фронтальная (Ф); индивидуальная (И)
Образовательные ресурсы	• Задания для самостоятельной работы

I этап. Актуализация опорных знаний учащихся

Цель деятельности	Совместная деятельность
Сформировать уровень теоретических знаний	(Ф) 1. Опрос по теории: вопросы 7–13 (с. 297). 2. Проверка домашнего задания

II этап. Решение задач

Цель деятельности	Деятельность учителя	Деятельность учащихся
Научить применять полученные знания при решении задач	(Ф/И) 1. Разобрать с учащимися решение задачи № 1157. 2. Провести самостоятельную работу. **Вариант I** 1. Дан четырехугольник $ABCD$. Постройте фигуру, симметричную данной: а) относительно вершины D. б) относительно диагонали AC. 2. Докажите, что при движении квадрат отображается на квадрат. **Вариант II** 1. Дан четырехугольник $ABCD$. Постройте фигуру, симметричную данной: а) относительно вершины A. б) относительно диагонали BD. 2. Докажите, что при движении прямоугольник отображается на прямоугольник	**№ 1157.**  *Дано:* $ABCD$ и $A_1B_1C_1D_1$ – параллелограммы; $AB = A_1B_1$, $AD = A_1D_1$, $\angle A = \angle A_1$. *Доказать:* $ABCD = A_1B_1C_1D_1$. *Доказательство:*  $BC = AD$, $\angle A = \angle C$, $\angle CBD = \angle ADB$ (накрест лежащие), то есть $\Delta ABD = \Delta BDC$ (по признаку). Аналогично: $\Delta A_1B_1D_1 = \Delta B_1C_1D_1$. $\Delta ABD = \Delta A_1B_1D_1$, так как $AB = A_1B_1$, $AD = A_1D_1$, $\angle A = \angle A_1$ (по признаку). Получаем, что $\Delta ABD = \Delta BDC = \Delta A_1B_1D_1 = \Delta B_1C_1D_1$. $ABCD = \Delta ABD + \Delta DBC$, $A_1B_1C_1D_1 = \Delta A_1B_1D_1 + \Delta D_1B_1C_1$, значит, $ABCD = A_1B_1C_1D_1$

Окончание табл.

III этап. Итоги урока. Рефлексия	
Деятельность учителя	Деятельность учащихся
(Ф/И) – Сделайте вывод по результатам урока. – Задайте три вопроса по уроку. – Оцените свою работу на уроке	(И) Домашнее задание: решить № 1155, 1156, 1160, 1161

Урок 47. Тема: ПАРАЛЛЕЛЬНЫЙ ПЕРЕНОС

Цель деятельности учителя	Создать условия для введения понятия «параллельный перенос», доказательства того, что параллельный перенос является движением, обучения решению задач с использованием параллельного переноса
Термины и понятия	Отображение плоскости на себя, движение, параллельный перенос

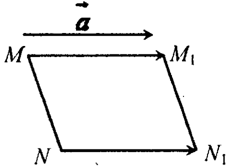
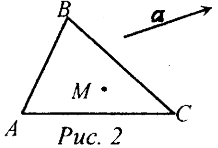
Планируемые результаты	
Предметные умения	**Универсальные учебные действия**
Умеют объяснять, что такое параллельный перенос, обосновывать, что отображение плоскости на себя является движением	*Познавательные:* умеют принимать решение в условиях неполной и избыточной, точной и вероятностной информации; осознанно владеют логическими действиями определения понятий, обобщения, установления аналогий, классификации. *Регулятивные:* принимают и сохраняют цели и задачи учебной деятельности. *Коммуникативные:* умеют формулировать, аргументировать и отстаивать свое мнение. *Личностные:* проявляют способность к эмоциональному восприятию математических объектов, задач, решений, рассуждений

Организация пространства	
Формы работы	Фронтальная (Ф); индивидуальная (И)
Образовательные ресурсы	• Задания для фронтальной работы

I этап. Актуализация опорных знаний учащихся	
Цель деятельности	Совместная деятельность
Выявить трудности, возникшие при выполнении домашнего задания	(Ф/И) 1. Анализ ошибок, допущенных в самостоятельной работе. Разбор задач, вызвавших наибольшие затруднения. 2. Проверка домашнего задания

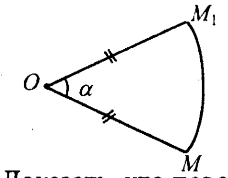
II этап. Изучение нового материала	
Цель деятельности	Совместная деятельность
1	2
Ввести понятие параллельного переноса	(Ф/И) 1. Можно дать учащимся на самостоятельное изучение п. 120 на с. 294.

Окончание табл.

<table>
<tr><th>1</th><th>2</th></tr>
<tr><td></td><td>2. Теорему о том, что параллельный перенос является движением, доказать вместе с учителем.

<i>Дано:</i> параллельный перенос на $\vec{a}$, $M \to M_1$, $N \to N_1$.
<i>Доказать:</i> параллельный перенос есть движение (сохраняется расстояние между точками M и N, то есть $MN = M_1N_1$.
<i>Рис. 1</i>
Свойство: При параллельном переносе прямая отображается на параллельную ей прямую или сама на себя. Отсюда следует простой способ построения образов прямых и отрезков при параллельном переносе</td></tr>
<tr><td colspan="2">III этап. Закрепление изученного материала</td></tr>
<tr><td>Цель деятельности</td><td>Совместная деятельность</td></tr>
<tr><td>Совершенствовать навыки решения задач</td><td>(Ф/И)
1. Решить задачи № 1162 и 1163 (б) на доске и в тетрадях.
2. Решить задачу № 1164.
3. Решить задачу:
В результате параллельного переноса вершины квадрата $ABCD$ переходят соответственно в вершины квадрата $A_1B_1C_1D_1$. Найти координаты точек B_1, C_1, D_1, если $A(1; -2)$, $A_1(5; 6)$, $B(4; 2)$, $C(0; 5)$, $D(-3; 1)$.
4. Постройте образ треугольника ABC при параллельном переносе на вектор $\vec{a}$.
Образ точки M при этом же параллельном переносе постройте только при помощи циркуля.

<i>Рис. 2</i></td></tr>
<tr><td colspan="2">IV этап. Итоги урока. Рефлексия</td></tr>
<tr><td>Деятельность учителя</td><td>Деятельность учащихся</td></tr>
<tr><td>(Ф/И)
– С каким понятием движения познакомились на уроке?
– Составьте синквейн к уроку</td><td>(И) Домашнее задание: изучить материал пункта 120; решить задачи № 1163 (а), 1165; принести циркуль и транспортир</td></tr>
</table>

Урок 48. Тема: ПОВОРОТ

<table>
<tr><td>Цель деятельности учителя</td><td>Создать условия для введения понятия поворота, доказательства того, что поворот является движением, для обучения построению геометрических фигур при повороте фигуры на данный угол</td></tr>
<tr><td>Термины и понятия</td><td>Отображение плоскости на себя, движение, поворот, положительный угол поворота, отрицательный угол поворота, центр поворота</td></tr>
<tr><td colspan="2">Планируемые результаты</td></tr>
<tr><td>Предметные умения</td><td>Универсальные учебные действия</td></tr>
<tr><td>1</td><td>2</td></tr>
<tr><td>Умеют объяснять, что такое поворот, обосновывать, что это отображение плоскости на себя является движением</td><td><i>Познавательные:</i> умеют принимать решение в условиях неполной и избыточной, точной и вероятностной информации; осознанно владеют логическими действиями определения понятий, обобщения, установления аналогий, классификации.</td></tr>
</table>

1	2
	Регулятивные: понимают и принимают цели и задачи учебной деятельности. *Коммуникативные:* умеют формулировать, аргументировать и отстаивать свое мнение. *Личностные:* проявляют способность к эмоциональному восприятию математических объектов, задач, решений, рассуждений
Организация пространства	
Формы работы	Фронтальная (Ф); индивидуальная (И)
Образовательные ресурсы	• Задания для построения, фронтальной работы, самостоятельной работы
I этап. Актуализация опорных знаний учащихся	
Цель деятельности	Задания на построение
Систематизировать теоретические знания	(И) Учащиеся выполняют построения на отдельных листках, а затем сдают работы учителю на проверку. Задачи: 1) Даны треугольник MNK и точка O. Постройте фигуру F, на которую отображается треугольник MNK при центральной симметрии с центром O. 2) Даны прямая l и четырехугольник $PMEC$. Постройте фигуру F, на которую отображается данный четырехугольник при осевой симметрии с осью l. 3) Даны окружность с центром O и прямая l. Постройте фигуру F, на которую отображается данная окружность при осевой симметрии с осью l
II этап. Учебно-познавательная деятельность	
Цель деятельности	Совместная деятельность
Ввести понятие поворота	(Ф) 1. Ввести понятие поворота. Определение: Поворотом плоскости вокруг точки O на угол α называется отображение плоскости на себя, при котором каждая точка M отображается в такую точку M_1, $OM = OM_1$, $\angle MOM_1 = \alpha$.  α – угол поворота, O – центр поворота. 2. Доказать, что поворот есть движение
III этап. Закрепление изученного материала	
Цель деятельности	Совместная деятельность
1	2
Отработать умение строить поворот фигуры	(Ф/И) 1. Решить задачу № 1166 на доске и в тетрадях. *(В ходе решения этой задачи полезно подчеркнуть, что поворот вокруг точки на 180° по часовой стрелке совпадает с поворотом вокруг этой же точки на 180° против часовой стрелки и является центральной симметрией.)*

1	2
	2. Решить задачи № 1167 и 1169 *(учащиеся могут выполнить эти задания самостоятельно с последующим обсуждением).* 3. Полезно предложить учащимся самостоятельно ознакомиться с решением задачи № 1171 (а), приведенным в учебнике, выполнить необходимые построения; затем можно обсудить это решение. Важно подчеркнуть, что решение рассмотренной задачи дает еще один способ построения прямой, на которую отображается данная прямая при повороте вокруг данной точки. 4. Рассмотреть с учащимися следующие задачи: 1) Через центр квадрата проведены две взаимно перпендикулярные прямые. Докажите, что их точки пересечения со сторонами квадрата являются вершинами другого квадрата. 2) Докажите, что при повороте правильного треугольника ABC вокруг вершины A на 60° либо вершина B переходит в вершину C, либо вершина C переходит в вершину B. 5. Решить задачу № 1170 (б)
IV этап. Самостоятельная работа	
Цель деятельности	Задания для самостоятельной работы
Проверить уровень усвоения нового материала	(И) **Вариант I** 1. В трапеции $ABCD$ боковые стороны AB и CD равны. 1) Постройте отрезок CA_1, на который отображается сторона AB при параллельном переносе на вектор $\overrightarrow{BC}$. 2) Найдите площадь треугольника A_1CD, если $AD = 10$ см, $BC = 4$ см, $AB = 6$ см. 2. Докажите, что правильный шестиугольник при повороте на 60° вокруг своего центра отображается на себя. **Вариант II** 1. Точка M – середина стороны AC треугольника ABC. 1) Постройте отрезок MB_1, на который отображается сторона AB при параллельном переносе на вектор $\overrightarrow{AM}$. 2) Найдите периметр треугольника MDC, где D – точка пересечения отрезков BC и MB_1, если периметр треугольника ABC равен 12 м. 2. Докажите, что правильный пятиугольник при повороте на 72° вокруг своего центра отображается на себя
V этап. Итоги урока	
Деятельность учителя	Деятельность учащихся
(Ф/И) – Оцените свою работу на уроке? – Что оказалось для вас наиболее сложным?	(И) Домашнее задание: решить задачи № 1168, 1170 (а), 1171 (б), 1183

Урок 49. Тема: РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ ПО ТЕМЕ «ПАРАЛЛЕЛЬНЫЙ ПЕРЕНОС. ПОВОРОТ»

Цель деятельности учителя	Создать условия для систематизации теоретических знаний по изученной теме
Термины и понятия	Отображение плоскости на себя, движение, поворот, положительный угол поворота, отрицательный угол поворота, центр поворота, параллельный перенос

Продолжение табл.

Планируемые результаты	
Предметные умения	**Универсальные учебные действия**
Умеют работать с геометрическим текстом, точно и грамотно выражать свои мысли в устной и письменной речи	*Познавательные:* умеют принимать решение в условиях неполной и избыточной, точной и вероятностной информации; осознанно владеют логическими действиями определения понятий, обобщения, установления аналогий, классификации. *Регулятивные:* принимают и сохраняют цели и задачи учебной деятельности. *Коммуникативные:* умеют формулировать, аргументировать и отстаивать свое мнение. *Личностные:* проявляют креативность мышления, инициативность, находчивость, активность при решении геометрических задач

Организация пространства	
Формы работы	Фронтальная (Ф); индивидуальная (И)
Образовательные ресурсы	• Карточки для индивидуальной работы; • задания для самостоятельной работы; • тест

I этап. Актуализация опорных знаний учащихся	
Цель деятельности	Совместная деятельность
Проверить уровень сформированности теоретических знаний	(Ф/И) 1. Ответить на вопросы учащихся по выполнению домашнего задания. 2. Работа по карточкам: Карточка 1. 1. Объясните, что такое отображение плоскости на себя. 2. Докажите, что параллельный перенос является движением. 3. Точка M – середина стороны BC правильного треугольника ABC, точки N и K симметричны точке M относительно прямых AB и AC. Докажите, что $NK \perp AM$. Карточка 2. 1. Что такое движение плоскости? 2. Докажите, что осевая симметрия является отображением плоскости на себя. 3. На окружности с центром O и радиусом r отмечена точка A. Постройте окружность, на которую отображается данная окружность при повороте вокруг точки A на 60° по часовой стрелке. Найдите длину отрезка, соединяющего точки пересечения данной и построенной окружностей. Карточка 3. 1. На какую фигуру отображается при движении отрезок? 2. Докажите, что центральная симметрия является движением. 3. Дан равнобедренный треугольник ABC с основанием BC. Постройте точки D и E, на которые отображаются точки A и C при параллельном переносе на вектор $\overrightarrow{BC}$, и докажите, что $AE = DB$.

Окончание табл.

1	2
	Карточка 4. 1. На какую фигуру отображается при движении треугольник? 2. Докажите, что поворот плоскости вокруг точки является движением. 3. Точка пересечения диагоналей четырехугольника *ABCD* является его центром симметрии. Докажите, что *ABCD* – параллелограмм
II этап. Самостоятельная работа	
Цель деятельности	Тестовые задания, задания для самостоятельной работы
Проверить умение применять теоретические знания на практике	(И) Учащиеся выполняют работу на листочках и сдают учителю на проверку. 1. Постройте тупоугольный треугольник ABC и его образ при параллельном переносе на вектор $\overrightarrow{AM}$, где AM – высота треугольника ($\angle B$ – тупой). 2. Постройте ромб $ABCD$ и его образ при повороте вокруг точки A на 100° против часовой стрелки. **Тест** 1. При симметрии относительно начала координат точка $M(-3; 7)$ отражается на точку M_1 с координатами: 1) (3; 7); 2) (–3; –7); 3) (3; –7); 4) (–7; 3); 5) (7; –3). 2. При симметрии относительно оси абсцисс точка $K(5; -11)$ отображается на точку K_1 с координатами: 1) (5; 11); 2) (–5; –11); 3) (–11; 5); 4) (11; –5); 5) (–5; 11). 3. При симметрии относительно оси ординат на точку M_1 с координатами (–8; –2) отображается точка M с координатами: 1) (–2; 8); 2) (–8; 2); 3) (8; 2); 4) (–2; –8); 5) (8; –2). 4. При симметрии относительно начала координат прямая $3x + 2y = 0$ отображается на прямую: 1) $3x - 2y = 0$; 2) $3x + 2y = 0$; 3) $2x + 3y = 0$; 4) $2x - 3y = 0$; 5) $x = 0$
III этап. Решение задач	
Цель деятельности	Совместная деятельность
Совершенствовать навыки решения задач	(Ф/И) 1. Решить задачи № 1172, 1173, 1177, 1180. 2. Полезно обсудить решения задач № 1176, 1178
IV этап. Итоги урока. Рефлексия	
Деятельность учителя	Деятельность учащихся
(Ф/И) – Оцените свою работу на уроке. – Задайте три вопроса по теме урока	(И) Домашнее задание: решить № 1170, 1171

Урок 50. Тема: РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ ПО ТЕМЕ «ДВИЖЕНИЕ»

Цели деятельности учителя	Создать условия для систематизации теоретических знаний по изученной теме, подготовки к контрольной работе; способствовать развитию умения решать задачи с применением движения
Термины и понятия	Отображение плоскости на себя, движение, поворот, положительный угол поворота, отрицательный угол поворота, центр поворота, параллельный перенос, осевая симметрия, центральная симметрия

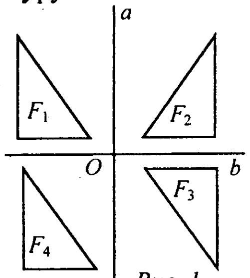
Планируемые результаты

Предметные умения	**Универсальные учебные действия**
Умеют работать с геометрическим текстом, точно и грамотно выражать свои мысли в устной и письменной речи	*Познавательные:* умеют принимать решение в условиях неполной и избыточной, точной и вероятностной информации; осознанно владеют логическими действиями определения понятий, обобщения, установления аналогий, классификации. *Регулятивные:* принимают и сохраняют цели и задачи учебной деятельности. *Коммуникативные:* умеют формулировать, аргументировать и отстаивать свое мнение. *Личностные:* проявляют креативность мышления, инициативность, находчивость, активность при решении геометрических задач

Организация пространства

Формы работы	Фронтальная (Ф); индивидуальная (И)
Образовательные ресурсы	• Задания для фронтальной работы

I этап. Актуализация опорных знаний учащихся

Цель деятельности	Совместная деятельность
Систематизировать теоретические знания	(Ф/И) 1. К доске вызвать четырех учащихся. Каждый их них готовит ответы на вопросы. – Какое отображение плоскости на себя называют: осевой симметрией; центральной симметрией; параллельным переносом; поворотом? Приведите примеры. 2. Работа с классом. – Что называется движением? – Перечислите свойства движения. – Верно ли, что при движении фигура отображается в равную ей фигуру? – Определите, с помощью каких преобразований можно перевести: а) фигуру F_1 в фигуру F_2; б) фигуру F_1 в фигуру F_3; в) фигуру F_1 в фигуру F_4; г) фигуру F_2 в фигуру F_4; д) фигуру F_4 в фигуру F_3?  *Рис. 1*

Окончание табл.

<table>
<tr><th colspan="3">II этап. Решение задач</th></tr>
<tr><th>Цель деятельности</th><th colspan="2">Совместная деятельность</th></tr>
<tr>
<td>Совершенствовать навыки решения задач на движение</td>
<td>(Ф/И)
1. Решить № 1181 на доске и в тетради.
2. Решить задачу: на плоскости даны две прямые, пересекающиеся под углом 45°. В результате двух последовательных симметрий относительно этих прямых точка A переходит в точку A', а точка B – в точку B'. Найти угол между прямыми AB и $A'B'$.
3. Решить задачу № 1179</td>
<td>2.

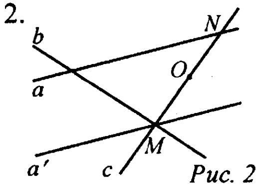



Рис. 2
1) Построим прямую a', симметричную прямой a относительно точки O.
2) Построим прямую c, проходящую через точку O и точку пересечения прямых a' и b – точку M.
Ответ: 90°.
№ 1179.

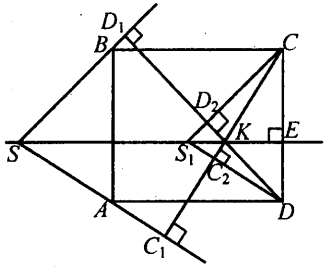



Рис. 3
Решение:
1) Осуществим параллельный перенос $\triangle BSA$ на вектор $\overrightarrow{BC}$, его образом будет $\triangle CS_1D$.
2) Так как $CC_1 \perp SA$, то $CC_1 \perp S_1D$.
3) Так как $SA \parallel S_1D$ по свойству параллельного переноса, значит, CC_2 – высота $\triangle CS_1D$.
4) Так как $DD_1 \perp SB$, то $DD_1 \perp S_1C$.
5) Так как $SB \parallel S_1C$ по свойству параллельного переноса, значит, DD_2 – высота $\triangle CS_1D$.
6) Высота треугольника пересекаются в одной точке, значит, K – точка пересечения высот, S_1E – высота $\triangle CS_1D$, то есть $S_1E \perp CD$.
7) Так как $AB \parallel CD$, то $SK \perp AB$</td>
</tr>
</table>

<table>
<tr><th colspan="2">III этап. Итоги урока. Рефлексия</th></tr>
<tr><th>Деятельность учителя</th><th>Деятельность учащихся</th></tr>
<tr>
<td>(Ф/И)
– Назовите виды движений.
– Закончите предложение:
• Я узнал…
• Я научился…
• Я понял, что могу…
• У меня получилось…</td>
<td>(И) Подготовиться к контрольной работе: повторить материал пунктов 117–121 и ответить на вопросы 1–17, с. 297; решить задачи № 1219, 1220, 1221, 1222</td>
</tr>
</table>

Урок 51. Тема: КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА № 4

Цель деятельности учителя	Создать условия для проверки знаний, умений и навыков учащихся по усвоению и применению изученного материала
Термины и понятия	Отображение плоскости на себя, движение, поворот, положительный угол поворота, отрицательный угол поворота, центр поворота, параллельный перенос, осевая симметрия, центральная симметрия
Планируемые результаты	
Предметные умения	**Универсальные учебные действия**
Умеют демонстрировать знание основных понятий, применять полученные знания для решения основных и качественных задач, контролировать процесс и результат учебной математической деятельности	*Познавательные:* проводят сравнение, сериацию и классификацию по заданным критериям. *Регулятивные:* вносят необходимые коррективы в действие после его завершения на основе учета характера сделанных ошибок; осуществляют самоанализ и самоконтроль. *Коммуникативные:* учитывают разные мнения и стремятся к координации различных позиций в сотрудничестве. *Личностные:* осознают важность и необходимость знаний для человека
Организация пространства	
Формы работы	Индивидуальная (И)
Образовательные ресурсы	• Задания для контрольной работы
I этап. Выполнение контрольной работы	
Цель деятельности	Задания для контрольной работы
1	2
Проверить знания, умения и навыки по изученному материалу	(И) **Вариант I** 1. Дана трапеция $ABCD$. Постройте фигуру, на которую отображается эта трапеция при симметрии относительно прямой, содержащей боковую сторону AB. 2. Две окружности с центрами O_1 и O_2, радиусы которых равны, пересекаются в точках M и N. Через точку M проведена прямая, параллельная O_1O_1 и пересекающая окружность с центром O_2 в точке D. Используя параллельный перенос, докажите, что четырехугольник O_1MDO_2 является параллелограммом. **Вариант II** 1. Дана трапеция $ABCD$. Постройте фигуру, на которую отображается эта трапеция при симметрии относительно точки, являющейся серединой боковой стороны CD. 2. Дан шестиугольник $A_1A_2A_3A_4A_5A_6$. Его стороны A_1A_2 и A_4A_5, A_2A_3 и A_5A_6, A_3A_4 и A_6A_1 попарно равны и параллельны. Используя центральную симметрию, докажите, что диагонали A_1A_4, A_2A_5, A_3A_6 данного шестиугольника пересекаются в одной точке. **Вариант III** 1. Дана трапеция $ABCD$ с основаниями AD и BC. Постройте фигуру, на которую отображается эта трапеция при повороте вокруг точки A на угол, равный углу DAB, по часовой стрелке. 2. На одной стороне угла XOY отложены отрезки OA и OB, а на другой стороне – отрезки OM и ON так, что $OM = OA$, $ON = OB$. Используя осевую симметрию, докажите, что точка пересечения отрезков MB и AN лежит на биссектрисе угла XOY.

Окончание табл.

1	2
	Вариант IV 1. Дана трапеция $ABCD$ с основаниями AD и BC. Постройте фигуру, на которую отображается эта трапеция при параллельном переносе на вектор $\overrightarrow{AD}$. 2. На биссектрисе внешнего угла при вершине C треугольника ABC взята точка M. Используя осевую симметрию, докажите, что $AC + CB < AM + MB$

II этап. Итог урока. Рефлексия	
Деятельность учителя	Деятельность учащихся
(Ф/И) – Что выполняли на уроке? – Какие задания вызвали затруднения? – Как оцениваете свою работу на уроке?	(И) Домашнее задание: повторить пункты 27–28

ГЛАВА XIV. НАЧАЛЬНЫЕ СВЕДЕНИЯ ИЗ СТЕРЕОМЕТРИИ

Урок 52. Тема: ПРЕДМЕТ СТЕРЕОМЕТРИИ. МНОГОГРАННИК

Цель деятельности учителя	Создать условия для ознакомления учащихся с новым разделом геометрии – стереометрией, с геометрическими телами и их поверхностями, для рассмотрения различных многогранников и обучения их изображению
Термины и понятия	Стереометрия, многогранник, грани, ребра, диагональ
Планируемые результаты	
Предметные умения	**Универсальные учебные действия**
Умеют объяснять, что такое многогранник, его грани, ребра, вершины, диагонали, что такое стереометрия	*Познавательные:* имеют первоначальные представления об идеях и о методах математики как об универсальном языке науки и техники, о средстве моделирования явлений и процессов; умеют устанавливать причинно-следственные связи, строить логическое рассуждение, делать умозаключения и формулировать выводы. *Регулятивные:* принимают и сохраняют цели и задачи учебной деятельности. *Коммуникативные:* умеют формулировать, аргументировать и отстаивать свое мнение. *Личностные:* проявляют креативность мышления, инициативность, находчивость, активность при решении геометрических задач
Организация пространства	
Формы работы	Фронтальная (Ф); индивидуальная (И)
Образовательные ресурсы	• Геометрические тела, рисунки с изображением геометрических тел
I этап. Актуализация опорных знаний учащихся	
Цель деятельности	Совместная деятельность
Провести анализ ошибок, допущенных в контрольной работе	(Ф/И) 1. Сообщить результаты контрольной работы. 2. Разобрать задачи, вызвавшие наибольшие затруднения

Продолжение табл.

II этап. Изучение нового материала	
Цель деятельности	Совместная деятельность
Познакомить с новым разделом – стереометрией; с геометрическими телами	(Ф) 1. Начальные сведения из стереометрии. Материал пунктов 122 и 123 рекомендуется изложить в виде лекции с применением разнообразных иллюстративных средств (плакаты, таблицы, рисунки, разнообразные модели геометрических тел). – До сих пор мы занимались планиметрией – изучали свойства плоских геометрических фигур, то есть фигур, целиком расположенных в некоторой плоскости. Но окружающие нас предметы в большинстве своем не являются плоскими. Любой реальный предмет занимает какую-то часть пространства. – Раздел геометрии, в котором изучаются свойства фигур в пространстве, называется ***стереометрией***. Это слово происходит от греческих слов «стерео» – *объемный, пространственный* и «метрео» – *измерять.* – В стереометрии наряду с простейшими фигурами – точками, прямыми и плоскостями – рассматриваются геометрические тела и их поверхности. Представление о геометрических телах дают окружающие нас предметы. Например, кристаллы имеют форму геометрических тел, поверхности которых составлены из многоугольников. Такие поверхности называются *многогранниками.* 2. Знакомство с геометрическими телами (куб, шар, цилиндр). – Рассмотрим простейший многогранник – куб *(рис. 335 а, с. 300)* и модель куба. Сколько граней, ребер и вершин имеет куб? – Рассмотрите другие геометрические тела: – шар *(рис. 335 б)*, цилиндр *(рис. 335 в).* – Назовите предметы, имеющие форму шара. *(Такую же форму имеет футбольный мяч.)* – Назовите предметы, имеющие форму цилиндра. *(Эту форму имеет консервная банка.)* 3. Введение понятия *границы* геометрического тела, *секущей плоскости* тела, *сечения* тела *(рис. 336).* 4. Изображение геометрических тел на чертеже *(рис. 337 а, б, в*). На доске и в тетрадях учащиеся выполняют рисунки параллелепипеда, пирамиды, конуса, цилиндра. 5. Знакомство с многогранником. – Вспомним понятие многоугольника в планиметрии *(рис. 338 а, б).* На модели прямоугольного параллелепипеда определим количество граней, ребер, вершин. Форму прямоугольного параллелепипеда имеют коробки, комнаты и многие другие предметы. ***Многогранник*** – это поверхность, составленная из многоугольников и ограничивающая некоторое геометрическое тело. Это тело также называют многогранником *(рис. 339 на с. 302).* *Тетраэдр* составлен из четырех треугольников; по-гречески «тетра» – *четыре.* *Октаэдр* составлен из восьми треугольников; по-гречески «окто» – *восемь.* Многоугольники, из которых составлен многогранник, называются его *гранями.* При этом предполагается, что никакие две соседние грани многогранника не лежат в одной плоскости. Гранями прямоугольного параллелепипеда являются прямоугольники, а гранями тетраэдра и октаэдра – треугольники. Стороны граней называются *ребрами,* а концы ребер – *вершинами* многогранника. Отрезок, соединяющий две вершины, не принадлежащие одной грани, называется *диагональю* многогранника *(рис. 339, а).* Многогранники бывают *выпуклыми* и *невыпуклыми (рис. 339 и рис. 340).* Выпуклый многогранник характеризуется тем, что он расположен по одну сторону от плоскости каждой своей грани

III этап. Решение задач		
Цель деятельности	Деятельность учителя	Деятельность учащихся
Научить решать простейшие задачи на многогранники	(Ф/И) Организует деятельность учащихся. 1. Решить устно задачу № 1184 (б) и (в), используя модели тетраэдра и октаэдра. 2. Решить задачу № 1188 на доске и в тетрадях. Учитель объясняет построение сечения параллелепипеда плоскостью сначала по рисунку учебника *(рис. 355 а, б, с. 313)*, а затем выполняет построение сечения на доске; учащиеся строят сечение в тетрадях. Перед построением сечения в тетрадях записывают следующие правила: 1) Через любые две точки проходит прямая, и притом только одна. 2) Если две точки прямой принадлежат плоскости, то вся прямая принадлежит этой плоскости. 3) Отрезки, по которым секущая плоскость пересекает две противоположные грани параллелепипеда, параллельны	**№ 1184.** Ответ: б) тетраэдр имеет 4 грани, 6 ребер и 4 вершины; в) октаэдр имеет 8 граней, 12 ребер и 6 вершин

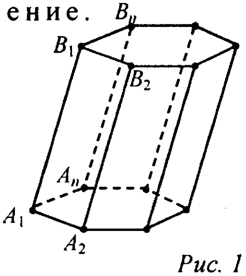
IV этап. Итоги урока. Рефлексия	
Деятельность учителя	Деятельность учащихся
(Ф/И) – С каким разделом геометрии познакомились? – Что изучает стереометрия? – Что такое многогранник? – Назовите его элементы	(И) Домашнее задание: изучить материал пунктов 122 и 123; решить задачу № 1188 (разобрать построение сечения параллелепипеда плоскостью по учебнику на с. 313, используя рис. 356 *а* и *б*; выполнить построение сечения в тетрадях)

Урок 53. Тема: ПРИЗМА. ПАРАЛЛЕЛЕПИПЕД

Цель деятельности учителя	Создать условия для введения понятий призмы и ее элементов, прямой и наклонной призмы, высоты призмы, параллелепипеда, прямого и прямоугольного параллелепипеда, для обучения построению призмы и параллелепипеда
Термины и понятия	Призма, параллелепипед, грани, ребра

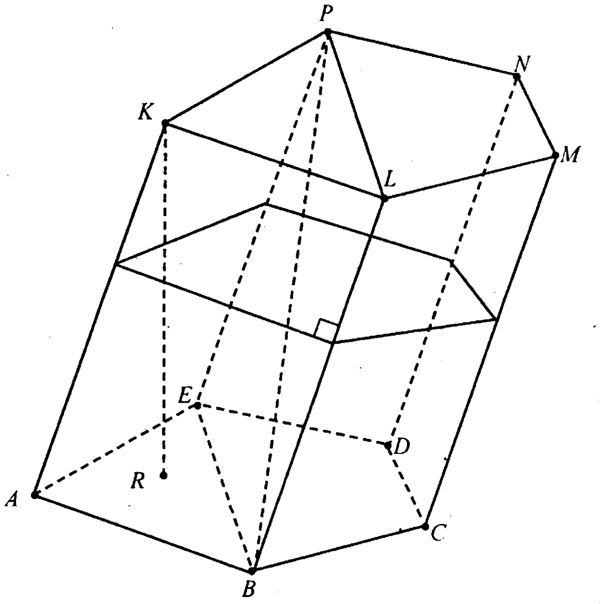
Планируемые результаты	
Предметные умения	**Универсальные учебные действия**
1	2
Умеют объяснять, что такое многогранник, его грани, ребра, вершины, диагонали, какой многогранник называется выпуклым, что такое *n*-угольная призма, ее основания,	*Познавательные:* имеют первоначальные представления об идеях и о методах математики как об универсальном языке науки и техники, о средстве моделирования явлений и процессов; умеют устанавливать причинно-следственные связи, строить логическое рассуждение,

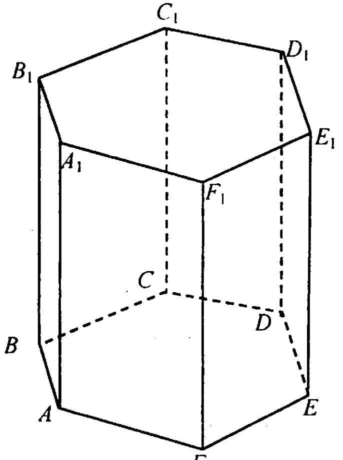
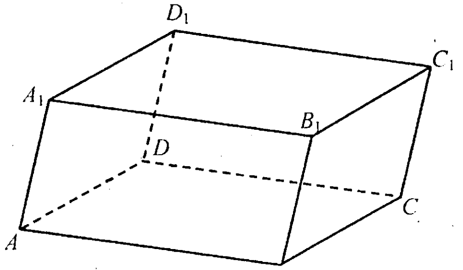
Продолжение табл.

1	2
какая призма называется наклонной, параллелепипедом	делать умозаключения и формулировать выводы. *Регулятивные:* принимают и сохраняют цели и задачи учебной деятельности. *Коммуникативные:* умеют формулировать, аргументировать и отстаивать свое мнение. *Личностные:* проявляют креативность мышления, инициативность, находчивость, активность при решении геометрических задач
Организация пространства	
Формы работы	Фронтальная (Ф); индивидуальная (И)
Образовательные ресурсы	• Задания для фронтальной и индивидуальной работы
I этап. Актуализация опорных знаний учащихся	
Цель деятельности	Совместная деятельность
Систематизировать знания учащихся	(Ф) Устная работа: – Какой раздел геометрии называется стереометрией? – Что рассматривается в стереометрии? – Какие поверхности называются многогранниками? Приведите примеры простейших многогранников. – Какая плоскость называется секущей плоскостью геометрического тела? – Что называется сечением тела? – Объясните, что такое многогранник; грани, ребра, вершины и диагонали многогранника. Приведите примеры многогранников. *(Учитель показывает модели различных геометрических тел и многогранников, а учащиеся должны назвать их.)*
II этап. Изучение нового материала	
Цель деятельности	Совместная деятельность
1	2
Ввести понятия призмы и параллелепипеда	(Ф) 1) Две плоскости называются *параллельными*, если они не имеют общих точек. 2) Две прямые в пространстве называются *параллельными*, если они лежат в одной плоскости и не пересекаются. Определение.  *Рис. 1.* Призмой (n-угольной) называется многогранник, у которого две грани – равные n-угольники $A_1A_2...A_n$ и $B_1\,B_2...B_n$ (называемые основаниями) с соответственно параллельными сторонами, а остальные n граней – параллелограммы, у каждого из которых две стороны являются соответственными сторонами оснований.

Продолжение табл.

1	2
	Элементы призмы

Название	Определение	Обозначения на чертеже	Чертеж
Основания	Две грани, являющиеся равными многоугольниками, лежащими в параллельных плоскостях	*ABCDE*, *KLMNP*	 *Рис. 2*
Боковые грани	Все грани, кроме оснований. Каждая боковая грань обязательно является параллелограммом	*ABLK*, *BCML*, *CDNM*, *DEPN*, *EAKP*	
Боковая поверхность	Сумма площадей боковых граней	$S_{бок} = S_1 + ... + S_n$	
Полная поверхность	Сумма площадей двух оснований и боковой поверхности	$S_{пол} = S_{бок} + 2S_{осн}$	
Боковые ребра	Общие стороны боковых граней. Боковые ребра призмы параллельны и равны	*AK*, *BL*, *CM*, *DN*, *EP*	
Высота	Перпендикуляр, проведенный из какой-нибудь точки одного основания к плоскости другого основания	*KR*	
Диагональ призмы	Отрезок, соединяющий две вершины призмы, не принадлежащие одной грани	*BP*	
Диагональная плоскость	Плоскость, проходящая через боковое ребро призмы и диагональ основания		
Диагональное сечение	Пересечение призмы и диагональной плоскости. В сечении образуется параллелограмм, в том числе его частные случаи – ромб, прямоугольник, квадрат	*EBLP*	

1	2
	 *Рис. 3* **Прямая призма.** Определение. Призма называется прямой, если все ее боковые грани являются прямоугольниками. Высота прямой призмы равна ее боковому ребру. **Правильная призма.** Определение. Призма называется правильной, если основаниями ее служат правильные многоугольники и боковые ребра перпендикулярны к основаниям. В зависимости от числа углов в основании призма называется треугольной, четырехугольной, пятиугольной и т. д. Боковыми гранями любой правильной призмы служат прямоугольники. **Параллелепипед.** Определение. Параллелепипед – призма, основаниями которой являются параллелограммы. ***Типы параллелепипеда:*** *Прямоугольный параллелепипед* – это параллелепипед, у которого все грани – прямоугольники. *Прямой параллелепипед* – это параллелепипед, у которого 4 боковые грани – прямоугольники. *Куб* – это прямоугольный параллелепипед с равными измерениями. Все шесть граней куба – равные квадраты. ***Основные элементы параллелепипеда:*** Две грани параллелепипеда, не имеющие общего ребра, называются *противоположными*, а имеющие общее ребро – *смежными*. Две вершины параллелепипеда, не принадлежащие одной грани, называются *противоположными*. Отрезок, соединяющий противоположные вершины, называется *диагональю параллелепипеда*. Длины трех ребер прямоугольного параллелепипеда, имеющих общий конец, называют его *измерениями*. ***Свойства:*** • Параллелепипед симметричен относительно середины его диагонали. • Любой отрезок с концами, принадлежащими поверхности параллелепипеда, проходящий через середину его диагонали, делится ею пополам; в частности, все диагонали параллелепипеда пересекаются в одной точке и делятся ею пополам. • Противолежащие грани параллелепипеда параллельны и равны. • Квадрат длины диагонали прямоугольного параллелепипеда равен сумме квадратов трех его измерений  *Рис. 4*

III этап. Решение задач

Цель деятельности	Деятельность учителя	Деятельность учащихся
1	2	3
Научить решать простейшие задачи по теме	(Ф/И) 1. Решить задачу № 1185. 2. Решить задачу № 1186. 3. Решить устно № 1187, используя модель	**№ 1185.** а) Число вершин призмы определяется количеством вершин многоугольника, лежащего в основаниях призмы. Так как призма имеет два основания, то n-угольная призма имеет $2n$ вершин (четное число). Например:

1	2	3
	параллелепипеда. Ответ: а) нет; б) нет; в) нет; г) да; д) нет.	треугольная призма имеет $2 \cdot 3 = 6$ вершин; четырехугольная призма имеет $2 \cdot 4 = 8$ вершин; пятиугольная призма имеет вершин $5 \cdot 2 = 10$. б) Число ребер призмы равно сумме ребер двух оснований призмы и боковых ребер призмы, количество которых определяется числом вершин многоугольника, расположенного в основании призмы, то есть n-угольная призма имеет число ребер, равное $2n + n = 3n$ кратно 3. **№ 1186.** Площадь боковой поверхности прямой призмы равна сумме площадей ее боковых граней. Пусть $a,\ b,\ c,\ d\ldots\ m$ – стороны основания призмы; h – ее боковое ребро. У прямой призмы все боковые ребра перпендикулярны к плоскостям оснований, то есть боковые грани – прямоугольники. Площадь прямоугольника равна произведению его смежных сторон. Тогда: $S_{\text{боков}} = ah + bh + ch + dh + \ldots + mh = h \cdot (a + b + c + d + \ldots + m) = Ph$, где P – периметр основания, h – боковое ребро. $\boxed{S_{\text{боков прямой призмы}} = Ph}$
IV этап. Итоги урока. Рефлексия		
Деятельность учителя		Деятельность учащихся
(Ф/И) – С какими телами познакомились на уроке? – Задайте три вопроса по теме урока. – Составьте синквейн к уроку		(И) Домашнее задание: изучить материал пунктов 124 и 125; выполнить рисунки (рис. 346 *а, б, в*) и записать в тетрадях доказательство свойства диагоналей параллелепипеда; решить № 1190 (б) и № 1234 (б)

Урок 54. Тема: ОБЪЕМ ТЕЛА. СВОЙСТВА ПРЯМОУГОЛЬНОГО ПАРАЛЛЕЛЕПИПЕДА

Цели деятельности учителя	Создать условия для повторения понятия площади плоских фигур, введения понятий объема тела, единиц измерения объемов тел, для изучения основных свойств объемов и прямоугольного параллелепипеда, ознакомления учащихся с принципом Кавальери; способствовать развитию логического мышления учащихся
Термины и понятия	Призма, параллелепипед, грани, ребра, объем, принцип Кавальери
Планируемые результаты	
Предметные умения	**Универсальные учебные действия**
1	2
Умеют формулировать и обосновывать основное свойство диагоналей прямоугольного параллелепипеда, объяснять, что такое объем, и выводить формулу объема	*Познавательные:* умеют видеть математическую задачу в контексте проблемной ситуации, устанавливать причинно-следственные связи, строить логическое рассуждение, делать умозаключения и формулировать выводы.

Продолжение табл.

<table>
<tr><th>1</th><th>2</th></tr>
<tr><td>с помощью принципа Кавальери</td><td>Регулятивные: принимают и сохраняют цели и задачи учебной деятельности.
Коммуникативные: умеют формулировать, аргументировать и отстаивать свое мнение.
Личностные: проявляют способность к эмоциональному восприятию математических объектов, задач, решений, рассуждений</td></tr>
<tr><td colspan="2">Организация пространства</td></tr>
<tr><td>Формы работы</td><td>Фронтальная (Ф); парная (П); индивидуальная (И); групповая (Г)</td></tr>
<tr><td>Образовательные ресурсы</td><td>• Справочный материал по принципу Кавальери, чертежи для задач</td></tr>
<tr><td colspan="2">I этап. Актуализация опорных знаний учащихся</td></tr>
<tr><td>Цель деятельности</td><td>Совместная деятельность</td></tr>
<tr><td>Систематизировать теоретические знания учащихся</td><td>(Ф/И)
1. Ответить на вопросы учащихся по домашнему заданию.
2. Проверить решение учащимися задач № 1190 (б) и № 1234 (б).
3. По готовому чертежу параллелепипеда на доске построить сечение параллелепипеда плоскостью, проходящей через:
а) точки D, C и B_1;
б) точки B, K и L, где K – середина ребра AA_1 а L – середина CC_1.
(Задача № 1235 в учебнике на с. 328.)

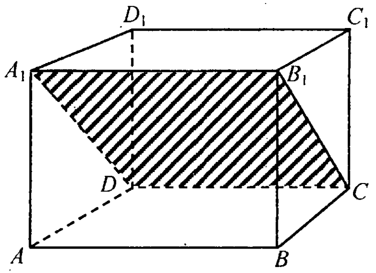



Рис. 1
Решение:

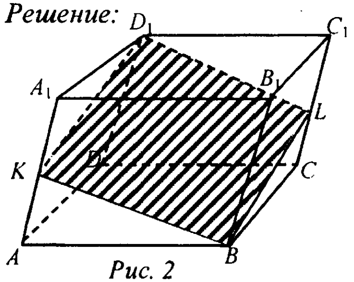
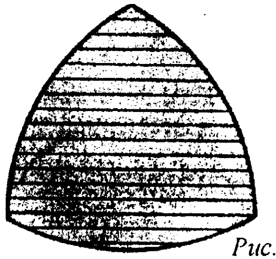
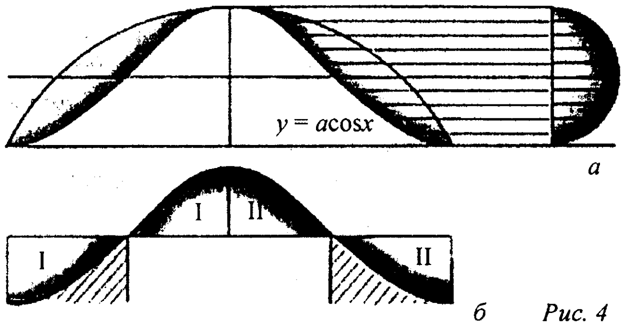



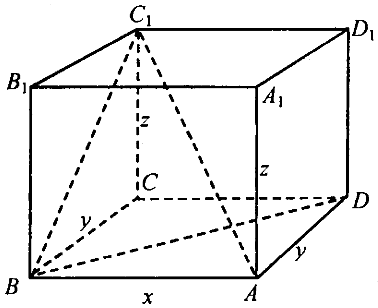
Рис. 2
а) Проводим отрезок CB_1, затем строим прямую DA_1 параллельную CB_1. Параллелограмм CDA_1B_1 – искомое сечение (рис. 1).
б) По условию $AK = KA_1$ и $C_1L = CL$. Проводим отрезки KB и BL. Проводим отрезок DL, параллельный отрезку KB.
Соединяем отрезком точки K и D_1 принадлежащие одной плоскости ADD_1A_1. Параллелограмм $KBLD_1$ – искомое сечение (рис. 2)</td></tr>
<tr><td colspan="2">II этап. Учебно-познавательная деятельность</td></tr>
<tr><td>Цель деятельности</td><td>Совместная деятельность</td></tr>
<tr><td>1</td><td>2</td></tr>
<tr><td>Ввести понятие объема и вывести формулу для вычисления объема прямоугольного параллелепипеда</td><td>(Ф)
1. Повторить понятие площади плоской фигуры.
2. Ввести понятие объема тела по аналогии с понятием площади плоской фигуры. За единицу измерения объемов примем куб, ребро которого равно единице измерения отрезков. Куб с ребром 1 см называется кубическим сантиметром и обозначается так: 1 см^3. Аналогично определяются кубический метр (м^3), кубический миллиметр (мм^3) и т. д.</td></tr>
</table>

1	2
	3. Прочитать по учебнику текст *(с. 306 и 308)* и записать в тетрадях основные свойства объемов: 1) Равные тела имеют равные объемы. 2) Если тело составлено из нескольких тел, то его объем равен сумме объемов этих тел *(рис. 347)*: $V = V_F + V_Q$. 4. Разобрать по рисунку учебника *(рис. 348)* принцип Кавальери. В XVII в. началась эпоха интегрального исчисления. Математики возвращались к задачам о вычислении площадей криволинейных фигур и объемов «кривых» тел, которыми так успешно занимался в древности Архимед. Интересовался этим вопросом и итальянский монах Бонавентура Кавальери (1598–1647). Он занимал кафедру математики в Болонском университете. В переписке с астрономом и математиком Г. Галилеем они обсуждали разнообразные механические и математические проблемы, и в частности метод «неделимых». Галилей собирался, но так и не написал книгу об этом методе. В 1635 г. вышла книга Кавальери «Геометрия, изложенная новым способом при помощи неделимых частей непрерывных величин». При вычислении площадей многоугольников бывает полезно преобразовывать фигуры, не меняя их площадей, например, разрезать на части и составлять новые. Так можно преобразовать друг в друга треугольники с равными основаниями и высотами.  *Рис. 3* Можно ли аналогичным образом преобразовывать криволинейные фигуры? Кавальери представляет их себе состоящими из бесконечно тонких параллельных плоских слоев – «неделимых» или «нитей» *(рис. 3)* и утверждает, что площадь не меняется при сдвигах этих слоев друг относительно друга. Иначе, принцип Кавальери состоит в том, что если пересечь фигуру семейством всех прямых, параллельных заданной, то длины пересечений полностью определят площадь фигуры. В частности, если у двух фигур эти длины совпадают, то они равновелики. Строгого обоснования своего принципа Кавальери не дал, но рассмотрел его многочисленные применения. Например, на основе этого принципа легко выводится равновеликость треугольников с равными основаниями и высотами. Одно из самых удивительных применений принципа Кавальери принадлежит французскому математику Ж. Робервалю (1602–1675), который нашел площадь сегмента, ограниченного одной аркой циклоиды. В каждый момент времени Роберваль проектировал точку, двигающуюся по циклоиде, на вертикальный диаметр катящегося круга. Получалась новая кривая, которую Роберваль назвал спутницей циклоиды *(рис. 4 а)*. Но потом выяснилось, что это синусоида, и это было первое (1634) появление ее в математике!  *Рис. 4* Площадь под аркой синусоиды легко вычисляется при помощи перехода к равносоставленному с ней прямоугольнику площадью 2π *(рис. 4 б)*. Каждая из оставшихся двух фигур, которые называли лепестками Роберваля, по принципу Кавальери равновелика вертикальному полукругу, то есть общая площадь равна 3π. Еще более эффективен принцип Кавальери при нахождении объемов тел. Он состоит в том, что объем тела определяется площадями его пересечений «всеми плоскостями», параллельными некоторой заданной. Отсюда следует теорема о равновеликости пирамид с равновеликими основаниями и равными высотами, а эти пирамиды, как правило, не равносоставлены.

Продолжение табл.

1	2
	На этой теореме основывается формула для объема пирамиды. Очень удобен принцип Кавальери и для получения формул объемов круглых тел, скажем шара. Впишем в круговой цилиндр радиусом r и высотой $2r$ шар. Тело, являющееся дополнением шара до цилиндра, по принципу Кавальери равновелико телу, составленному из двух конусов, построенных на верхнем и нижнем основаниях цилиндра с вершиной в центре шара. Отсюда следует, что: $V=\frac{4}{3}\pi r^3$ Интегральное исчисление содержит общие методы для вычисления площадей и объемов, причем там, где применение принципа Кавальери требовало нестандартных построений, к успеху приводят стандартные вычисления, и постепенно принцип Кавальери отошел в область истории. Однако, поскольку по принципу Кавальери легко вычисляются все «школьные» объемы и площади, неоднократно предлагалось принять принцип Кавальери в школьной геометрии за аксиому. 5. Когда мы говорим о размерах комнаты, имеющей форму прямоугольного параллелепипеда, то обычно употребляем слова «длина», «ширина» и «высота», имея в виду длины трех ребер с общей вершиной. В геометрии эти три величины объединяются общим названием: измерения прямоугольного параллелепипеда *(рис. 349, с. 309).* 6. У прямоугольника два измерения – длина и ширина. При этом, как мы знаем, квадрат диагонали прямоугольника равен сумме квадратов двух его измерений (по теореме Пифагора для прямоугольника). Оказывается, что аналогичным свойством обладает и прямоугольный параллелепипед: квадрат диагонали прямоугольного параллелепипеда равен сумме квадратов трех его измерений. *(Используя рис. 349, провести доказательство этого свойства; рис. 349 заранее начертить на доске.)* Доказательство записать на доске и в тетрадях: $AC_1^2=AC^2+CC_1^2$; $AC^2=AB^2+AD^2$; $CC_1=BB_1=AA_1$, следовательно, $AC_1^2=AB^2+AD^2+AA_1^2$. 7. Еще одно свойство прямоугольного параллелепипеда. Мы знаем, что площадь прямоугольника равна произведению его измерений. Аналогично объем прямоугольного параллелепипеда равен произведению трех его измерений. $V=a\cdot b\cdot c$ Для доказательства этого утверждения воспользуемся принципом Кавальери *(прочитать доказательство по учебнику на с. 309–311, используя рис. 350).* 8. В прямоугольном параллелепипеде с измерениями a, b, c, изображенном на рисунке учебника *(рис. 350 б)*, площадь S основания равна ac, а высота h равна боковому ребру: $h=b$. Поэтому формулу $V=a\cdot b\cdot c$ можно записать в виде $V=S\cdot h$, то есть объем прямоугольного параллелепипеда равен произведению площади основания на высоту

Продолжение табл.

<table>
<tr><th colspan="3">III этап. Решение задач</th></tr>
<tr><th>Цель деятельности</th><th>Деятельность учителя</th><th>Деятельность учащихся</th></tr>
<tr><td></td><td>(Ф/И) Организует деятельность учащихся.
1. Решить задачу № 1193 (в).
2. Решить задачу № 1193 (б) <i>(самостоятельно)</i>.
3. Решить задачу № 1194 на доске и в тетрадях.
4. Решить задачу № 1195.
5. Разобрать по учебнику решение задачи № 1198 <i>(с. 315, используя рис. 357)</i>. Записать в тетрадях: «Объем призмы равен произведению площади основания на высоту».
6. Решить задачу № 1197 <i>(учитель объясняет решение задачи)</i></td><td>№ 1193 (в).
<i>Решение:</i>
$a = \sqrt{39}$; $b = 7$; $c = 9$. Найти диагональ d.
$d^2 = a^2 + b^2 + c^2$ (свойство диагонали прямоугольного параллелепипеда).
$d^2 = \left(\sqrt{39}\right)^2 + 7^2 + 9^2 = 39 + 49 + 81 = 169$; $d = 13$.
Ответ: 13.
№ 1197.


<i>Рис. 5</i>
<i>Решение:</i>
$AC_1 = 13$ см; $BD = 12$ см; $BC_1 = 11$ см. Обозначим измерения прямоугольного параллелепипеда x, y, z. Применим теорему Пифагора:
1) Для ΔABD имеем $x^2 + y^2 = 12^2$ (1).
2) Для ΔBCC_1 имеем $y^2 + z^2 = 11^2$ (2).
3) По свойству диагонали прямоугольного параллелепипеда имеем $x^2 + y^2 + z^2 = 13^2$ (3).
4) Подставим в равенство (3) равенство (4), получим $12^2 + z^2 = 13^2$, отсюда $z^2 = 13^2 - 12^2$, тогда $z = 5$; $z = 5$.
5) Подставим в равенство (2) значение $z = 5$, найдем $y^2 + 5^2 = 11^2$;
$y^2 = 121 - 25 = 96$; $y = \sqrt{96} = 4\sqrt{6}$.
6) Подставим значение $y^2 = 96$ в равенство (1), получим $x^2 + 96 = 144$;
$x^2 = 144 - 96 = 48$; $x = \sqrt{48}$; $x = 4\sqrt{3}$.
7) Найдем объем: $V = x \cdot y \cdot z = 4\sqrt{3} \cdot 4\sqrt{6} \cdot 5 = 240\sqrt{2}$ (см^3).
Ответ: $240\sqrt{2}$ см^3</td></tr>
</table>

Окончание табл.

V этап. Итоги урока. Рефлексия	
Деятельность учителя	Деятельность учащихся
(Ф/И) – Объясните, как измеряются объемы тел. – Сформулируйте основные свойства объемов. – Объясните, в чем заключается принцип Кавальери. – Что такое измерения прямоугольного параллелепипеда? – Сформулируйте свойство диагонали прямоугольного параллелепипеда. – Чему равен объем прямоугольного параллелепипеда? – Оцените свою работу на уроке	(И) Домашнее задание: изучить материал пунктов 126–127; сделать чертеж *(рис. 357)* и записать в тетрадях решение задач № 1193 (а), 1196, 1198

Урок 55. Тема: ПИРАМИДА

Цели деятельности учителя	Создать условия для ознакомления учащихся с пирамидой (ее основания, боковые грани, вершины пирамиды, боковые ребра пирамиды), определением правильной пирамиды, апофемы пирамиды, для выведения формулы объема пирамиды; способствовать развитию логического мышления
Термины и понятия	Пирамида, грани, ребра, правильная пирамида, апофема, объем пирамиды, тетраэдр

Планируемые результаты	
Предметные умения	**Универсальные учебные действия**
Умеют объяснять, какой многогранник является пирамидой, что такое основание, апофема, какая пирамида называется правильной	*Познавательные:* умеют видеть математическую задачу в контексте проблемной ситуации. *Регулятивные:* умеют устанавливать причинно-следственные связи, строить логическое рассуждение, делать умозаключения и формулировать выводы. *Коммуникативные:* умеют формулировать, аргументировать и отстаивать свое мнение. *Личностные*: проявляют способность к эмоциональному восприятию математических объектов, задач, решений, рассуждений

Организация пространства	
Формы работы	Фронтальная (Ф); индивидуальная (И)
Образовательные ресурсы	• Модели пирамид

I этап. Актуализация опорных знаний учащихся	
Цель деятельности	Совместная деятельность
1	2
Выявить уровень сформированности теоретических знаний учащихся	(Ф) – Что называется призмой? прямой призмой? правильной призмой? – Объясните, что такое параллелепипед? Дайте определение прямого параллелепипеда, прямоугольного параллелепипеда. – Сформулируйте свойство четырех диагоналей параллелепипеда. – Сформулируйте основные свойства объемов.

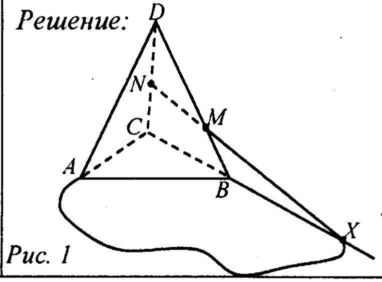
Продолжение табл.

1	2
	– Что такое измерения прямоугольного параллелепипеда? – Сформулируйте свойство диагонали прямоугольного параллелепипеда. – Чему равен объем куба? Объем прямоугольного параллелепипеда? – Какой формулой выражается объем призмы? Проверка решения задачи № 1196

II этап. Учебно-познавательная деятельность

Цель деятельности	Совместная деятельность
Ввести понятие пирамиды, научить ее строить; записать формулу для нахождения объема пирамиды	(Ф/И) 1. Учащиеся самостоятельно изучают материал пункта 128 «Пирамида» по учебнику (с. 311–313). 2. Учитель на моделях различных пирамид объясняет учащимся, что такое пирамида, основание пирамиды, боковые грани пирамиды, вершина пирамиды, боковые ребра пирамиды. 3. Вводится новое понятие: треугольную пирамиду часто называют ***тетраэдром***. 4. На доске и в тетрадях строятся изображения пирамиды; проводятся высота пирамиды и апофема *(рис. 353)*. 5. В тетрадях учащиеся записывают определения: а) Отрезок, соединяющий вершину пирамиды с плоскостью ее основания и перпендикулярный к этой плоскости, называется *высотой пирамиды.* б) Пирамида называется *правильной*, если ее основание – правильный многоугольник, а отрезок, соединяющий вершину пирамиды с центром основания, является ее высотой. в) Высота боковой грани правильной пирамиды, проведенная из ее вершины, называется *апофемой.* 6. Вводится формула: *объем пирамиды* равен одной трети произведения площади основания на высоту: $V = \frac{1}{3} S_{\text{осн.}} \cdot h$

III этап. Решение задач

Цель деятельности	Деятельность учителя	Деятельность учащихся
1	2	3
Совершенствовать навыки решения задач	(Ф/И) Организует работу учащихся. 1. Решить задачу № 1201, используя модель тетраэдра *(устно)*. 2. Решить задачу № 1202 (а) на доске и в тетрадях. 3. Решить задачу № 1203 самостоятельно. *(Затем по готовому чертежу на доске проверяется построение сечения).* 4. Решить задачу № 1204. *(Решение объясняет учитель, привлекая учащихся к обсуждению построения сечения.)* 5. Решить задачу № 1206. 6. Решить задачу № 1241	**№ 1201.** Нет. **№ 1202.** *Решение:*  *Рис. 1* Прямая MN принадлежит плоскости BCD, которая пересекается с плоскостью ABC по BC. Продолжим BC до пересечения с прямой MN в точке X. Точка X принадлежит и прямой MN, и плоскости ABC, так как точка X лежит на прямой BC, принадлежащей плоскости ABC.

1	2	3

№ 1203.

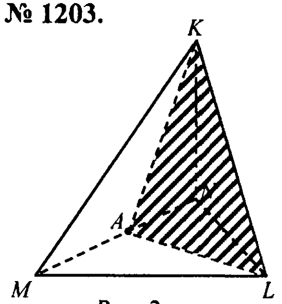


Рис. 2

Решение:

По условию $MA = NA$. Проводим отрезок AL, так как точки L и A принадлежат одной плоскости MNL. Проводим отрезок AK, так как точки K и A принадлежат одной плоскости MKN. Искомое сечение – треугольник AKL.

№ 1204.

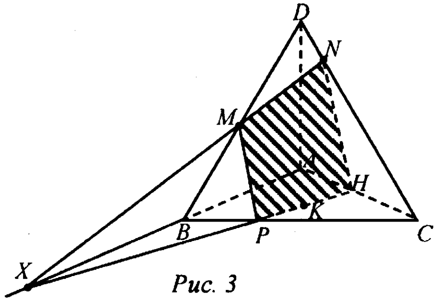


Рис. 3

Решение:

1) Проводим прямую MN, продолжаем AB до пересечения с прямой MN в точке X.

2) Точка X принадлежит плоскости ABC, и точка K принадлежит плоскости ABC, тогда проводим прямую XK, пересекающую прямые BC и AC в точках P и H соответственно.

3) Проводим отрезки MP, NH и PH. Четырехугольник $PMNH$ – искомое сечение.

№ 1206.

Решение:

Найдем сумму площадей боковых граней правильной пирамиды. Так как гранями боковыми правильной пирамиды являются равные равнобедренные треугольники и площадь треугольника равна, то сумма площадей всех треугольников равна $\frac{1}{2} \cdot a \cdot l \cdot n$, где a – сторона основания правильной пирамиды, n – количество сторон основания, l – апофема.

Окончание табл.

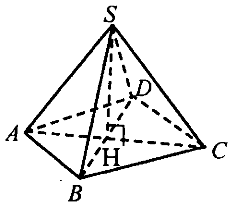
<table>
<tr><th>1</th><th>2</th><th>3</th></tr>
<tr><td></td><td></td><td>

$\frac{1}{2}a \cdot n \cdot l = \frac{1}{2}(an)l = \frac{1}{2}\ Pl.$

Значит, площадь боковой поверхности правильной пирамиды равна:

$S = \frac{1}{2}Pl.$

№ 1241.



Решение:

$AD = 5$ м, $AB = 4$ м, $BD = 3$ м, $SH = 2$ м.

$S_{ASB} = S_{CSD}$; $S_{BSC} = S_{ASD}$

$SB = \sqrt{SH^2 + BH^2} = \sqrt{4 + 2{,}25} = 2{,}5$ м.

В ΔABD: $AD^2 = AB^2 + BD^2$, следовательно, он прямоугольный с прямым углом ABD.

Из ΔABH по теореме Пифагора: $AH = \sqrt{AB^2 + BH^2} = \sqrt{16 + 2{,}25} = \sqrt{18{,}25}$;

$AS = \sqrt{AH^2 + SH^2} = \sqrt{18{,}25 + 4} = \sqrt{22{,}25}$.

$S_{ASH} = \frac{1}{4}\sqrt{(AS + SB + BA)(AS + SB - BA)(AS + BA - SB)(SB + BA - AS)}$.

$S_{BSC} = \frac{1}{4}\sqrt{(BS + SC + BC)(BS + SC - BC)(BS - SC + BC)(SC + BC - BS)}$.

$S_{ABCD} = 2 \cdot S_{\Delta ABD} = 2 \cdot \frac{1}{2} AB \cdot BD$.

$S = S_{ABCD} + 2S_{\Delta ASB} + 2S_{\Delta HSC} = 2\sqrt{34} + 22$

</td></tr>
<tr><td colspan="3">IV этап. Итоги урока. Рефлексия</td></tr>
<tr><td colspan="2">Деятельность учителя</td><td>Деятельность учащихся</td></tr>
<tr><td colspan="2">(Ф/И)
– Оцените свою работу на уроке.
– Что для вас оказалось наиболее сложным?
– Задайте три вопроса по теме урока</td><td>(И) Домашнее задание: изучить материал пункта 128; повторить пункты 122–127; ответить на вопросы 1–14 в учебнике на с. 327; решить задачи № 1202 (б), 1211 (а), 1207</td></tr>
</table>

Урок 56. Тема: ЦИЛИНДР

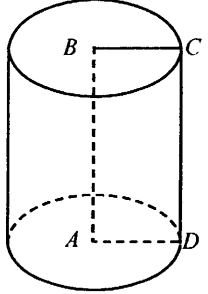
Цель деятельности учителя	Создать условия для введения понятий цилиндра, цилиндрической поверхности, образующих цилиндр, для доказательства теорем об объеме цилиндра, о площади боковой поверхности цилиндра, для обучения применению этих теорем при решении задач
Термины и понятия	Ось цилиндра, его высота, основания цилиндра, образующая, боковая поверхность

Планируемые результаты	
Предметные умения	**Универсальные учебные действия**
Умеют объяснять какое тело называется цилиндром, что такое его ось, высота, основания, боковая поверхность, образующая, развертка	*Познавательные:* умеют видеть математическую задачу в контексте проблемной ситуации, устанавливать причинно-следственные связи, строить логическое рассуждение, делать умозаключения и формулировать выводы. *Регулятивные:* принимают и сохраняют цели и задачи учебной деятельности. *Коммуникативные:* умеют формулировать, аргументировать и отстаивать свое мнение. *Личностные:* проявляют способность к эмоциональному восприятию математических объектов, задач, решений, рассуждений

Организация пространства	
Формы работы	Фронтальная (Ф); индивидуальная (И)
Образовательные ресурсы	• Задания для построения

I этап. Актуализация опорных знаний учащихся	
Цель деятельности	Совместная деятельность
1	2
Систематизировать знания учащихся по изученным темам	(Ф) 1. Обсуждение вопросов учащихся по домашнему заданию. 2. Практическая работа. 1) Построить правильную треугольную пирамиду, четырехугольную пирамиду, шестиугольную пирамиду. 2) Провести высоты и апофемы. 3) Найти объемы этих пирамид, если высота равна 1, сторона основания равна 1. Ответы: треугольная: $V=\frac{\sqrt{3}}{12}$; четырехугольная: $V=\frac{1}{3}$; шестиугольная: $V=\frac{\sqrt{3}}{2}$

II этап. Учебно-познавательная деятельность	
Цель деятельности	Совместная деятельность
1	2
Ввести понятие цилиндра и его элементов	(Ф) 1. Ознакомить учащихся с цилиндром. – Возьмем прямоугольник *ABCD* и будем вращать его вокруг одной из сторон, например, вокруг стороны *AB (рис. 360)*. В результате получится тело, которое называется цилиндром. *Учитель показывает модель цилиндра.*

1	2
	2. Организовать построение на доске и в тетрадях изображения цилиндра и его частей *(рис. 360 на с. 319)*. – Прямая *AB* называется осью цилиндра, а отрезок *AB* – его высотой. При вращении сторон *AD* и *BC* образуются два равных круга – они называются *основаниями* цилиндра, а их радиус называется *радиусом* цилиндра. При вращении стороны *CD* образуется поверхность, состоящая из отрезков, параллельных оси цилиндра. Ее называют *цилиндрической поверхностью* или *боковой поверхностью* цилиндра, а отрезки, из которых она составлена, – *образующими* цилиндра. Таким образом, ***цилиндр*** – это тело, ограниченное двумя равными кругами и цилиндрической поверхностью. 3. Рассмотреть решение задачи № 1213 *(рис. 366, с. 326)*. Пользуясь принципом Кавальери, можно доказать, что объем цилиндра равен произведению площади основания на высоту.  $\boxed{\begin{array}{l} V = Sh \\ V = Sh = \pi r^2 h \end{array}}$, где S – площадь основания; h – высота цилиндра. 4. Ввести понятие развертки боковой поверхности цилиндра, используя рисунок учебника *(рис. 361)*. Записать в тетрадях: «Площадь боковой поверхности цилиндра равна площади ее развертки, то есть $\boxed{S_{бок} = 2\pi rh}$, где r – радиус основания цилиндра, h – высота цилиндра»

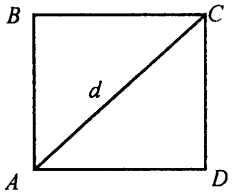
III этап. Закрепление изученного материала

Цель деятельности	Деятельность учителя	Деятельность учащихся
1	2	3
На простейших задачах отработать основные понятии цилиндра	(Ф/И) Организует деятельность учащихся. 1. Решить задачу № 1214 (б; в) на доске и в тетрадях.	**№ 1214.** б) *Дано:* $V = 120$ см^3; $h = 3{,}6$ см. *Найти:* r. *Решение:* $V = Sh$, отсюда $S = \frac{V}{h} = \frac{120}{3{,}6} = \frac{1200}{36} = \frac{100}{3}$, $S_{круга} = \pi r^2$, отсюда $r = \sqrt{\frac{S}{\pi}} = \sqrt{\frac{100}{3\pi}} = \frac{10}{\sqrt{3\pi}}$ (см). Ответ: $\frac{10}{\sqrt{3\pi}}$ см.

Продолжение табл.

1	2	3
		в) *Дано:* $r = h$; $V = 8\pi$ см^3. *Найти:* h. *Решение:* $V = Sh = \pi r^2 \cdot h = \pi \cdot h^2 \cdot h = \pi h^3$, тогда $8\pi = \pi h^3$, отсюда $h^3 = 8$, $h = \sqrt[3]{8} = 2$. Ответ: 2.
	2. Решить задачу № 1216. *(Учащиеся решают задачу самостоятельно, а затем проверяется решение.)*	**№ 1216.** *Дано:* диаметр $d = 1$ м; $h = c$ (длина окружности основания). *Найти:* $S_{бок}$. *Решение:* Длина окружности равна $c = 2\pi r = \pi d$; по условию $h = c$, тогда $h = \pi d = \pi \cdot 1$ м $= \pi$ (м). $S_{бок} = 2\pi r \cdot h = \pi d \cdot h = \pi \cdot 1 \cdot \pi = \pi^2$ (м^2). Ответ: π^2 м^2.
	3. Решить задачу № 1217. Задача практического характера.	**№ 1217.** *Дано:* $h = 4$ м; $d = 20$ см. *Найти:* $S_{бок}$. *Решение:* $S_{бок} = 2\pi rh = \pi dh = \pi \cdot 0{,}2 \cdot 4 = 0{,}8\pi$ (м^2). Найдем 2,5 % от $0{,}8\pi^2$. 2,5 % = 0,025; тогда $0{,}8\pi \cdot 0{,}025 = 0{,}02\pi$ (м^2). Всего пойдет жести: $0{,}8\pi + 0{,}02\pi = 0{,}82\pi$ (м^2) $\approx 0{,}82 \cdot 3{,}14 \approx 2{,}58$ (м^2). Ответ: $\approx 2{,}58$ м^2.
	4. Решить задачу № 1245.	**№ 1245.** *Решение:* Плотность свинца $\rho = 11{,}4$ г/см^3; $h = 25$ м $= 2500$ см. $\rho = \frac{m}{V}$; найдем объем свинцовой трубы: $V = S_{осн} \cdot h = \pi r^2 h$. Основание свинцовой трубы представляет собой кольцо. Найдем площадь кольца по формуле $S_{кольца} = \pi\left(R_1^2 - R_2^2\right)$, где $R_1 = 6{,}5 + 4 = 10{,}5$ (мм), $R_2 = 6{,}5$ мм. $S_{кольца} = \pi(10{,}5^2 - 6{,}5^2) = \pi(10{,}5 - 6{,}5)(10{,}5 = 6{,}5) = \pi \cdot 4 \cdot 17 = 68\pi$ (мм^2) $= 0{,}68\pi$ (см^2).

Продолжение табл.

1	2	3
		Объем свинцовой трубы равен: $V = 0{,}68\pi \cdot 2500 = 1700\pi$ (см^3) ≈ 5338 (см^3) ≈ 5340 см^3. $m = \rho V = 11{,}4 \cdot 5340 \approx 60{,}876$ (кг) ≈ 61 кг. Ответ: 61 кг.
	5. Решить задачу № 1246. *(Учитель объясняет решение.)*	**№ 1246.** *Дано:* по условию задачи $h > r$ на 12 см, тогда $h = r + 12$ см. $S_{\text{полной поверхности}} = 288\pi$ см^2. *Найти:* r и h. *Решение:* $S_{\text{полной поверхности}} = 2S_{\text{осн}} + S_{\text{бок}} = 2 \cdot \pi r^2 + 2\pi rh = 2\pi r^2 + 2\pi r \cdot (r + 12) = 2\pi r^2 +$ $+ 2\pi r^2 + 24\pi r = 4\pi r^2 + 24\pi r$. По условию $S_{\text{полн.}} = 288\pi$ (см^2), тогда $4\pi r^2 + 24\pi r = 288\pi$; разделим обе части равенства на 4π, получим: $r^2 = 6r - 72 = 0$. $r_1 = 6$; $r_2 = -12$ – не удовлетворяет условию задачи. Значит, радиус цилиндра равен 6 см, а высота цилиндра 6 + 12 = 18 (см). Ответ: 6 см; 18 см.
	6. Решить задачу № 1247	**№ 1247.** *Решение:*  Обозначим сторону квадрата x, тогда из ΔADC по теореме Пифагора найдем $d^2 = x^2 + x^2 = 2x^2$; $x^2 = \frac{d^2}{2}$, отсюда $x = \sqrt{\frac{d^2}{2}} = \frac{d}{\sqrt{2}}$. $AB = AD = \frac{d}{\sqrt{2}}$. $S_{\text{квадрата}} = \frac{d^2}{2}$, значит, $S_{\text{бок}} = \frac{d^2}{2}$. Мы знаем, что $S_{\text{бок}} = 2\pi rh$; $h = AB = \frac{d}{\sqrt{2}}$; тогда $\frac{d^2}{2} = 2\pi r \cdot \frac{d}{\sqrt{2}}$; отсюда найдем $r = \frac{d^2 \cdot \sqrt{2}}{2 \cdot 2\pi d} = \frac{d\sqrt{2}}{4\pi}$, $r = \frac{d\sqrt{2}}{4\pi}$.

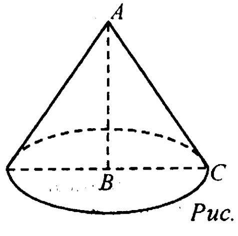
Окончание табл.

<table>
<tr><th>1</th><th>2</th><th>3</th></tr>
<tr><td></td><td></td><td>Площадь основания цилиндра равна
$S = \pi r^2 = \pi \cdot \left(\frac{d\sqrt{2}}{4\pi}\right)^2 = \frac{\pi d^2 \cdot 2}{16\pi^2} = \frac{d^2}{8\pi}$.
Ответ: $\frac{d^2}{8\pi}$</td></tr>
<tr><td colspan="3">IV этап. Итоги урока. Рефлексия</td></tr>
<tr><td colspan="2">Деятельность учителя</td><td>Деятельность учащихся</td></tr>
<tr><td colspan="2">(Ф/И)
– С каким цветом радуги ассоциируется данный урок?
• Оранжевый – радостное, восторженное настроение;
• красный – нервозное, возбужденное состоянии, агрессия;
• синий цвет – грустное настроение, пассивность, усталость, желание отдохнуть;
• зеленый цвет – активность;
• желтый цвет – цвет радости;
• фиолетовый цвет – беспокойное, тревожное настроение, близкое к разочарованию</td><td>(И) Домашнее задание: изучить материал пункта 129, решить задачи № 1214 (а) и № 1244</td></tr>
</table>

Урок 57. Тема: КОНУС

<table>
<tr><td>Цели деятельности учителя</td><td colspan="2">Создать условия для ознакомления учащихся с понятием конуса, его элементами, для выведения формулы, выражающей объем конуса и формулы площади боковой поверхности конуса, для обучения решению задач; способствовать развитию логического мышления</td></tr>
<tr><td>Термины и понятия</td><td colspan="2">Конус, ось конуса, образующая, боковая поверхность, высота конуса</td></tr>
<tr><td colspan="3">Планируемые результаты</td></tr>
<tr><td colspan="2">Предметные умения</td><td>Универсальные учебные действия</td></tr>
<tr><td colspan="2">Умеют объяснять, какое тело называется конусом, что такое его ось, высота, основания, боковая поверхность, образующая, развертка</td><td><i>Познавательные:</i> умеют создавать, применять и преобразовывать знаково-символические средства, модели и схемы для решения учебных и познавательных задач; осознанно владеют логическими действиями определения понятий, обобщения, установления аналогий.
<i>Регулятивные:</i> принимают и сохраняют цели и задачи учебной деятельности.
<i>Коммуникативные:</i> умеют формулировать, аргументировать и отстаивать свое мнение.
<i>Личностные:</i> проявляют способность к эмоциональному восприятию математических объектов, задач, решений, рассуждений</td></tr>
</table>

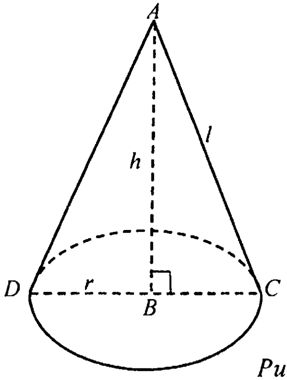
Продолжение табл.

Организация пространства	
Формы работы	Фронтальная (Ф); индивидуальная (И)
Образовательные ресурсы	• Модели конуса
I этап. Актуализация опорных знаний учащихся	
Цель деятельности	Совместная деятельность
Выявить трудности, возникшие при выполнении домашнего задания	(Ф/И) 1. Двое учащихся решают на доске задачи № 1214 (а) и № 1244, заданные на дом. **№ 1214 (а).** *Дано:* $r = 2\sqrt{2}$ см; $h = 3$ см. *Найти:* V. $V = Sh = \pi r^2 h = \pi \cdot \left(2\sqrt{2}\right)^2 \cdot 3 = 24\pi$ (см^3). Ответ: 24π см^3. **№ 1244.** *Дано:* $d = 4$ мм $= 0{,}4$ см; $m = 6{,}8$ кг; $c = 2{,}6$ г/см^3. *Найти:* h (длину провода). $c = \frac{m}{V}$; $V = \frac{m}{\rho}$; $V = \frac{6800}{2{,}6} \approx 2615$ (см^3); $r = 0{,}2$ см. $V_{\text{цил}} = S_{\text{осн}} \cdot h = \pi r^2 h$, отсюда $h = \frac{V}{\pi r^2} = \frac{2615}{3{,}14 \cdot (0{,}2)^2} = \frac{261500}{314 \cdot 0{,}04} \approx 20820$ (см) ≈ 208 м. Ответ: ≈ 208 м. 2. С остальными учащимися проводится работа по ответам на вопросы 15–18 *(с. 327)*
II этап. Изучение нового материала	
Цель деятельности	Совместная деятельность
1	2
Ввести понятие конуса и его элементов	(Ф) Учитель демонстрирует модели конуса, лейку в виде конуса; можно свернуть из бумаги кулек в виде конуса.  *Рис. 1* 1. Возьмем прямоугольный треугольник ABC и будем вращать его вокруг катета AB *(рис. 362, с. 320)*. В результате получится тело, которое называется конусом. *Учитель показывает на доске изображение конуса, учащиеся рисуют конус в тетради.* 2. Прямая AB называется *осью* конуса, а отрезок AB – его *высотой*. При вращении катета BC образуется круг, он называется *основанием* конуса. При вращении гипотенузы AC образуется поверхность, состоящая из отрезков с общим концом A *(рис. 362)*. Ее называют *конической поверхностью* или *боковой поверхностью* конуса, а отрезки, из которых она составлена, – *образующими* конуса. Таким образом, ***конус*** – это тело, ограниченное кругом и конической поверхностью.

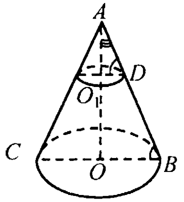
1	2
	3. Пользуясь принципом Кавальери, можно доказать *(см. задачу № 1219)*, что объем конуса равен одной трети произведения площади основания на высоту. $\boxed{V_{\text{конуса}} = \frac{1}{3}Sh = \frac{1}{3}\pi r^2 h}$, где r – радиус основания, h – его высота. 4. Вводится понятие развертки боковой поверхности конуса *(рис. 363 а, б)*. Развертка боковой поверхности конуса представляет собой круговой сектор. Радиус этого сектора равен образующей конуса, то есть равен l, а длина дуги сектора равна длине окружности основания конуса, то есть равна $2\pi r$. 5. Площадь $S_{\text{бок}}$ боковой поверхности конуса равна площади ее развертки, то есть $\boxed{S_{\text{бок}} = \frac{\pi l^2}{360} \cdot \alpha}$, где α – градусная мера дуги сектора *(рис. 363 б)*. Длина дуги окружности с градусной мерой π и радиусом l равна $\frac{\pi l \alpha}{180}$. С другой стороны, длина дуги равна $2\pi r$, то есть $\frac{\pi l \alpha}{180} = 2\pi r$, поэтому $S_{\text{бок}} = \frac{\pi l \alpha}{180} \cdot \frac{l}{2} = 2\pi r \cdot \frac{l}{2} = \pi r l = 2\pi r$. Итак, площадь боковой поверхности конуса с образующей l и радиусом основания r выражается формулой $\boxed{S_{\text{бок}} = \pi r l}$

III этап. Решение задач		
Цель деятельности	Деятельность учителя	Деятельность учащихся
1	2	3
Совершенствовать навыки решения задач по изученной теме	(Ф/И) Организует деятельность учащихся. 1. Решить задачу № 1220 (б, в). *(Учащиеся решают самостоятельно, потом выполняется проверка.)*	**№ 1220.** б) *Дано:* $r = 4$ см; $V = 48\pi$ см^3. *Найти:* h. *Решение:* $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$; отсюда $h = h = \frac{3V}{\pi r^2} = \frac{3 \cdot 48\pi}{\pi \cdot 16} = 9$ (см). Ответ: 9 см. в) *Дано:* $h = m$; $V = \rho$. *Найти:* r. $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$; найдем $r^2 = \frac{3V}{\pi h}$, тогда $r = \sqrt{\frac{3V}{\pi h}} = \sqrt{\frac{3\rho}{\pi m}}$. Ответ: $\sqrt{\frac{3\rho}{\pi m}}$.

Продолжение табл.

1	2	3
	2. Решить задачу № 1221 на доске и в тетрадях.	**№ 1221.** $S_{осн} = Q$, $S_{бок} = P$. *Найти:* V.  *Рис. 2* 1) $S_{осн} = \pi r^2 = Q$, отсюда $r = \sqrt{\frac{Q}{\pi}}$. 2) $S_{бок} = \pi r l = P$, отсюда $l = \frac{P}{\pi r} = \frac{P}{\pi\sqrt{\frac{Q}{\pi}}}$. 3) По теореме Пифагора из ΔABC найдем $h^2 = l^2 - r^2 = \frac{P^2}{\pi Q} - \frac{Q}{\pi} = \frac{P^2 - Q^2}{\pi Q}$. Значит, $h = \sqrt{\frac{P^2 - Q^2}{\pi Q}}$. 4) Найдем объем конуса: $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3} Q \cdot \sqrt{\frac{P^2 - Q^2}{\pi Q}} = \frac{1}{3}\sqrt{\frac{Q^2(P^2 - Q^2)}{\pi Q}} = \frac{1}{3}\sqrt{\frac{Q(P^2 - Q^2)}{\pi}}$. Ответ: $\frac{1}{3}\sqrt{\frac{Q(P^2 - Q^2)}{\pi}}$.
	3. Решить задачу № 1222.	**№ 1222.** По условию $S_{полн.\ конуса} = 45\pi$ дм^2; $\alpha = 60°$. *Найти:* V. $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$. $S_{полн.\ конуса} = S_{осн} + S_{бок} = \pi r^2 + \frac{\pi l^2}{360} \cdot \alpha = \pi r^2 + \frac{\pi l^2 \cdot 60}{360} = \pi r^2 + \frac{\pi l^2}{6}$. Получили, что $S_{бок} = \frac{\pi l^2}{6}$, с другой стороны, $S_{бок} = \pi r l$, тогда приравняем эти два равенства, получим $\frac{\pi l^2}{6} = \pi r l$; разделим обе части на πl, получим $\frac{l}{6} = r$, отсюда $l = 6r$.

Окончание табл.

1	2	3
	             4. Решить задачу № 1248. *(Учитель объясняет решение задачи.)*	По условию $S_{\text{полн}} = 45\pi$ дм^2, значит, $45\pi = \pi r^2 + \frac{\pi(6r)^2}{6}$; $45\pi = \pi r^2 + 6\pi r^2$; $45\pi = 7\pi r^2$, отсюда $r^2 = \frac{45}{7}$. Из ΔABC по теореме Пифагора найдем $h^2 = l^2 - r^2 = (6r)^2 - r^2 = 36r^2 - r^2 =$ $= 35r^2 = \frac{35 \cdot 45}{7} = 225.$ $h = \sqrt{225} = 15$; $h = 15$ дм. Найдем объем конуса $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3}\pi \cdot \frac{45}{7} \cdot 15 = \frac{225\pi}{7}$ (дм^3). Ответ: $\frac{225\pi}{7}$ дм^3. **№ 1248.** *Решение:* В тетрадях учащиеся записывают следующую теорему: «Объемы двух подобных тел относятся как кубы их соответствующих линейных размеров».  *Рис. 3* *Дано:* $AO = h = 5$ см; $AO_1 = h_1 = 2$ см; плоскости сечения и основания параллельны; $V_1 = 24$ см. *Найти* объем данного конуса V. *Решение:* $\angle OAB$ – общий угол; $\angle ADO_1 = \angle ABO$ (соответственные углы), то $\Delta AOB \sim \Delta AO_1D$ (по двум углам), тогда $\frac{AO_1}{AO} = k$, значит, $k = \frac{2}{5}$. $\frac{V_1}{V} = k^3$. Следовательно, $\frac{24}{V} = \left(\frac{2}{5}\right)^3$; $\frac{24}{V} = \frac{8}{125}$, отсюда $V = \frac{125 \cdot 24}{8} = 375$ (см^3). Ответ: 375 см^3

IV этап. Итоги урока. Рефлексия

Деятельность учителя	Деятельность учащихся
(Ф/И) – Какое геометрическое тело изучили на уроке? – Назовите его элементы. – Составьте синквейн к уроку	(И) Домашнее задание: изучить материал пункта 130; ответить на вопросы 19–22 (с. 327–328); решить № 1220 (а), 1249, 1250; записать в тетрадь решение задачи № 1219 (с. 324)

Урок 58. Тема: СФЕРА И ШАР

Цели деятельности учителя	Создать условия для введения понятий «сфера», «центр сферы», «радиус сферы», «диаметр», определения шара, для обучения изображению шара; рассмотрения доказательств теоремы об объеме шара и площади сферы; способствовать развитию умения решать задачи
Термины и понятия	Шар, сфера, радиус

Планируемые результаты

Предметные умения	**Универсальные учебные действия**
Умеют объяснять, какое тело называется шаром, что такое сфера	*Познавательные:* умеют создавать, применять и преобразовывать знаково-символические средства, модели и схемы для решения учебных и познавательных задач; осознанно владеют логическими действиями определения понятий, обобщения, установления аналогий. *Регулятивные:* принимают и сохраняют цели и задачи учебной деятельности. *Коммуникативные:* умеют формулировать, аргументировать и отстаивать свое мнение. *Личностные:* имеют целостное мировоззрение, соответствующее современному уровню развития науки и общественной практики

Организация пространства

Формы работы	Фронтальная (Ф); индивидуальная (И)
Образовательные ресурсы	• Задания для проверочной работы

I этап. Актуализация опорных знаний учащихся

Цель деятельности	Совместная деятельность
1	2
Выявить трудности, возникшие при выполнении домашнего задания	(Ф/И) 1. Обсуждение вопросов учащихся по домашнему заданию. 2. Проверка решения № 1249 и 1250 на доске. **№ 1249.** По условию $h = 12$ см, $V = 324\pi$ см^3. Найти α – дугу развертки боковой поверхности конуса. 1) $V = \frac{1}{3}\pi r^2 h$; $324\pi = \frac{1}{3}\pi r^2 \cdot 12$; $324 = 4r^2$; $r^2 = 81$; $r = 9$ (см). 2) $S_{бок} = \frac{\pi l^2}{360} \cdot \alpha = \pi r l$, отсюда, сократив обе части равенства на πl, получим $\frac{l \cdot \alpha}{360} = r$, тогда $\frac{l \cdot \alpha}{360} = 9$, значит, $\alpha = \frac{360° \cdot 9}{l}$. 3) $l^2 = h^2 + r^2$, $l = \sqrt{h^2 + r^2} = \sqrt{12^2 + 9^2} = \sqrt{144 + 81} = \sqrt{225} = 15$ (см).

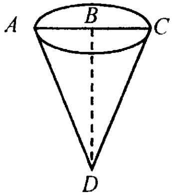
1	2
	4) $\alpha = \frac{360^\circ \cdot 9}{15} = 216^\circ$. Ответ: $\alpha = 216^\circ$. **№ 1250.** По условию $\alpha = 120^\circ$. Радиус развертки боковой поверхности конуса равен образующей конуса, то есть $l = r_1 = 9$ см, где r_1 – радиус сектора. 1) $S_{бок} = \frac{\pi l^2}{360} \cdot \alpha = \frac{\pi \cdot 9}{360^\circ} \cdot 120^\circ = 27\pi\ (см^2)$. 2) С другой стороны, $S_{бок} = \pi r l$, значит, $27\pi = \pi \cdot r \cdot 9$, отсюда $r = 3$ см (это радиус конуса). 3) $S_{осн} = \pi r^2 = \pi \cdot 3^2 = 9\pi\ (см^2)$. 4) $h^2 = l^2 - r^2$, то $h = \sqrt{l^2 - r^2} = \sqrt{9^2 - 3^2} = \sqrt{(9-3)(9+3)} = \sqrt{6 \cdot 12} = \sqrt{6 \cdot 6 \cdot 2} = 6\sqrt{2}$ (см). Ответ: 9π см^2; $6\sqrt{2}$ см. 3. Проверочная работа (10 мин). *Учащиеся на отдельных листках отвечают на вопросы, выполняют построения, а затем сдают работы на проверку учителю.* **Вариант I** 1. Объясните, какое тело называется цилиндром; что такое ось, высота, основание, радиус, боковая поверхность, образующие цилиндра. Выполните построение цилиндра. 2. Какой формулой выражается объем цилиндра? Запишите формулу. 3. Объясните, как получается и что представляет собой развертка боковой поверхности цилиндра. 4. Запишите формулу площади боковой поверхности цилиндра. **Вариант II** 1. Объясните, какое тело называется конусом; что такое ось, высота, основание, боковая поверхность, образующие конуса. Выполните построение конуса. 2. Какой формулой выражается объем конуса? Запишите формулу. 3. Объясните, как получается и что представляет собой развертка боковой поверхности конуса. 4. Запишите формулу площади боковой поверхности конуса
II этап. Изучение новой темы	
Цель деятельности	Совместная деятельность
1	2
Ввести понятия сферы и шара	(И) 1. Учащиеся самостоятельно изучают материал пункта 131 «Сфера и шар» *(с. 322–323)*. Затем учитель показывает на доске изображения сферы и шара *(рис. 364, 365)*, а учащиеся выполняют построение сферы и шара в тетрадях. 2. В тетрадях учащиеся записывают:

1	2
	а) *Сферой* называется поверхность, состоящая из всех точек пространства, расположенных на данном расстоянии от данной точки. Данная точка называется *центром* сферы, а данное расстояние – *радиусом* сферы. б) Отрезок, соединяющий две точки сферы и проходящий через ее центр, называется *диаметром* сферы. в) Тело, ограниченное сферой, называется *шаром.* Центр, радиус и диаметр сферы называются также центром, радиусом и диаметром шара. г) Объем шара радиуса R равен $\frac{4}{3}\pi R^3$. д) Площадь сферы радиуса R равна $4\pi R^2$. $\boxed{V_{\text{шара}} = \frac{4}{3}\pi R^3}$ $\boxed{S_{\text{сферы}} = 4\pi R^2}$

III этап. Решение задач

Цель деятельности	Деятельность учителя	Деятельность учащихся
1	2	3
Совершенствовать навыки решения задач на изученную тему	(Ф/И) Организует деятельность учащихся. 1. Решить задачу № 1226 (б, в) *(самостоятельно)*. 2. Решить задачу № 1227 на доске и в тетрадях. 2. Решить задачу № 1229 *(самостоятельно, затем решение задачи проверяется)*.	**№ 1227.** Диаметр Луны составляет (приближенно) четвертую часть диаметра Земли, то есть $d_{\text{Земли}} = 4d_{\text{Луны}}$, тогда радиус Земли в 4 раза больше радиуса Луны, то есть $R_1 = 4R_2$. Найдем объем Луны $V_2 = \frac{4}{3}\pi R_2^3$. Найдем объем Земли $V_1 = \frac{4}{3}\pi R_1^3 = \frac{4}{3}\pi\cdot(4R_2)^3 = \frac{4}{3}\pi\cdot 64R_2^3 =$ $= 64\cdot\left(\frac{4}{3}\pi R_2^3\right) = 64V_2$. Значит, объем Земли в 64 раза больше объема Луны. Ответ: в 64 раза. **№ 1229.** По условию $R = 10$ см. По формуле $S = 4\pi R^2$ найдем площадь сферы (покрышки футбольного мяча). $S = 4\pi\cdot 10^2 = 400\pi$ (см^2) $\approx 400\cdot 3{,}14 \approx 1256$ (см^2). 8 % = 0,08 от 1256 равно $1256\cdot 0{,}08 = 100{,}48$ (см^2). На покрышку футбольного мяча необходимо кожи: $1256 + 100{,}48 = 1356{,}48 \approx 1357$. Ответ: ≈ 1357 см^2.

Окончание табл.

1	2	3
	3. Решить задачу № 1228 практического содержания.	**№ 1228.**  По условию $BD = h = 12$ см; $AC = 5$ см, тогда $BC = r = 2{,}5$ см. Найдем объем конуса (объем стаканчика для мороженого): $V_{\text{конуса}} = \frac{1}{3}\pi r^2 h = \frac{1}{3}\pi \cdot 6{,}25 \cdot 12 = 25\pi$ (см^3). Положим две ложки мороженого в виде полушарий, тогда вместе они составляют шар диаметром 5 см, то есть радиусом 2,5 сантиметра. Найдем объем шара (объем мороженого): $V_{\text{шара}} = \frac{4}{3}\pi R^3 = \frac{4}{3}\pi \cdot (2{,}5)^3 = \frac{4}{3}\pi \cdot 6{,}25 \cdot 2{,}5 = (4\pi \cdot 6{,}25) \cdot \frac{2{,}5}{3} =$ $= 25\pi \cdot \frac{2{,}5}{3} \approx 25\pi \cdot 0{,}8$ (см^3). Значение выражения $25\pi \cdot 0{,}8$ меньше значения выражения 25π. Поэтому объем шара (объем мороженого) меньше объема конуса (объема стаканчика для мороженого). Значит, мороженое, если оно растает, не переполнит стаканчик. Ответ: нет.
	4. Решить задачу № 1231 на доске и в тетрадях	**№ 1231.** Отношение объемов двух шаров равно кубу коэффициента подобия, так как любые шары – это подобные тела. $V_1 : V_2 = k^3$. По условию $V_1 : V_2 = 8 = 2^3$, отсюда, $k = 2$. Аналогично теореме «Отношение площадей двух подобных треугольников (фигур) равно квадрату коэффициента подобия» *(см. пункт 58 на с. 139 учебника)* имеем, что отношение площадей поверхностей двух подобных тел равно квадрату коэффициента подобия. $S_1 : S_2 = k^2$. Так как $k = 2$, то $S_1 : S_2 = 2^2 = 4$, то есть $S_1 : S_2 = 4 : 1$. Ответ: 4 : 1

IV этап. Итоги урока. Рефлексия

Деятельность учителя	Деятельность учащихся
(Ф/И) – Какое тело изучили на уроке? – Чем отличается шар от сферы? – Задайте три вопроса по теме урока	(И) Домашнее задание: изучить материал пункта 131, ответить на вопросы 23–26, записать в тетради решения задач 1224, 1225

Урок 59. Тема: РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ ПО ТЕМЕ «ТЕЛА ВРАЩЕНИЯ»

<table>
<tr><td>Цель деятельности учителя</td><td colspan="2">Создать условия для систематизации знаний по теме «Тела вращения», установления взаимосвязи геометрии с окружающим миром</td></tr>
<tr><td>Термины и понятия</td><td colspan="2">Шар, сфера, конус, цилиндр</td></tr>
<tr><td colspan="3">Планируемые результаты</td></tr>
<tr><td colspan="2">Предметные умения</td><td>Универсальные учебные действия</td></tr>
<tr><td colspan="2">Владеют базовым понятийным аппаратом по основным разделам содержания</td><td><i>Познавательные:</i> умеют создавать, применять и преобразовывать знаково-символические средства, модели и схемы для решения учебных и познавательных задач; осознанно владеют логическими действиями определения понятий, обобщения, установления аналогий.
<i>Регулятивные:</i> принимают и сохраняют цели и задачи учебной деятельности.
<i>Коммуникативные:</i> умеют формулировать, аргументировать и отстаивать свое мнение, работать в паре.
<i>Личностные:</i> имеют целостное мировоззрение, соответствующее современному уровню развития науки и общественной практики</td></tr>
<tr><td colspan="3">Организация пространства</td></tr>
<tr><td>Формы работы</td><td colspan="2">Фронтальная (Ф); индивидуальная (И); парная (П)</td></tr>
<tr><td>Образовательные ресурсы</td><td colspan="2">• Загадки геометрического содержания;
• задания для математического диктанта, домашней работы;
• сведения из справочной литературы о предметах, имеющих схожесть с геометрическими телами;
• задачи для фронтальной и парной работы</td></tr>
<tr><td colspan="3">I этап. Актуализация опорных знаний учащихся</td></tr>
<tr><td>Цель деятельности</td><td colspan="2">Совместная деятельность</td></tr>
<tr><td>1</td><td colspan="2">2</td></tr>
<tr><td>Систематизировать теоретические знания по теме</td><td colspan="2">(Ф/И)
1. Обсудить вопросы учащихся по домашнему заданию.
2. Ответить на вопросы:
1) Как образован цилиндр? Из каких геометрических фигур состоит его развертка? Как вычисляют площадь поверхности цилиндра?
2) Конус – результат вращения какой фигуры? Из каких геометрических фигур состоит его развертка? Как вычисляют площадь поверхности конуса?
3) Вращением какой фигуры образована сфера? Назовите особенности этой фигуры.
3. Закончить фразу:
1) Тело, состоящее из двух кругов, не лежащих в одной плоскости и совмещаемых параллельным переносом, и всех отрезков, соединяющих соответствующие точки этих кругов, называется … <i>(цилиндром).</i>
2) Расстояние между плоскостями оснований цилиндра называется … <i>(высотой).</i></td></tr>
</table>

Продолжение табл.

1	2
	3) Тело, которое состоит из круга, точки, не лежащей в плоскости этого круга, и всех отрезков, соединяющих эту точку с точками круга, называется … *(конусом).* 4) Прямая, содержащая высоту конуса, называется … *(осью конуса).* 5) Тело, которое состоит из всех точек пространства, находящихся на расстоянии, не большем данного, от данной точки, называется … *(шаром).* 6) Граница шара называется … *(сферой)*
II этап. Учебно-познавательная деятельность	
Цель деятельности	Совместная деятельность
Показать связь тел вращения с окружающим миром	(Ф) *Мозг хорошо устроенный лучше, чем мозг хорошо наполненный (А. Монтень).* ***Гиперболоид*** – фигура, образованная вращением гиперболы вокруг оси. ***Параболоид*** – фигура, образованная вращением… *(учащиеся самостоятельно дают определение).* ***Эллипсоид*** – фигура, образованная вращением… *(учащиеся самостоятельно дают определение).* ***Шар*** – фигура, образованная вращением полукруга вокруг диаметра. Один мы есть предпочитаем, *(Бублик.)* Другим мы талию спасаем, *(Обруч.)* Третьим мышцы мы качаем, *(Эспандер.)* Четвертым транспорт подкуем, *(Камеры колес.)* Пятый на воду бросаем, *(Спасательный круг.)* Геометрическую форму одним лишь Словом назовем… *(Круг).* *Юла* – детская игрушка, но это тоже тело вращения. Геометрически – гироскоп. *Купол* – тело вращения. В древние времена при строительстве храмов использовалась шаровидная форма купола; современная форма куполов напоминает форму луковицы или горящей свечи. Купола – это строительные сооружения достаточно больших размеров, так диаметр купола Исаакиевского собора в Петербурге составляет 26 метров. Человечество давно оценило красоту и практичность точных геометрических форм: древние гончарные круги, глиняные сосуды, которые находят археологи, древняя и современная архитектура, домашняя и церковная утварь – это не только предметы обихода, но и произведения искусства. *(Можно продемонстрировать фотографии водосвятных чаш, купелей и подсвечников.)* Все эти предметы объединяют симметрия, соразмерность тел вращения. (Каких?)   

Продолжение табл.

III этап. Решение задач		
Цель деятельности	Деятельность учителя	Деятельность учащихся
1	2	3
Совершенствовать навыки решения задач; способствовать развитию логического мышления	(Ф/И) 1. Сколько потребуется листов железа площадью 2 кв. м, если нужно сварить сейф длиной 0,7 м, глубиной 0,5 м, высотой 1,5 м?	*Решение:* 1. Сейф имеет форму 4-угольной прямоугольной призмы, для которой: $S = 2ab + PH$, $S = 2 \cdot 0{,}7 \cdot 0{,}5 + 2 \cdot (0{,}7 + 0{,}5) \cdot 1{,}5 = 4{,}3$ (кв. м). Ответ: потребуется 3 листа железа.
	2. Молоко переливают в пол-литровую банку с помощью шестигранного стакана. Сколько стаканов молока войдет в банку, если известно, что сторона основания стакана равна 2 см, а его высота – 12 см?	2. Объем стакана: $V = S_{\text{осн}} \cdot H = 6 \cdot 0{,}5 \cdot 2 \cdot 2 \cdot \sin 60° \cdot 12 = 72\sqrt{3} \approx 125$ см^3. Объем банки: 0,5 дм^3 = 500 см^3, 500 : 125 = 4 стакана. Ответ: 4.
	3. Стаканчик для мороженого конической формы имеет глубину 12 см и диаметр верхней части 4 см. На него сверху положили мороженое в виде двух полушарий диаметром 4 см. Переполнит ли мороженое стаканчик, если оно растает?	3. Объем стаканчика: $V = \frac{1}{3} S_{\text{осн}} H = \frac{1}{3} \cdot 3{,}14 \cdot 4 \cdot 12 = 50{,}24$ см^3. Объем мороженого: $V = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot R^3 = \frac{4}{3} \cdot 3{,}14 \cdot 8 \approx 33{,}5$ см^3. Ответ: не переполнит.
	4. Сколько металлических шариков радиусом 3 см можно отлить, расплавив шар радиусом 6 см?	4. $V_{\text{ш}} = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot 216 = 288\pi$. $V_{\text{маленького шарика}} = 36\pi$. Количество шариков $288\pi : 36\pi = 8$. Ответ: 8
	5. Математический диктант: подтвердить или опровергнуть утверждения. **Вариант I** 1. При вращении прямоугольника около стороны как оси получаем цилиндр. *(Да.)* 2. Отрезки, соединяющие вершину конуса с точками окружности, называются образующими конуса. *(Да.)* 3. Высота цилиндра больше его образующей. *(Нет.)* **Вариант II** 1. При вращении прямоугольного треугольника вокруг его катета как оси получаем конус. *(Да.)* 2. Отрезки, соединяющие соответствующие точки окружностей оснований цилиндра, называются образующими цилиндра. *(Да.)*	

Окончание табл.

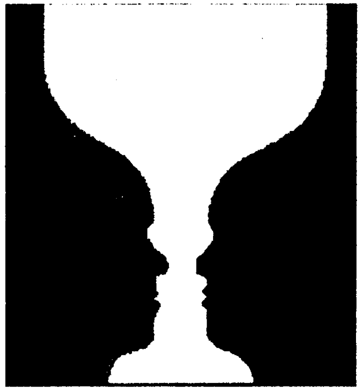
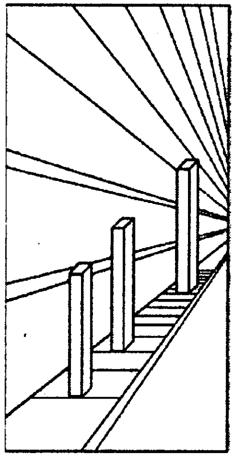
1	2	3
	3. Высота конуса больше его образующей. *(Нет.)* (П) 6. Решить задачи: 1) Найдите *V* тела, полученного при вращении прямоугольника со сторонами 5 см и 3 см вокруг большей стороны. 2) Найдите *V* тела, полученного при вращении прямоугольного треугольника *ABC* с катетами 8 см и 6 см вокруг меньшего катета. 3) Высота конуса равна 15 см, а радиус основания равен 8 см. Найдите образующую конуса. 4) Радиус основания конуса равен 5 см, а образующая конуса равна 13 см. Найдите объем конуса. 5) Модель шара диаметром 12 см и модель куба с ребром 1 дм изготовлены из одного и того же материала. Масса какой модели меньше?	

IV этап. Итоги урока. Рефлексия	
Деятельность учителя	Деятельность учащихся
(Ф/И) – Что повторили на уроке? – Оцените свою работу на уроке. Работу в паре. – Что для вас оказалось наиболее сложным?	(И) Домашнее задание: решить задачи. 1) Высота конуса равна 12 см, а его образующая равна 13 см. Найдите площадь полной поверхности конуса. 2) Найдите объем тела полученного при вращении прямоугольного треугольника с катетом 6 см и гипотенузой 10 см вокруг большего катета

Урок 60. Тема: ОБ АКСИОМАХ ПЛАНИМЕТРИИ

Цель деятельности учителя	Создать условия для организации и проведения закрепления знаний учащихся об основных аксиомах планиметрии
Термины и понятия	Плоскость, прямая, точка
Планируемые результаты	
Предметные умения	**Универсальные учебные действия**
Владеют базовым понятийным аппаратом по основным разделам содержания	*Познавательные:* имеют первоначальные представления об идеях и о методах математики как об универсальном языке науки, о средстве моделирования явлений и процессов; осознанно владеют логическими действиями определения понятий, обобщения, установления аналогий. *Регулятивные:* принимают и сохраняют цели и задачи учебной деятельности. *Коммуникативные:* умеют формулировать, аргументировать и отстаивать свое мнение, работать в паре. *Личностные:* имеют целостное мировоззрение, соответствующее современному уровню развития науки и общественной практики

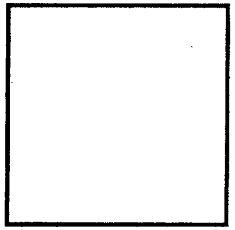
Продолжение табл.

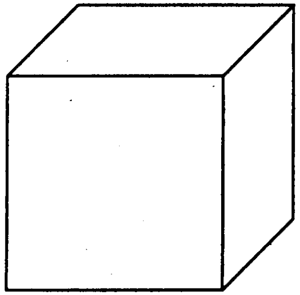
<table>
<tr><td colspan="2">Организация пространства</td></tr>
<tr><td>Формы работы</td><td>Фронтальная (Ф); индивидуальная (И)</td></tr>
<tr><td>Образовательные ресурсы</td><td>• Задания для фронтальной работы</td></tr>
<tr><td colspan="2">I этап. Изучение новой темы</td></tr>
<tr><td>Цель деятельности</td><td>Совместная деятельность</td></tr>
<tr><td>1</td><td>2</td></tr>
<tr><td>Рассмотреть основные аксиомы стереометрии</td><td>(Ф)
– Что такое геометрия?
– Какой раздел геометрии мы изучали в 7–9 классах? <i>(Планиметрия.)</i>
– Какой еще раздел геометрии вы знаете? <i>(Стереометрия.)</i> Что он изучает?
<i>Учащиеся формулируют определение и более точное записывают в тетради.</i>
– Изучение стереометрии важно, именно она дает необходимые пространственные представления, знакомит с законами восприятия и изображения пространственных фигур, что позволяет человеку ориентироваться в окружающем мире.
Пример 1. (Из книги И. М. Фейгенберга «Видеть – предвидеть – действовать»). Рассмотрите рисунки. Что вы видите на них?
</td></tr>
</table>

Продолжение табл.

1	2

Пример 2. Что изображено на рисунках?





Учитель акцентирует внимание учащихся на том, что с таким изображением куба очень трудно работать: не все элементы видны.

– Для того, чтобы правильно изображать пространственные фигуры и решать геометрические загадки, необходимо знать и уметь применять аксиомы планиметрии.

Аксиома – греческое слово, означающее «достойная признания». Это факты, которые принимаются без доказательства. Остальные утверждения доказываются и называются теоремами, следствиями, свойствами и признаками.

Учитель совместно с учащимися рассматривает аксиомы 1, 2 на с. 337.

– Сформулируйте 3-ю аксиому планиметрии. *(Через любые две точки можно провести прямую, и притом только одну. Из трех точек прямой одна и только одна лежит между двумя другими.)*

	Аксиома 1	Аксиома 2	Аксиома 3
Рисунок			
Формулировка			
Краткая запись			

– Плоскости обозначают греческими буквами α, β, γ.

– Наряду с точкой, прямой и плоскостью в планиметрии рассматривают геометрические тела, изучают их свойства, измеряют их площади и объемы. Рассматриваются такие случаи, когда не все точки, линии и углы данной или данных фигур будут располагаться на одной плоскости.

Далее учитель строит свою работу с классом по учебнику с. 337–341.

Окончание табл.

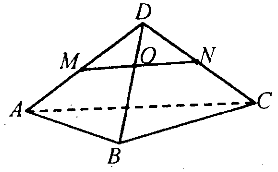
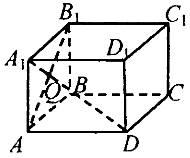
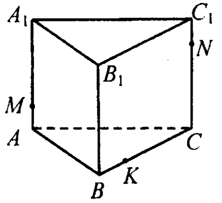
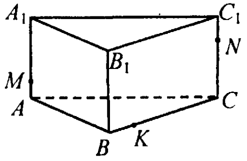
II этап. Закрепление изученного материала	
Цель деятельности	Совместная деятельность
На простейших задачах отработать понимание аксиом стереометрии	(Ф/И). 1. Решить задачи. 1) Три мухи разлетелись в разные стороны. При каких условиях все они окажутся в одной плоскости? *(Аксиома 1.)* 2) Угольный пласт обычно залегает так, что его верхняя граница представляет собой часть плоскости. Какое наименьшее число скважин следует прорубить для того, чтобы определить, как расположен пласт? *(Аксиома 1.)* 3) Постройте изображение куба $ABCDA_1B_1C_1D_1$. а) Назовите плоскости, в которых лежат точка M, точка N. б) Найдите точку F – точку пересечения прямых MN и BC. Каким свойством обладает точка F? в) Найдите точку пересечения прямой KN и плоскости (ABC)

III этап. Итоги урока. Рефлексия	
Деятельность учителя	Деятельность учащихся
(Ф/И) – С чем познакомились на уроке? – Перечислите аксиомы планиметрии. – Составьте синквейн к уроку	(И) Домашнее задание: подготовить сообщения на тему «Этапы развития геометрии»

Урок 61. Тема: ОБ АКСИОМАХ ПЛАНИМЕТРИИ

Цель деятельности учителя	Создать условия для систематизации знаний по теме «Аксиомы планиметрии»
Термины и понятия	Плоскость, прямая, точка
Планируемые результаты	
Предметные умения	**Универсальные учебные действия**
Владеют базовым понятийным аппаратом по основным разделам содержания	*Познавательные:* имеют первоначальные представления об идеях и о методах математики как об универсальном языке науки, о средстве моделирования явлений и процессов; осознанно владеют логическими действиями определения понятий, обобщения, установления аналогий. *Регулятивные:* принимают и сохраняют цели и задачи учебной деятельности. *Коммуникативные:* умеют формулировать, аргументировать и отстаивать свое мнение, работать в паре. *Личностные:* имеют целостное мировоззрение, соответствующее современному уровню развития науки и общественной практики
Организация пространства	
Формы работы	Фронтальная (Ф); индивидуальная (И)
Образовательные ресурсы	• Сведения из справочной литературы о развитии геометрии как науки; • задания для фронтальной работы

Окончание табл.

<table>
<tr><th colspan="2">I этап. Актуализация опорных знаний учащихся</th></tr>
<tr><td>Цель деятельности</td><td>Совместная деятельность</td></tr>
<tr><td>Оценить сообщения учащихся о развитии геометрии</td><td>(Ф/И) Учащиеся делают сообщения о развитии геометрии <i>(см. Ресурсный материал)</i></td></tr>
<tr><th colspan="2">II этап. Решение задач</th></tr>
<tr><td>Цель деятельности</td><td>Совместная деятельность</td></tr>
<tr><td>Совершенствовать навыки решения задач</td><td>(Ф/И)
Решить задачи на доске и в тетрадях.
1) Найдите ошибку и обоснуйте свой ответ.

<i>Рис. 1</i>

<i>Рис. 2</i>

<i>Рис. 3</i>
2) По чертежу <i>(рис. 4)</i> назовите:
а) линию пересечения плоскостей (ABC) и (AA_1B_1);
б) плоскости, которым принадлежат точка M, точка B;
в) плоскость, в которой лежит прямая MN; прямая KN.

<i>Рис. 4</i>
3) Постройте: а) точку пересечения прямой MN и плоскости (ABC); б) точку пересечения прямой MN и плоскости $(A_1B_1C_1)$;
в) линию пересечения плоскостей (ABC) и (MNK); г) точку пересечения прямой KN с плоскостью (ABC); д) линию пересечения плоскостей (AA_1B_1)и (MNK)</td></tr>
<tr><th colspan="2">III этап. Итоги урока. Рефлексия</th></tr>
<tr><td>Деятельность учителя</td><td>Деятельность учащихся</td></tr>
<tr><td>(Ф/И)
– Что узнали на уроке?
– На какие четыре этапа делится история развития геометрии?</td><td>(И) Домашнее задание: прочитать статью в учебнике на с. 341–344</td></tr>
</table>

Ресурсный материал

Развитие геометрии

В развитии геометрии можно выделить **четыре** основных периода. **Первый** – период зарождения геометрии как математической науки – протекал в Древнем Египте, Вавилоне и Греции примерно до V в. до н. э. Первичные геометрические сведения появляются на самых ранних ступенях развития общества. Зачатками науки следует считать установление первых общих закономерностей, в данном случае – зависимостей между геометрическими величинами. Самое раннее сочинение, содержащее геометрические сведения, дошло до нас из Древнего Египта и относится примерно к XVII в. до н. э., но и оно, несомненно, не первое. Геометрические сведения того периода были немногочисленны и сводились прежде всего к вычислению некоторых площадей и объемов. Они излагались в виде правил, по-видимому, в большой мере эмпирического происхождения, логические же доказательства были, вероятно, еще очень примитивными. Геометрия, по свидетельству греческих историков, была перенесена в Грецию из Египта в VII в. до н. э. Здесь на протяжении нескольких поколений она складывалась в стройную систему. Процесс этот происходил путем накопления новых геометрических знаний, выяснения связей между разными геометрическими фактами, выработки приемов доказательств и, наконец, формирования понятий о фигуре, геометрическом предложении и доказательстве. Геометрия превратилась в самостоятельную математическую науку: появились систематические ее изложения, где ее предложения последовательно доказывались. С этого времени начинается **второй** период развития геометрии. Известны упоминания о систематических изложениях геометрии, среди которых данное в V в. до н. э. Гиппократом Хиосским. Сохранились и сыграли в дальнейшем решающую роль появившиеся около 300 лет до н. э. «Начала» Евклида. Здесь геометрия представлена так, как ее в основном понимают и теперь, если ограничиваться элементарной геометрией; это наука о простейших пространственных формах и отношениях, развиваемая в логической последовательности исходя из явно формулированных основных положений (аксиом) и основных пространственных представлений. Геометрия, развиваемая на этих основаниях (аксиомах), уточненная и обогащенная как в предмете, так и в методах исследования, называется евклидовой. В Греции к ней добавляются новые результаты: возникают новые методы определения площадей и объемов (Архимед, III в. до н. э.), учение о конических сечениях (Аполлоний Пергский, III в. до н. э.), присоединяются зачатки тригонометрии (Гиппарх, II в. до н. э.) и геометрии на сфере (Менелай, I в. н. э.). Упадок античного общества привел к некоторому застою в развитии геометрии, однако она продолжала развиваться в Индии, Средней Азии, в странах арабского Востока. Возрождение наук и искусств в Европе повлекло дальнейший расцвет геометрии. Принципиально новый шаг был сделан в 1-й половине XVII в. Р. Декартом, который ввел метод координат, позволивший связать геометрию с развивавшейся алгеброй и зарождающимся анализом. Применение методов этих наук в геометрии породило аналитическую геометрию, а потом и дифференциальную. Геометрия этого периода перешла на качественно новую ступень по сравнению с геометрией древних: в ней рассматриваются уже гораздо более общие фигуры и используются существенно новые методы. С этого времени начинается **третий** период развития геометрии. Аналитическая геометрия изучает фигуры и преобразования, задаваемые алгебраическими уравнениями в прямоугольных координатах, используя при этом методы алгебры. Дифференциальная геометрия, возникшая в XVIII в. в результате работ Л. Эйлера, Монжа и др., исследует уже любые достаточно гладкие кривые линии и поверхности, их семейства (то есть их непрерывные совокупности) и преобразования. (Понятию «дифференциальная геометрия» придается теперь часто более общий смысл; ее название связано в основном с методом, исходящим из дифференциального исчисления.) К 1-й половине XVII в. относится зарождение проективной геометрии в работах Ж. Дезарга и Б. Паскаля. Она возникла из задач изображения тел на плоскости; ее первый предмет составляют те свойства плоских фигур, которые сохраняются при проектировании с одной плоскости на другую из любой точки. Окончательное оформление и систематическое изложение этих новых направлений геометрии были даны в XVIII – начале XIX вв. Эйлером для аналитической геометрии (1748 г.), Монжем для дифференциальной геометрии (1795 г.), Ж. Понселе для проективной геометрии (1822 г.), причем само учение о геометрическом изображении (в прямой связи с задачами черчения) было еще раньше (1799 г.) развито и приведено в систему Монжем в виде начертательной геометрии. Во всех этих новых дисциплинах основы (аксиомы, исходные понятия) геометрии оставались неизменными, круг же изучаемых фигур и их свойств, а также применяемых методов расширялся. **Четвертый** период в развитии геометрии открывается построением Н. И. Лобачевским в 1826 г. новой, неевклидовой геометрии, называемой теперь геометрией Лобачевского. Независимо от Лобачевского в 1832 г. ту же геометрию построил Я. Больяй (подобные идеи развивал и К. Гаусс, но он не опубликовал их). Источник, сущность и значение идей Лобачевского сводятся к следующему. В геометрии Евклида имеется аксиома о параллельных, утверждающая: «через точку, не лежащую на данной прямой, можно провести не более чем одну прямую, параллельную данной». Многие геометры пытались доказать эту аксиому, исходя из других основных посылок геометрии Евклида, но безуспешно. Лобачевский пришел к мысли, что такое доказательство невозможно. Утверждение, противоположное аксиоме Евклида, гласит: «через точку, не лежащую на данной прямой, можно провести не одну, а по крайней мере две параллельные ей прямые». Это и есть аксиома Лобачевского. По мысли Лобачевского, присоединение этого положения к другим основным положениям геометрии приводит к логически безупречным выводам. Система этих выводов и образует новую, неевклидову геометрию. Заслуга Лобачевского состоит в том, что он не только высказал эту идею, но действительно построил и всесторонне развил новую геометрию, логически столь же совершенную и богатую выводами, как евклидова, несмотря на ее несоответствие обычным наглядным представлениям. Лобачевский рассматривал свою геометрию как возможную теорию пространственных отношений; однако она оставалась гипотетической, пока не был выяснен (в 1868 г.) ее реальный смысл и тем самым не было дано ее полное обоснование, Лобачевский был назван «Коперником геометрии». В его идеях были намечены три принципа, определившие новое развитие дисциплины. Первый принцип заключается в том, что логически мыслима не одна евклидова геометрия, но и другие «геометрии». Второй принцип – это принцип самого построения новых геометрических теорий путем видоизменения и обобщения основных положений евклидовой геометрии. Третий принцип состоит в том, что истинность геометрической теории, в смысле соответствия реальным свойствам пространства, может быть проверена лишь физическим исследованием, и не исключено, что такие исследования установят, в этом смысле, неточность евклидовой геометрии. Современная физика подтвердила это. Однако нельзя отрицать математическую точность евклидовой геометрии, так как она определяется логической состоятельностью (непротиворечивостью) этой геометрии. Точно так же в отношении любой геометрической теории нужно различать их физическую и математическую истинность; первая состоит в проверяемом опытом соответствии действительности, вторая – в логической непротиворечивости. Лобачевский дал, таким образом, материалистическую установку философии математики. Перечисленные общие принципы сыграли важную роль не только в геометрии, но и в математике вообще, в развитии ее аксиоматического метода, в понимании ее отношения к действительности. Главная особенность нового периода в истории геометрии, начатого Лобачевским, состоит в развитии новых геометрических теорий – новых «геометрий» и в соответствующем обобщении предмета геометрии; возникает понятие о разного рода «пространствах» (термин «пространство» имеет в науке два значения: с одной стороны, это обычное реальное пространство, с другой – абстрактное «математическое пространство»). При этом некоторые теории складывались внутри евклидовой геометрии в виде ее особых глав и лишь потом получали самостоятельное значение. Так складывались проективная, аффинная, конформная геометрия и другие дисциплины, предметом которых являются свойства фигур, сохраняющиеся при соответствующих (проективных, аффинных, конформных и др.) преобразованиях. Возникли понятия проективного, аффинного и конформного пространств; сама евклидова геометрия стала рассматриваться в известном смысле как глава проективной геометрии. Другие теории, подобно геометрии Лобачевского, с самого начала строились на основе изменения и обобщения понятий евклидовой геометрии. Так создавалась, например, многомерная геометрия; первые относящиеся к ней работы (Геометрия Грасман и А. Кэли, 1844) представляли формальное обобщение обычной аналитической геометрии с трех координат на *n*. Некоторый итог развития всех этих новых «геометрий» подвел в 1872 г. Ф. Клейн, указав общий принцип их построения. Принципиальный шаг был сделан Б. Риманом (лекция 1854, опубликована 1867). Во-первых, он ясно сформулировал обобщенное понятие пространства как непрерывной совокупности любых однородных объектов или явлений. Во-вторых, он ввёл понятие пространства с законом измерения расстояний бесконечно малыми шагами (подобно измерению длины линии очень малым масштабом). Отсюда развилась обширная область геометрии, так называемая риманова геометрия, нашедшая важные приложения в теории относительности, в механике и др. В тот же период зародилась топология как учение о тех свойствах фигур, которые зависят лишь от взаимного прикосновения их частей и которые тем самым сохраняются при любых преобразованиях, не нарушающих и не вводящих новых прикосновений, то есть происходящих без разрывов и склеиваний. В XX в. топология развилась в самостоятельную дисциплину.

Так геометрия превратилась в разветвленную и быстро развивающуюся в разных направлениях совокупность математических теорий, изучающих разные пространства (евклидово, Лобачевского, проективное, римановы и т. д.) и фигуры в этих пространствах.

Одновременно с развитием новых геометрических теорий велась разработка уже сложившихся областей евклидовой геометрии – элементарной, аналитической и дифференциальной геометрии. В евклидовой геометрии появились и новые направления. Предмет геометрии расширился и в том смысле, что увеличился круг исследуемых фигур, круг изучаемых свойств фигур, расширилось само понятие о фигуре. В 70-х гг. XIX в. возникла общая теория точечных множеств, которая, однако, уже не причисляется к геометрии, а составляет особую дисциплину. Фигура стала определяться в геометрии как множество точек. Развитие геометрии было тесно связано с глубоким анализом тех свойств пространства, которые лежат в основе евклидовой геометрии. Иными словами, оно было связано с уточнением оснований самой евклидовой геометрии. Эта работа привела в конце XIX в. (Д. Гильберт и др.) к точной формулировке аксиом евклидовой геометрии, а также других «геометрий».

Урок 62. Тема: ИТОГОВОЕ ПОВТОРЕНИЕ ПО ТЕМЕ «ТРЕУГОЛЬНИК»

Цель деятельности учителя	Создать условия для систематизации знаний по теме «Треугольник», повторения основных свойств, признаков треугольника, для подготовки к сдаче ГИА
Термины и понятия	Равенство и подобие треугольников, сумма углов треугольника, равнобедренный треугольник, прямоугольный треугольник, площадь треугольника
Планируемые результаты	
Предметные умения	**Универсальные учебные действия**
Умеют работать с геометрическим текстом, точно и грамотно выражать свои мысли в устной и письменной речи с применением математической терминологии и символики, использовать различные языки математики, осуществлять классификации, проводить логические обоснования, доказательства математических рассуждений	*Познавательные:* умеют самостоятельно планировать альтернативные пути достижения целей, осознанно выбирать наиболее эффективные способы решения учебных и познавательных задач; владеют логическими действиями определения понятий, обобщения, установления аналогий. *Регулятивные:* принимают и сохраняют цели и задачи учебной деятельности. *Коммуникативные:* умеют формулировать, аргументировать и отстаивать свое мнение, работать в паре. *Личностные:* имеют целостное мировоззрение, соответствующее современному уровню развития науки и общественной практики
Организация пространства	
Формы работы	Фронтальная (Ф); индивидуальная (И); групповая (Г)
Образовательные ресурсы	• Задания для самостоятельной работы, групповой работы, домашней работы
I этап. Актуализация опорных знаний учащихся	
Цель деятельности	Задания для самостоятельной работы
1	2
Систематизировать теоретический материал	(И) – Укажите номера верных утверждений. 1) Диагонали трапеции точкой пересечения делятся пополам. 2) Вписанный угол измеряется половиной дуги, на которую он опирается. 3) Если в четырехугольнике противоположные стороны попарно равны, то этот четырехугольник – прямоугольник.

Продолжение табл.

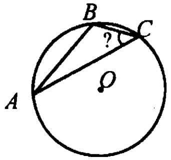
1	2
	4) Сумма внутренних углов треугольника равна 180°. 5) В равнобедренной трапеции диагонали равны. 6) Если две параллельные прямые пересечены секущей, то биссектрисы накрест лежащих углов параллельны. 7) Около любого четырёхугольника можно описать окружность. 8) Окружность нельзя вписать в любой треугольник. 9) В равнобедренном прямоугольном треугольнике каждый острый угол равен 45°. 10) Любая хорда, проходящая через центр окружности, является ее диаметром. 11) Диагонали ромба равны. 12) Перпендикулярные прямые пересекаются под прямым углом. 13) В прямоугольном треугольнике любой катет меньше гипотенузы. 14) Треугольник со сторонами 3, 5, 6 существует. 15) Диагонали прямоугольника равны. 16) Сумма углов выпуклого четырехугольника равна 300°. Ответы: 2, 4, 5, 6, 9, 10, 12, 13, 14, 15
II этап. Решение задач	
Цель деятельности	Совместная деятельность
1	2
Совершенствовать навыки решения задач	(Г) Каждой группе предлагается решить три задачи. Далее группы представляют решения, обсуждают, записывают лучшее. 1. В треугольниках ABC и DEK $AB = DE$, $AC = DK$, $BP = EM$; P и M – середины сторон AC и DK. 1) Докажите, что треугольник ABC равен треугольнику DEK. 2) Найдите S_{ABC}, если $EM = 3$ см, $DK = 4\sqrt{2}$ см, $\angle EMK = 135°$. 2. В треугольниках ABC и $A_1B_1C_1$ $AC = A_1C_1$, $BC = B_1C_1$, $BD = B_1D_1$; BD и B_1D_1 – высоты треугольников, причем точки D и D_1 лежат на отрезках AC и A_1C_1. 1) Докажите, что треугольник ABC равен треугольнику $A_1B_1C_1$. 2) Найдите радиус окружности, описанной около треугольника $B_1D_1C_1$, если известно, что $BD = 6$ см, $DC = 8$ см. 3) Найдите угол $A_1C_1B_1$, если $BD = 6$ см, $DC = 8$ см. 3. В треугольнике ABC $AB = 14$ см, $AC = 15$ см, $BC = 13$ см. Найдите: 1) длину меньшей высоты треугольника; 2) площадь треугольника ADC, если AD – биссектриса треугольника ABC; 3) медиану AE треугольника ABC.
III этап. Самостоятельная работа с самопроверкой	
Цель деятельности	Задания для самостоятельной работы
1	2
Проверить готовность учащихся к сдаче ГИА (модуля геометрии)	(И) **Вариант I** 1. Один из внешних углов треугольника равен 120°. Найдите сумму углов треугольника, не смежных с ним.

Продолжение табл.

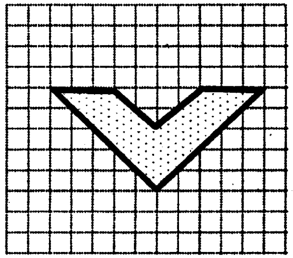
1	2

2. Дан треугольник *ABC*. Найдите его периметр, если длины его средних линий равны 5, 7 и 9.

3. Используя рисунок, найдите градусную меру угла *C*,
если угол *A* = 14°, а градусная мера большей из дуг *AC* = 236°



4. Найдите площадь фигуры, изображенной на рисунке.
(1 клеточка = 1 см^2.)

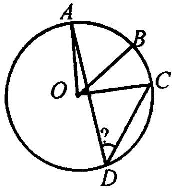


Вариант II

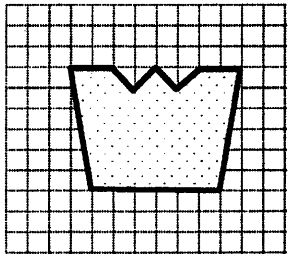
1. Дан прямоугольный треугольник *ABC*, угол *C* – прямой, угол *B* = 26°. Найдите величину внешнего угла при вершине *A*.

2. Найдите большее основание трапеции, если длина ее средней линии равна 11, а длина меньшего основания равна 7.

3. Используя рисунок, найдите градусную меру угла *D*,
если угол *BOC* = 40°, а градусная мера меньшей из дуг *AB* = 58°.



4. Найдите площадь фигуры, изображенной на рисунке.
(1 клеточка = 1 см^2.)



Ответы: Вариант I: 1. 120°; 2. 42; 3. 48°; 4. 21.
Вариант II: 1. 116°; 2. 15; 3. 49°; 4. 40

<table>
<tr><th colspan="2">IV этап. Итоги урока. Рефлексия</th></tr>
<tr><th>Деятельность учителя</th><th>Деятельность учащихся</th></tr>
<tr><td>(Ф/И)
– Какие свойства треугольников повторили на уроке?
– Что оказалось для вас наиболее сложным?
– Оцените свою работу и работу в группе</td><td>(И) Домашнее задание: решить задачи.
1. В треугольнике ABC $AC = BC$. Внешний угол при вершине B равен 146. Найдите угол C. Ответ дайте в градусах.
2. Из точки A проведены две касательные к окружности с центром в точке O. Найдите радиус окружности, если угол между касательными равен 60°, а расстояние от точки A до точки O равно 6.
3. Сторона ромба равна 8, а расстояние от центра ромба до нее равно 2. Найдите площадь ромба.
4. В треугольнике ABC угол C равен 90 °, $AC = 12$, $\mathrm{tg} A = \frac{2\sqrt{10}}{3}$. Найдите AB.
5. Укажите номера верных утверждений.
1) В тупоугольном треугольнике все углы тупые.
2) В любом параллелограмме диагонали точкой пересечения делятся пополам.
3) Точка, лежащая на серединном перпендикуляре к отрезку, равноудалена от концов этого отрезка.
6. В треугольнике ABC углы A и C равны 40° и 60° соответственно *(рис. 1)*. Найдите угол между высотой BH и биссектрисой BD.

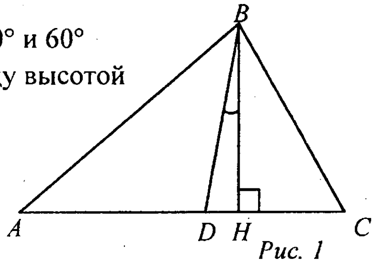



Рис. 1

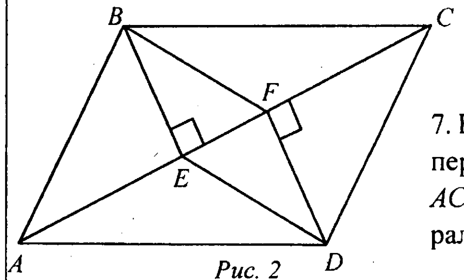
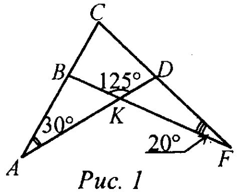
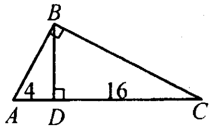
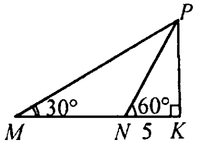
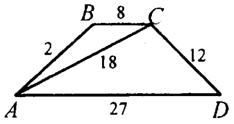
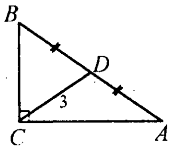
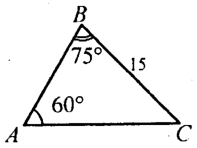



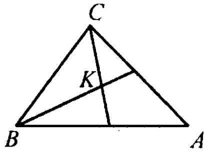
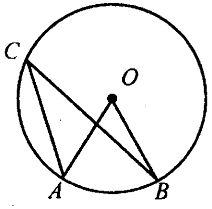
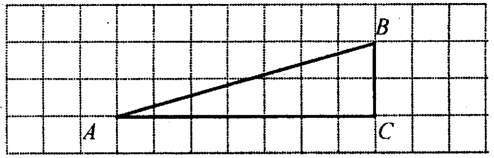
Рис. 2
7. В параллелограмме $ABCD$ проведены перпендикуляры BE и DF к диагонали AC *(рис. 2)*. Докажите, что $BFDE$ – параллелограмм.
<table>
<tr><td>Задание</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>6</td><td>7</td></tr>
<tr><td>Ответ:</td><td>112</td><td>$2\sqrt{3}$</td><td>32</td><td>28</td><td>33</td><td>10</td><td>–</td></tr>
</table>
</td></tr>
</table>

Урок 63. Тема: ИТОГОВОЕ ПОВТОРЕНИЕ ПО ТЕМЕ «ТРЕУГОЛЬНИК»

Цель деятельности учителя	Создать условия для систематизации знаний по теме «Треугольник», повторения основных свойств, признаков треугольника, для подготовки к сдаче ГИА
Термины и понятия	Равенство и подобие треугольников, сумма углов треугольника, равнобедренный треугольник, прямоугольный треугольник, площадь треугольника
Планируемые результаты	
Предметные умения	**Универсальные учебные действия**
Умеют работать с геометрическим текстом, точно и грамотно выражать свои мысли в устной и письменной речи с применением математической терминологии и символики, использовать различные языки математики, осуществлять классификации, проводить логические обоснования, доказательства математических рассуждений	*Познавательные:* умеют самостоятельно планировать альтернативные пути достижения целей, осознанно выбирать наиболее эффективные способы решения учебных и познавательных задач; владеют логическими действиями определения понятий, обобщения, установления аналогий. *Регулятивные:* принимают и сохраняют цели и задачи учебной деятельности. *Коммуникативные:* умеют формулировать, аргументировать и отстаивать свое мнение, работать в паре. *Личностные:* имеют целостное мировоззрение, соответствующее современному уровню развития науки и общественной практики
Организация пространства	
Формы работы	Фронтальная (Ф); индивидуальная (И)
Образовательные ресурсы	• Задания для математического диктанта, самостоятельной работы, домашней работы, фронтальной работы
I этап. Актуализация опорных знаний учащихся	
Цель деятельности	Совместная деятельность
1	2
Систематизировать теоретический материал	(Ф/И) 1. Проверка домашнего задания. 2. Обсуждение вопросов учащихся и разбор задач, вызвавших наибольшее затруднение. 3. Математический диктант с самопроверкой. 1) В прямоугольном треугольнике медиана, проведенная из вершины прямого угла, равна… *(половине гипотенузы).* 2) В треугольнике против большей стороны лежит… *(больший угол).* 3) Каждая сторона треугольника … *(меньше)* суммы двух других его сторон. 4) Существуют следующие признаки равенства прямоугольных треугольников: … *(по двум катетам, по катету и прилежащему к нему острому углу, по гипотенузе и острому углу, по гипотенузе и катету).* 5) Перечислите формулы для вычисления площади треугольника. $\left(S=\frac{1}{2}a\cdot h_a;\ S=\frac{1}{2}a\cdot b\cdot \sin\alpha;\ S=\sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)};\right.$

<table>
<tr><td>1</td><td colspan="2">2</td></tr>
<tr><td></td><td colspan="2">$S = rp$; $S = \frac{abc}{4r}$, <i>где a, b, c – стороны треугольника, r – радиус вписанной окружности, R – радиус описанной окружности, p – полупериметр.</i>)
6) Медианы треугольника точкой пересечения делятся… <i>(в отношении 2 : 1, считая от вершины).</i>
7) По теореме косинусов в треугольнике <i>ABC</i> $AB^2 = \dots$ $(AC^2 + CB^2 - 2AC \cdot CB \cdot \cos\angle ACB.)$</td></tr>
<tr><td colspan="3">II этап. Решение задач по готовым чертежам</td></tr>
<tr><td>Цель деятельности</td><td>Деятельность учителя</td><td>Деятельность учащихся</td></tr>
<tr><td>Совершенствовать навыки решения задач</td><td>(Ф/И) Организовывает решение учащимися задач на доске и в тетрадях.
1) Найти $\angle ACE$.

<i>Рис. 1</i>
4) Найти <i>BD</i>.

<i>Рис. 4</i>
2) Найти <i>MK</i>.

<i>Рис. 2</i>
5) Найти $S_{ABC} : S_{ACD}$.

<i>Рис. 5</i>
3) Найти <i>AB</i>.

<i>Рис. 3</i>
6) Найти <i>AB</i>.

<i>Рис. 6</i></td><td>Ответы к задачам:
1) 75.°
2) 15.
3) 6.
4) 8.
5) 4 : 9.
6) $5\sqrt{6}$</td></tr>
</table>

Продолжение табл.

III этап. Самостоятельная работа	
Цель деятельности	Совместная деятельность
Проверить умение применять теоретические знания на практике	(И) Работа решается на листке и сдается на проверку учителю. 1. Биссектрисы углов B и C треугольника ABC пересекаются в точке K. Найдите $\angle BKC$, если $\angle B = 40°$, а $\angle C = 80°$.  *Рис. 7* 2. Точка O – центр окружности, $\angle ACB = 24°$ *(рис. 8)*. Найдите величину угла AOB (в градусах).  *Рис. 8* 3. Найдите тангенс угла B треугольника ABC, изображенного на рисунке 9.  *Рис. 9* 4. Радиус круга равен 1. Найдите его площадь, деленную на π. 5. Какие из данных утверждений верны? Запишите их номера. (Если утверждений несколько, запишите их через точку с запятой в порядке возрастания.) 1) Вокруг любого треугольника можно описать окружность. 2) Если в параллелограмме диагонали равны и перпендикулярны, то этот параллелограмм – квадрат. 3) Площадь трапеции равна произведению средней линии на высоту

IV этап. Итоги урока. Рефлексия	
Деятельность учителя	Деятельность учащихся
1	2
(Ф/И) – Задайте три вопроса по теме урока? • Я узнал… • Я научился… • Я понял, что могу…	(И) Домашнее задание: решить задачи: 1. Из точки A, лежащей на окружности радиуса R, проведены две хорды – AC и AB. Эти хорды лежат по одну сторону от диаметра окружности, проходящего через точку A. Дана длина большей хорды – b, угол $BAC = \alpha$. Найдите радиус окружности, которая касается хорд AB и AC и дуги BC.

Окончание табл.

1	2
• Мне понравилось… • Меня удивило… • У меня получилось… • Я приобрел… • Мне захотелось… • Меня воодушевило…	2. Точка A находится вне некоторой окружности. Из точки A к этой окружности проведена касательная AP, где P – точка касания. Через точку A проведена еще одна прямая, пересекающая окружность в точках R и S. Докажите, что $AR \cdot AS = AP^2$

Урок 64. Тема: ИТОГОВОЕ ПОВТОРЕНИЕ ПО ТЕМЕ «ОКРУЖНОСТЬ»

Цель деятельности учителя	Создать условия для систематизации знаний по теме «Окружность», повторения основных свойств, признаков окружности, для подготовки к сдаче ГИА
Термины и понятия	Окружность и круг, касательная к окружности и ее свойства; окружность, описанная около треугольника; окружность, вписанная в треугольник

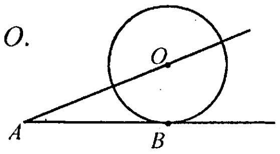
Планируемые результаты

Предметные умения	**Универсальные учебные действия**
Умеют работать с геометрическим текстом, точно и грамотно выражать свои мысли в устной и письменной речи с применением математической терминологии и символики, использовать различные языки математики, осуществлять классификации, проводить логические обоснования, доказательства математических рассуждений	*Познавательные:* умеют самостоятельно планировать альтернативные пути достижения целей, осознанно выбирать наиболее эффективные способы решения учебных и познавательных задач; владеют логическими действиями определения понятий, обобщения, установления аналогий. *Регулятивные:* принимают и сохраняют цели и задачи учебной деятельности. *Коммуникативные:* умеют формулировать, аргументировать и отстаивать свое мнение, работать в группе. *Личностные:* имеют целостное мировоззрение, соответствующее современному уровню развития науки и общественной практики

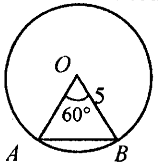
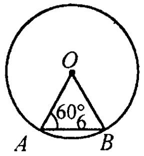
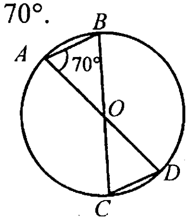
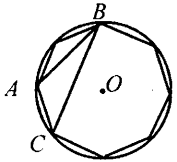
Организация пространства

Формы работы	Фронтальная (Ф); индивидуальная (И); групповая (Г)
Образовательные ресурсы	• Задания для математического диктанта, групповой работы, домашней работы

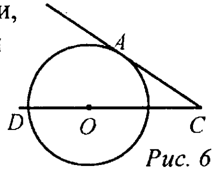
I этап. Актуализация опорных знаний учащихся

Цель деятельности	Задания для математического диктанта
1	2
Проверить навыки решения простых задач из вариантов ГИА	(И) Математический диктант с самопроверкой. 1. К окружности с центром в точке O проведены касательная AB и секущая AO. Найдите радиус окружности, если AB = 12 см, AO = 13 см.  *Рис. 1* Ответ: 5.

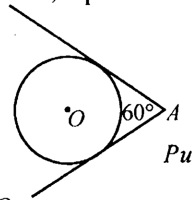
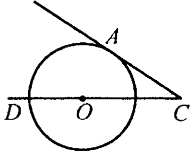
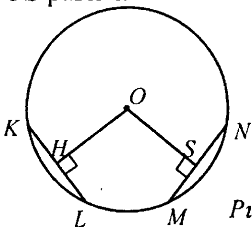
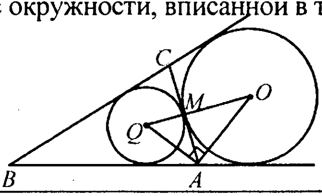
Продолжение табл.

1	2
	2. Центральный угол AOB равен 60°. Найдите длину хорды AB, на которую он опирается, если радиус окружности равен 5.  *Рис. 2* Ответ: 5. 3. Центральный угол AOB опирается на хорду AB длиной 6. При этом угол OAB равен 60°. Найдите радиус окружности.  *Рис. 3* Ответ: 6. 4. В окружности с центром в точке O проведены диаметры AD и BC, угол OAB равен 70°. Найдите величину угла OCD.  *Рис. 4* Ответ: 70. 5. В окружность вписан равносторонний восьмиугольник. Найдите величину угла ABC.  *Рис. 5* Ответ: 22,5

II этап. Решение задач

Цель деятельности	Деятельность учителя	Деятельность учащихся
1	2	3
Проверить умение решать задачи повышенной сложности	(Г) Учащимся предлагаются задачи из второй части ГИА. На решение отводится 20 минут, затем каждая группа презентует решение одной задачи. После обсуждения решения записывают в тетрадь. 1. Найдите угол ACO, если его сторона CA касается окружности, O – центр окружности, а дуга AD окружности, заключенная внутри этого угла, равна 100°.  *Рис. 6*	*Решение:* 1. Проведем радиус OA. Треугольник AOC – прямоугольный, $\angle A = 90°$. $\angle COA = 180° - \angle AOD = 180° - 100° = 80°$; $\angle ACO = 90° - 80° = 10°$. Ответ: 10.

Продолжение табл.

1	2	3
	2. Из точки *A* проведены две касательные к окружности с центром в точке *O*. Найдите радиус окружности, если угол между касательными равен 60°, а расстояние от точки *A* до точки *O* равно 8.  *Рис. 7*	2. Опустим радиусы на каждую касательную. Соединим точки *A* и *O*. Получившиеся треугольники – прямоугольные, так как радиус, проведенный в точку касания, перпендикулярен касательной. По гипотенузе и катету эти треугольники равны, таким образом, мы получили, что угол, лежащий напротив катета, равен 30°. Катет, лежащий напротив угла в 30°, равен половине гипотенузы, тогда радиус равен 4. Ответ: 4.
	3. Найдите угол *ACO*, если его сторона *CA* касается окружности, *O* – центр окружности, а дуга *AD* окружности, заключенная внутри этого угла, равна 140°.  *Рис. 8*	3. Проведем радиус *OA*. Треугольник *AOC* – прямоугольный, $\angle A = 90°$. $\angle COA = 180° - \angle AOD = 180° - 140° = 40°$; $\angle ACO = 90 - 40° = 50°$. Ответ: 50°.
	4. В окружности с центром *O* проведены две равные хорды *KL* и *MN*. На эти хорды опущены перпендикуляры *OH* и *OS*. Докажите, что *OH* и *OS* равны.  *Рис. 9*	4. Проведем *OK*, *ON*, *ON*, *OM* – радиусы. Треугольники *KOL* и *MON* равны по трем сторонам, тогда высоты *OH* и *OS* также равны как элементы равных треугольников, что и требовалось доказать.
	5. Основание *AC* равнобедренного треугольника *ABC* равно 12. Окружность радиуса 8 с центром вне этого треугольника касается продолжений боковых сторон треугольника и основания *AC*. Найдите радиус окружности, вписанной в треугольник *ABC*.  *Рис. 10*	5. Пусть *O* – центр данной окружности, а *Q* – центр окружности, вписанной в треугольник *ABC* (*рис. 10*). Точка касания окружностей *M* делит *AC* пополам. *AQ* и *AO* – биссектрисы смежных углов, значит, угол *OAQ* прямой. Из прямоугольного треугольника *OAQ* получаем: $AM^2 = MQ \cdot MO$. Следовательно, $QM = \frac{AM^2}{OM} = \frac{36}{8} = 4{,}5$. Ответ: 4,5

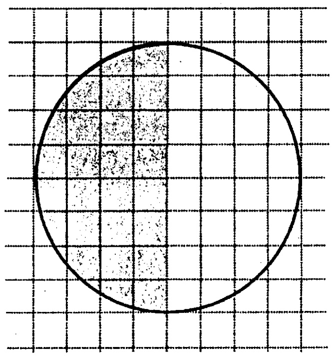
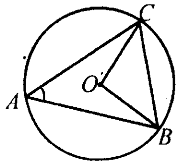
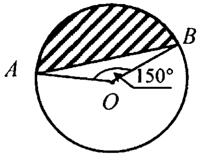
Окончание табл.

<table>
<tr><th colspan="2">III этап. Итоги урока. Рефлексия</th></tr>
<tr><th>Деятельность учителя</th><th>Деятельность учащихся</th></tr>
<tr><td>(Ф/И)
– Что повторили на уроке?
– Оцените свою работу и работу группы.
– Закончите фразы:
• Я понял…
• Я вспомнил…
• Я научился…
• Я воодушевился…</td><td>(И) Домашнее задание: решить задачи:
1. Хорда AB окружности радиуса 4 см видна из центра под углом 90°. Найдите: 1) хорду AB и расстояние от центра окружности до этой хорды; 2) углы треугольника ABC, где C – точка, расположенная на большой дуге AB окружности так, что $\cup AC : \cup CB = 5 : 4$; 3) хорду BC.
2. Две взаимно перпендикулярные хорды AB и CD окружности пересекаются в точке K, причем $AK = 6$ см, $BK = 32$ см, $KD = 24$ см. Найдите: 1) хорды BD и CD; 2) расстояние от точки A до прямой BD; 3) радиус данной окружности.
3. Треугольник ABC с углом B, равным 135°, вписан в окружность с центром O и радиусом $R = 10\sqrt{2}$ см. Найдите: 1) сторону AB; 2) сторону AB и S_{ABC}, если известно, что угол ACB равен 30°</td></tr>
</table>

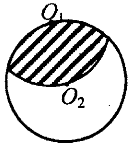
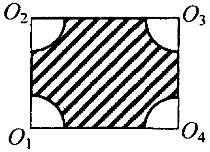
Урок 65. Тема: ИТОГОВОЕ ПОВТОРЕНИЕ ПО ТЕМЕ «ОКРУЖНОСТЬ»

<table>
<tr><td>Цель деятельности учителя</td><td colspan="2">Создать условия для систематизации знаний по теме «Окружность», повторения основных свойств, признаков окружности, для подготовки к сдаче ГИА</td></tr>
<tr><td>Термины и понятия</td><td colspan="2">Окружность и круг, касательная к окружности и ее свойства; окружность, описанная около треугольника; окружность, вписанная в треугольник</td></tr>
<tr><th colspan="3">Планируемые результаты</th></tr>
<tr><th colspan="2">Предметные умения</th><th>Универсальные учебные действия</th></tr>
<tr><td colspan="2">Умеют работать с геометрическим текстом, точно и грамотно выражать свои мысли в устной и письменной речи с применением математической терминологии и символики, использовать различные языки математики, осуществлять классификации, проводить логические обоснования, доказательства математических рассуждений</td><td><i>Познавательные:</i> умеют самостоятельно планировать альтернативные пути достижения целей, осознанно выбирать наиболее эффективные способы решения учебных и познавательных задач; владеют логическими действиями определения понятий, обобщения, установления аналогий.
<i>Регулятивные:</i> принимают и сохраняют цели и задачи учебной деятельности.
<i>Коммуникативные:</i> умеют формулировать, аргументировать и отстаивать свое мнение, работать в группе.
<i>Личностные:</i> имеют целостное мировоззрение, соответствующее современному уровню развития науки и общественной практики</td></tr>
<tr><th colspan="3">Организация пространства</th></tr>
<tr><td>Формы работы</td><td colspan="2">Фронтальная (Ф); индивидуальная (И); групповая (Г)</td></tr>
<tr><td>Образовательные ресурсы</td><td colspan="2">• Задания для математического диктанта, групповой работы, домашней работы</td></tr>
</table>

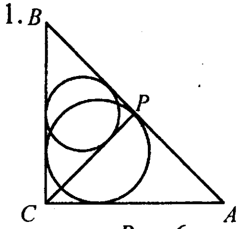
Продолжение табл.

I этап. Актуализация опорных знаний учащихся	
Цель деятельности	Совместная деятельность
1	2
Проверить уровень сформированности теоретических знаний	(Ф/И) 1. Проверка правильности выполнения домашнего задания. Три ученика выносят на доску решение домашних задач. Остальные учащиеся сверяют со своим решением и задают интересующие их вопросы по выполненной работе. 2. Математический диктант. – Какие из следующих утверждений верны? 1) Центром окружности, описанной около правильного треугольника, является точка пересечения высот. 2) В любой четырехугольник можно вписать не более одной окружности. 3) Если стороны прямоугольника равны 3 и 4, то диаметр описанной около него окружности равен 5. 4) Сумма смежных углов равна 90°. 5) Через любые две различные точки проходит не более одной прямой. 6) Через любые две различные точки проходит не менее одной прямой. Ответы: 1, 3, 5. 3. Решение задач *(устно)*. 1) Найдите (в см^2) площадь закрашенной фигуры, изображенной на клетчатой бумаге с размером клетки 1 см × 1 см *(см. рис 1)*. В ответе запишите $\frac{S}{\pi}$.  *Рис. 1* 2) Один острый угол прямоугольного треугольника в 9 раз больше другого. Найдите больший острый угол. Ответ дайте в градусах.  *Рис. 2* 3) Найти площадь заштрихованной фигуры, если $R = 6$.  *Рис. 3*

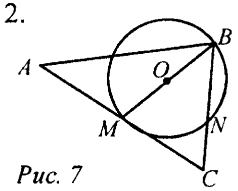
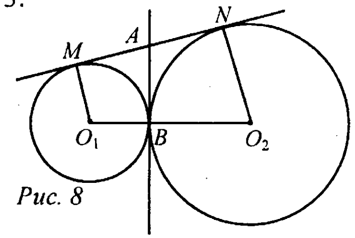
Продолжение табл.

1	2
	4) $R_1 = R_2 = 5$. Найти площадь заштрихованной фигуры.  *Рис. 4* 5) $O_1O_2 = 15$, $O_2O_3 = 20$, $R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = 4$. Найти площадь заштрихованной фигуры.  *Рис. 5*

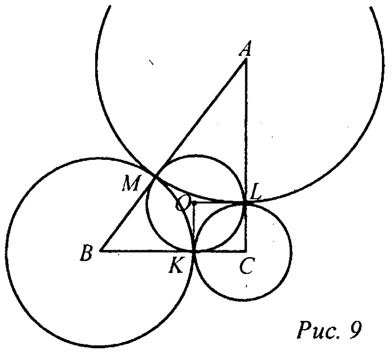
II этап. Решение задач

Цель деятельности	Деятельность учителя	Деятельность учащихся
1	2	3
Совершенствовать навыки решения задач	(Ф/И) и (Г) Этот этап урока можно провести в форме деловой игры. Класс делится на четыре группы. Две группы выступают в роли экспертов, а другие две группы – в роли выпускников, сдающих ГИА. Затем группы меняются ролями. Задачи для групп: 1. Из вершины прямого угла C треугольника ABC проведена высота CP. Радиус окружности, вписанной в треугольник BCP, равен 8, тангенс угла BAC равен $\frac{4}{3}$. Найдите радиус окружности, вписанной в треугольник ABC.	1.  *Рис. 6* Угол BAC равен углу BCP, так как $\angle BAC = 90° - \angle ABC$ и $\angle BCP = 90° - \angle ABC$. Так как тангенс – это отношение противолежащего катета к прилежащему, имеем: $\mathrm{tg}\angle BCP = \frac{BP}{PC} \Leftrightarrow \frac{4}{3} = \frac{BP}{PC}$. Тогда $BP = 4x$, $PC = 3x$, а гипотенуза $BC = 5x$ по теореме Пифагора. Площадь треугольника равна произведению половины его периметра на радиус вписанной окружности, но площадь прямоугольного треугольника равна половине произведения катетов, следовательно, имеем: $S = \frac{P \cdot r_1}{2} \Leftrightarrow 12x^2 = 6x \cdot 8 \Leftrightarrow \begin{cases} x = 8, \\ x = 4. \end{cases}$ Таким образом, $BP = 16$, $PC = 12$, а $BC = 20$. Так как $\mathrm{tg}\angle BAC = \frac{4}{3}$, то $AC = 15$, а $AB = 25$ по теореме Пифагора. В треугольнике ABC площадь равна произведению половины его периметра на радиус вписанной в него окружности, но площадь прямоугольного треугольника равна половине произведения катетов, следовательно, имеем: $S = \frac{P \cdot r}{2} \Leftrightarrow 150 = 30 \cdot r \Leftrightarrow r = 5$. Ответ: $r = 5$.

Продолжение табл.

1	2	3
	2. Медиана BM треугольника ABC является диаметром окружности, пересекающей сторону BC в ее середине. Длина стороны AC равна 4. Найдите радиус описанной окружности треугольника ABC.	2.  Рис. 7 Медиана BM делит AC пополам. Центр окружности лежит на середине медианы BM, тогда ON – средняя линия в треугольнике BMC, где O – центр окружности, а N – точка пересечения этой окружности стороны BC. Средняя линия в треугольнике равна половине основания, поэтому $ON = 1$. Средняя линия ON является радиусом окружности. Так как медиана BM является диаметром, то $BM = 2ON = 2$. Проведем MN в треугольнике BMC. Так как угол BNM опирается на диаметр BM, то $\angle BNM = 90°$, таким образом, треугольник BNM – прямоугольный. Так как MN – средняя линия, то она параллельна AB, тогда треугольник ABC – прямоугольный. Центр описанной вокруг прямоугольного треугольника окружности лежит на середине гипотенузы, таким образом, радиус описанной вокруг треугольника ABC окружности равен 2. Ответ: $r = 2$.
	3. Окружность радиуса 4 касается внешним образом второй окружности в точке B. Общая касательная к этим окружностям, проходящая через точку B, пересекается с некоторой другой их общей касательной в точке A. Найдите радиус второй окружности, если $AB = 6$.	3.  Рис. 8 Обозначим центры первой и второй окружностей за O_1 и O_2, а точки касания с общей касательной, не проходящей через точку B, за M и N. Прямоугольные треугольники AO_1M и AO_1B равны по катету и гипотенузе. Аналогично, равны треугольники AO_2N и AO_2B. Значит, прямые O_1A и O_2A являются биссектрисами углов MO_1B и NO_2B соответственно. Прямые MO_1 и NO_2 параллельны, поэтому сумма углов MO_1B и NO_2B равна 180°, а сумма углов AO_1B и AO_2B равна 90°, то есть треугольник O_1O_2A – прямоугольный. Поскольку AB – высота, проведенная к гипотенузе, треугольники AO_1B и AO_2B подобны. Значит, $O_2B = \frac{AB^2}{O_1B} = 9$. Ответ: 9.

Окончание табл.

1	2	3
	4. Три окружности, радиусы которых равны 2, 3 и 10, попарно касаются внешним образом. Найдите радиус окружности, вписанной в треугольник, вершинами которого являются центры этих трех окружностей	4.  *Рис. 9* Стороны треугольника, вершинами которого являются центры этих трех окружностей, равны 5, 12 и 13. Поскольку $5^2 + 12^2 = 13^2$, этот треугольник прямоугольный. Площадь этого треугольника равна 30. В то же время, она равна произведению радиуса вписанной окружности на полупериметр. Значит, искомый радиус равен $30 : \frac{5+12+13}{2} = 2$. Ответ: 2

III этап. Итоги урока. Рефлексия

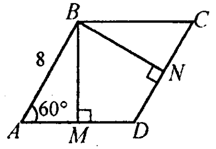
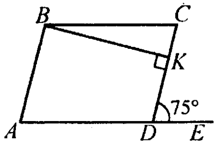
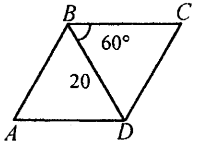
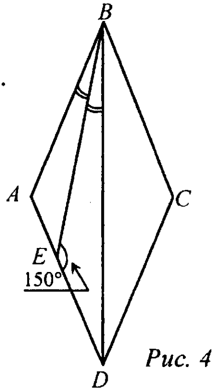
Деятельность учителя	Деятельность учащихся
(Ф/И) Подвести итоги экспертной деятельности. – Какие бы баллы вы поставили друг другу при решении данных задач? – Что получилось? Что не получилось? – Что было самым сложным?	(И) Домашнее задание: повторить тему «Многоугольники и четырехугольники». Решить задачи: 1. Радиус окружности, вписанной в равнобедренный треугольник *ABC* с основанием *AC*, равен 3 см, *K* – точка касания окружности с боковой стороной, *KB* = 4. Найдите: 1) сторону *AC*; 2) угол *BAC*; 3) радиус окружности, описанной около треугольника *ABC*. 2. В равнобедренный треугольник *ABC* с основанием *AC* вписана окружность, касающаяся сторон *AB* и *BC* в точках *M* и *H*. 1) Докажите, что $\Delta MBH \sim \Delta ABC$. 2) Найдите угол *BAC* и радиус окружности, если *AB* = 2 м, *MH* = 1 м

Урок 66. Тема: ИТОГОВОЕ ПОВТОРЕНИЕ ПО ТЕМЕ «ЧЕТЫРЕХУГОЛЬНИКИ, МНОГОУГОЛЬНИКИ»

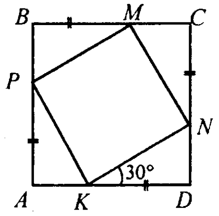
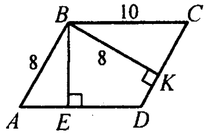
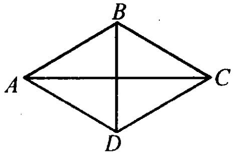
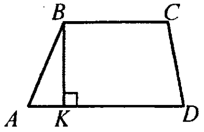
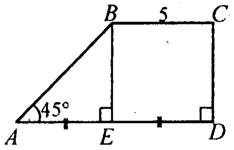
Цель деятельности учителя	Создать условия для систематизации знаний по теме «Четырехугольники и многоугольники», повторения основных определений, свойств, признаков многоугольников и четырехугольников, для подготовки к сдаче ГИА
Термины и понятия	Параллелограмм и его свойства; признаки параллелограмма; прямоугольник, ромб, квадрат и их свойства; трапеция, многоугольник, правильные многоугольники

Планируемые результаты	
Предметные умения	**Универсальные учебные действия**
Умеют работать с геометрическим текстом, точно и грамотно выражать свои мысли в устной и письменной речи с применением математической терминологии и символики, использовать различные языки математики, осуществлять классификации, проводить логические обоснования, доказательства математических рассуждений	*Познавательные:* умеют самостоятельно планировать альтернативные пути достижения целей, осознанно выбирать наиболее эффективные способы решения учебных и познавательных задач; владеют логическими действиями определения понятий, обобщения, установления аналогий. *Регулятивные:* принимают и сохраняют цели и задачи учебной деятельности. *Коммуникативные:* умеют формулировать, аргументировать и отстаивать свое мнение, работать в группе. *Личностные:* имеют целостное мировоззрение, соответствующее современному уровню развития науки и общественной практики
Организация пространства	
Формы работы	Фронтальная (Ф); индивидуальная (И)
Образовательные ресурсы	• Тест; • задания для домашней работы; • чертежи для задач
I этап. Актуализация опорных знаний учащихся	
Цель деятельности	Совместная деятельность
Выявить трудности, возникшие при выполнении домашнего задания; систематизировать теоретические знания	(Ф/И) 1. Обсуждение вопросов учащихся по выполнению домашнего задания. 2. Теоретический тест с последующей самопроверкой. 1) Любой прямоугольник является: а) ромбом; б) квадратом; в) параллелограммом. 2) Если в четырехугольнике диагонали точкой пересечения делятся пополам, то этот четырехугольник: а) ромб; б) параллелограмм; в) прямоугольник. 3) Ромб – это четырехугольник, в котором: а) диагонали взаимно перпендикулярны, а противолежащие стороны параллельны и равны; б) диагонали взаимно перпендикулярны и равны; в) противолежащие углы равны, а противолежащие стороны параллельны. 4) Если в четырехугольник вписан в окружность, то: а) суммы его противолежащих сторон равны; б) сумма противолежащих углов равна 180°; в) суммы противолежащих сторон и углов равны. 5) В равнобедренной трапеции: а) диагонали точкой пересечения делятся пополам; б) диагонали являются биссектрисами ее углов; в) диагонали равны. Ответы: в; б; а; б; в

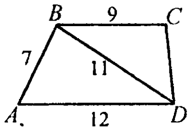
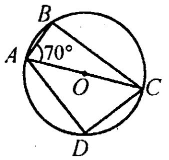
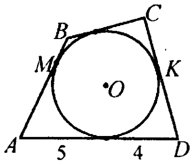
Продолжение табл.

II этап. Решение задач		
Цель деятельности	Деятельность учителя	Деятельность учащихся
1	2	3
Совершенствовать навыки решения задач	(Ф/И) Учащиеся работают самостоятельно. Учитель контролирует работу менее подготовленных учащихся. В конце урока выполняется проверка по готовым ответам. Задачи по готовым чертежам: 1. *Дано: ABCD* – ромб. *Найти: MN.*  *Рис. 1* 2. *Дано: ABCD* – параллелограмм. *Найти:* $\angle CBK$.  *Рис. 2* 3. *Дано: ABCD* – ромб. *Найти: AC.*  *Рис. 3* 4. *Дано: ABCD* – ромб, *BE* – биссектриса $\angle ABD$. *Найти:* $\angle BCD$.  *Рис. 4*	Ответы к задачам на готовых чертежах: 1. $MN = 4\sqrt{3}$. 2. $\angle CBK = 15°$. 3. $AC = 20\sqrt{3}$. 4. $\angle BCD = 140°$. 5. $P_{MNKP} = (\sqrt{3}-1)\cdot 8$. 6. $BE = 6{,}4$. 7. $BD = 8$. 8. $BC = 8$, $AD = 12$. 9. $S_{ABCD} = 37{,}5$. 10. $S_{ABCD} = 21\sqrt{10}$. 11. $\angle C = 60°$, $\angle A = 120°$, $\angle B = \angle D = 90°$. 12. $AB + CD = 14$

Продолжение табл.

1	2	3
	5. *Дано:* $ABCD$ – квадрат, $P_{ABCD} = 8$. *Найти:* P_{MNKP}.  *Рис. 5* 6. *Дано:* $ABCD$ – параллелограмм. *Найти:* BE.  *Рис. 6* 7. *Дано:* $AC = 12$, $S_{ABCD} = 48$. *Найти:* BD.  *Рис. 7* 8. *Дано:* $ABCD$ – трапеция. $BC : AD = 2 : 3$, $BK = 6$, $S_{ABCD} = 60$. *Найти:* BC, AD.  *Рис. 8* 9. *Дано:* $ABCD$ – трапеция, $BC = 5$. *Найти:* S_{ABCD}.  *Рис. 9*	

Окончание табл.

1	2	3
	10. *Дано: ABCD* – трапеция. *Найти:* S_{ABCD}.  *Рис. 10* 11. *Дано:* $\cup AD = 80°$. *Найти:* углы четырехугольника *ABCD*.  *Рис. 11* 12. *Дано:* окружность вписана в четырехугольник *ABCD*; *M, N, K, P* – точки касания; *BC* = 5. *Найти: AB + CD*.  *Рис. 12*	

III этап. Итоги урока. Рефлексия

Деятельность учителя	Деятельность учащихся
(Ф/И) – Перечислите свойства прямоугольника, параллелограмма, ромба, квадрата. – Перечислите признаки параллелограмма, ромба, прямоугольника, квадрата. – Назовите свойства вписанного четырехугольника и описанного	(И) Домашнее задание: решить те задачи, которые не успели решить в классе. Для учащихся более продвинутого уровня: 1. В равнобокой трапеции боковая сторона равна меньшему основанию, а диагональ перпендикулярна боковой стороне. Найдите углы трапеции. 2. В параллелограмме *KMNP* угол *M* равен 120°, *KM* = 8, *KP* = 10. Найдите расстояния от вершин *M* и *P* до биссектрисы угла *MKP*. 3. Высота ромба делит его сторону пополам. Найдите углы ромба. 4. Внутри квадрата *ABCD* выбрана точка *N* так, что треугольник *BNC* равносторонний. Найдите угол *NAD*. 5. В параллелограмме *ABCD* биссектриса угла *A* пересекает сторону *BC* в точке *F* и продолжение стороны *CD* за точку *C* – в точке *E*. Найдите периметр параллелограмма, если *BF* = 2 см, *EC* = 3 см

Урок 67. Тема: ИТОГОВОЕ ПОВТОРЕНИЕ ПО ТЕМЕ «ЧЕТЫРЕХУГОЛЬНИКИ. МНОГОУГОЛЬНИКИ»

Цель деятельности учителя	Создать условия для систематизации знаний по теме «Четырехугольники и многоугольники», повторения основных определений, свойств, признаков четырехугольников и многоугольников, для подготовки к сдаче ГИА
Термины и понятия	Параллелограмм и его свойства; признаки параллелограмма; прямоугольник, ромб, квадрат и их свойства; трапеция, многоугольник, правильные многоугольники

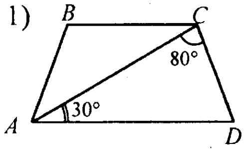
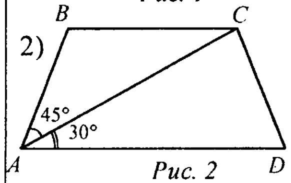
Планируемые результаты

Предметные умения	**Универсальные учебные действия**
Умеют работать с геометрическим текстом, точно и грамотно выражать свои мысли в устной и письменной речи с применением математической терминологии и символики, использовать различные языки математики, осуществлять классификации, проводить логические обоснования, доказательства математических рассуждений	*Познавательные:* умеют самостоятельно планировать альтернативные пути достижения целей, осознанно выбирать наиболее эффективные способы решения учебных и познавательных задач; владеют логическими действиями определения понятий, обобщения, установления аналогий. *Регулятивные:* принимают и сохраняют цели и задачи учебной деятельности. *Коммуникативные:* умеют формулировать, аргументировать и отстаивать свое мнение, работать в группе. *Личностные:* имеют целостное мировоззрение, соответствующее современному уровню развития науки и общественной практики

Организация пространства

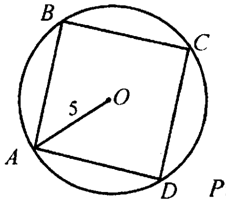
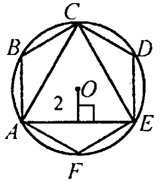
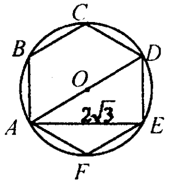
Формы работы	Фронтальная (Ф); индивидуальная (И)
Образовательные ресурсы	• Задания для фронтальной работы, индивидуальной работы, домашней работы

I этап. Актуализация опорных знаний учащихся

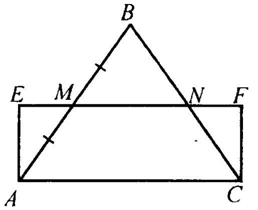
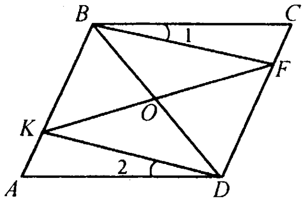
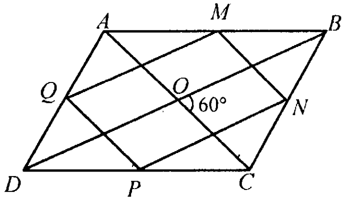
Цель деятельности	Деятельность учителя	Деятельность учащихся
1	2	3
Систематизировать теоретические знания	(Ф/И) 1. Проверить выполнение домашнего задания. 2. Организовать выполнение самостоятельной работы (15 мин). Задания взяты из тестов ГИА. 1)  *Рис. 1* Найдите угол ABC равнобедренной трапеции $ABCD$, если диагональ AC образует с основанием AD и боковой стороной CD углы, равные 30° и 80° соответственно. 2)  *Рис. 2* Найдите больший угол равнобедренной трапеции $ABCD$, если диагональ AC образует с основанием AD и боковой стороной AB углы, равные 30° и 45° соответственно.	*Решение:* 1) Так как в треугольнике сумма всех углов равна 180°, то угол ADC равен 180° – 30° – 80° = 70°. В равнобедренной трапеции углы BCD и CDA – односторонние, значит, угол ABC равен 110°. Ответ: 110. 2) Так как больший угол равнобедренной трапеции – угол ABC или угол BCD, то сведем задачу к нахождению угла BCD. В равнобедренной трапеции противолежащие углы – смежные, значит, угол BCD равен 180° – 45° – 30° = 105°. Ответ: 105.

Продолжение табл.

1	2	3
	3) Разность углов, прилежащих к одной стороне параллелограмма, равна 40°. Найдите меньший угол параллелограмма. Ответ дайте в градусах.	3) У параллелограмма противоположные углы равны, значит углы, прилежащие к одной стороне, являются меньшим и большим углами параллелограмма. Обозначим меньший угол за x, тогда больший угол за $x + 40°$. Так как у параллелограмма суммы соседних углов, то есть углов, прилежащих к одной стороне, равны 180°, то получим $x + x + 40° = 180°$; $2x = 140°$; $x = 70°$. Таким образом, наименьший угол параллелограмма равен 70°. Ответ: 70°.
	4) Один угол параллелограмма в два раза больше другого. Найдите меньший угол. Ответ дайте в градусах.	4) Пусть x – меньший угол параллелограмма, а $2x$ – больший угол. У параллелограмма противоположные углы равны, таким образом имеем уравнение: $6x = 360°$; $x = 60°$. Таким образом, меньший угол параллелограмма равен 60°. Ответ: 60°.
	5) Углы выпуклого четырехугольника относятся как 1 : 2 : 3 : 4. Найдите меньший угол. Ответ дайте в градусах	5) Пусть x – меньший угол четырехугольника. Так как сумма углов выпуклого четырехугольника равна 360°, имеем уравнение: $x + 2x + 3x + 4x = 360°$; $10x = 360° = 36°$. Таким образом, меньший угол равен 36°. Ответ: 36

II этап. Решение задач	
Цель деятельности	Совместная деятельность
1	2
Совершенствовать навыки решения задач	(Ф/И) 1. Вспомнить формулы для вычисления площадей, радиуса описанной около правильного n-угольника окружности. 2. Решить задачи по готовым чертежам: 1) *Дано: ABCD* – правильный. *Найти: AD, r.*  *Рис. 3* 2) *Дано: ABCDEF* – правильный. *Найти: AB* и *AC*.  *Рис. 4* 3) *Дано: ABCDEF* – правильный. Найти: S_{ABCDEF}, *R*.  *Рис. 5*

Окончание табл.

1	2
	3. Решить текстовые задачи. Задачи:  *Рис. 6*  *Рис. 7*  *Рис. 8* 1) На рисунке 6 $AEFC$ – прямоугольник; $AC = 10$ см, $AE = 3$ см, $BM = AM$. а) Докажите, что MN – средняя линия треугольника ABC. б) Найдите S_{AMNC}. в) Найдите S_{ABC}. 2) В параллелограмме $ABCD$ биссектриса угла A пересекает сторону BC в точке E; $AB = a$; $AD = b$. Найдите: а) отрезки BE и EC; б) отрезки BK и KD и S_{ABE}, если K – точка пересечения AE и BD, а угол A равен 60°. 3) На рисунке 7 $ABCD$ – параллелограмм, угол 1 равен углу 2. а) Докажите, что четырехугольник $BFDK$ – параллелограмм, и найдите его площадь и периметр, если $KF = 10$ см, $BD = 6$ см, $\angle KOD = 150°$. б) Каким условиям должны удовлетворять отрезки KF и BD, чтобы параллелограмм $BFDK$ был прямоугольником (ромбом, квадратом)? 4) Меньшая диагональ параллелограмма перпендикулярна к его стороне, а высота, проведенная из вершины тупого угла, делит большую сторону на отрезки, равные 9 см и 16 см. Найдите: а) стороны и высоту параллелограмма, проведенную из вершины тупого угла; б) диагонали параллелограмма; в) площадь параллелограмма. 5) В параллелограмме $ABCD$ *(рис. 8)* проведена биссектриса AK угла A, точка K делит сторону BC на отрезки $BK = 4$ см и $KC = 2\sqrt{2}$ см. Расстояние между параллельными прямыми AD и BC равно $2\sqrt{2}$ см. Найдите: а) углы параллелограмма; б) площадь треугольника ABC; в) радиус окружности, описанной около треугольника DKC

III этап. Итоги урока. Рефлексия

Деятельность учителя	Деятельность учащихся
(Ф/И) – Перечислите все формулы для нахождения площадей четырехугольников. – Задайте три вопроса по теме урока. – Составьте синквейн к уроку	(И) Домашнее задание: повторить теорию метода координат; решить задачи: 1. Около правильного треугольника описана окружность, и в него вписана окружность. Радиус большей окружности равен $4\sqrt{3}$ см. Найдите радиус меньшей окружности. 2. Периметр правильного четырехугольника, вписанного в окружность, на $16(\sqrt{2}-1)$ см меньше периметра правильного четырехугольника, описанного около этой же окружности. Найдите радиус окружности

Урок 68. Тема: ИТОГОВОЕ ПОВТОРЕНИЕ ПО ТЕМЕ «ВЕКТОРЫ. МЕТОД КООРДИНАТ. ДВИЖЕНИЯ»

Цель деятельности учителя	Создать условия для систематизации знаний по теме «Векторы. Метод координат. Движение», повторения основных определений, свойств, признаков; для подготовки к сдаче ГИА
Термины и понятия	Вектор, длина вектора, сложение векторов и его свойства, умножение вектора на число и его свойства, коллинеарные векторы, прямоугольные координаты точек на плоскости, формула расстояния между двумя точками плоскости с заданными координатами, координаты середины отрезка, уравнения окружности и прямой, применение векторов и метода координат к доказательству теорем и решению задач; движения

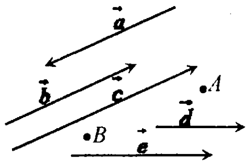
Планируемые результаты

Предметные умения	**Универсальные учебные действия**
Умеют работать с геометрическим текстом, точно и грамотно выражать свои мысли в устной и письменной речи с применением математической терминологии и символики, использовать различные языки математики, осуществлять классификации, проводить логические обоснования, доказательства математических рассуждений	*Познавательные:* умеют самостоятельно планировать альтернативные пути достижения целей, осознанно выбирать наиболее эффективные способы решения учебных и познавательных задач; владеют логическими действиями определения понятий, обобщения, установления аналогий. *Регулятивные:* принимают и сохраняют цели и задачи учебной деятельности. *Коммуникативные:* умеют формулировать, аргументировать и отстаивать свое мнение, работать в группе. *Личностные:* проявляют ответственное отношение к учению, готовность и способности к саморазвитию и самообразованию на основе мотивации к обучению и познанию

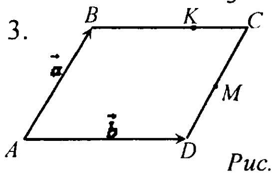
Организация пространства

Формы работы	Фронтальная (Ф); индивидуальная (И)
Образовательные ресурсы	• Задания для индивидуальной работы, самостоятельной работы, домашней работы

I этап. Актуализация опорных знаний учащихся

Цель деятельности	Совместная деятельность
1	2
Систематизировать теоретические знания учащихся по данной теме	(Ф/И). 1. Ответить на вопросы учащихся по домашнему заданию. 2. *Дано:* $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}, \vec{d}, \vec{e}$, $A\vec{A}, B\vec{B}$, $\lvert\vec{a}\rvert = \lvert\vec{b}\rvert = \lvert\vec{e}\rvert = 5$, $\lvert\vec{c}\rvert = 7$, $\lvert\vec{d}\rvert = 3$.  *Рис. 1* *Укажите:* а) коллинеарные векторы; б) сонаправленные векторы; в) противоположно направленные векторы; г) равные векторы; д) нулевые векторы. *Найдите:* длины векторов $\overrightarrow{AA}, \overrightarrow{BB}, \vec{a}+\vec{b}, \vec{a}+\vec{c}$, $d+\vec{e}$. *Постройте:* а) сумму векторов $\vec{b}+\vec{d}$ правилом параллелограмма;

Продолжение табл.

1	2
	б) сумму векторов $\vec{a}+\vec{e}$ правилом треугольника; в) $\vec{c}-\vec{d}$; г) $2\vec{e}, \frac{1}{3}\vec{c}, -3\vec{d}, -0{,}5\vec{b}$. 3.  *Рис. 2* *Дано:* $ABCD$ – параллелограмм, $K \in BC$, $BK : KC = 2 : 1$, M – середина CD. Разложить векторы $\overrightarrow{AK}$ и $\overrightarrow{AM}$ через векторы $\vec{a}=\overrightarrow{AB}, \vec{b}=\overrightarrow{AD}$. 4. *Дано:* $A\ (3; -2)$, $B(-5; 4)$, $C\ (-1; -3)$. *Найдите:* а) координаты вектора $\overrightarrow{AB}$; б) длину вектора $\overrightarrow{BC}$; в) координаты середины отрезка AC; г) расстояние между точками A и B. 5. *Дано:* $\vec{a}\ \{3; -4\}$, $\vec{b}\ \{-2; 4\}$. *Найдите:* а) $\vec{c}=\vec{a}+\vec{b}$; $\vec{e}=\vec{a}-\vec{b}$; б) $\vec{m}=3\vec{a}$; в) $\vec{n}=-\frac{1}{2}\vec{b}$; г) $\cos\left(\vec{a}\vec{b}\right)$. 6. *Дано:* $\vec{a}\ \{2; -5\}$ и $\vec{b}\ \{-10; y\}$. При каком значении y векторы перпендикулярны? 7. Дан треугольник ABC. Постройте его образ: а) при осевой симметрии относительно прямой AB; б) при центральной симметрии относительно точки C; в) при параллельном переносе на вектор $\overrightarrow{AM}$, где M – середина стороны BC; г) при повороте вокруг точки A на угол 45° по часовой стрелке
II этап. Самостоятельная работа	
Цель деятельности	Задания для самостоятельной работы
1	2
Совершенствовать навыки решения задач	(И) 1. $ABCD$ и $ADEF$ – параллелограммы, имеющие общую сторону. Постройте вектор $\vec{x}$, такой, что: а) $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AD}+\overrightarrow{CD}+\overrightarrow{AF}+\vec{x}=\overrightarrow{DE}$; б) $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{CD}+\overrightarrow{AF}-\overrightarrow{DA}+\vec{x}=\overrightarrow{AF}+\overrightarrow{BC}$. 2. На стороне CD и диагонали AC параллелограмма $ABCD$ лежат точки P и E так, что $DP : PC = 3 : 2$, $AE : EC = 4 : 3$. Выразите вектор $\overrightarrow{EP}$ через векторы $\vec{a}=\overrightarrow{AB}$ и $\vec{b}=\overrightarrow{AD}$. 3. В треугольнике MNK O – точка пересечения медиан, $\overrightarrow{MN}=\vec{x}$, $\overrightarrow{MK}=\vec{y}$, $\overrightarrow{MO}=k\cdot\left(\vec{x}+\vec{y}\right)$. Найдите число k.

Продолжение табл.

1	2
	4. На окружности с центром O постройте такие точки, что: а) $\overrightarrow{AO}+\overrightarrow{OB}=\vec{0}$; б) $\overrightarrow{AO}+\overrightarrow{OB}=\overrightarrow{OC}$; в) $\lvert\overrightarrow{OB}-\overrightarrow{OA}\rvert=\lvert\overrightarrow{OC}\rvert$. 5. Докажите, что если для четырехугольника $ABCD$ и произвольной точки O выполняется равенство $\overrightarrow{OB}-\overrightarrow{OA}=\overrightarrow{OC}-\overrightarrow{OD}$, то этот четырехугольник – параллелограмм. 6. Докажите, что четырехугольник $MNKP$, заданный координатами своих вершин $M(2;\ 2)$, $N(5;\ 3)$, $K(6;\ 6)$, $P(3;\ 5)$, является ромбом, и вычислите его площадь. 7. Найдите координаты точки N, лежащей на оси абсцисс и равноудаленной от точек $P(-1;\ 3)$ и $K(0;\ 2)$. 8. В равнобедренном треугольнике основание равно 12 см, а высота, проведенная к основанию, равна 8 см. Найдите медиану, проведенную к боковой стороне. 9. Определите значение x, при котором вектор $\vec{a}\{2-x;2x+3\}$ и вектор $\vec{b}\{-2;5\}$: а) коллинеарны; б) перпендикулярны. 10. Используя метод координат, решите систему уравнений $\begin{cases}(x-1)^2+(y-2)^2=4\\(x-9)^2+(x-8)^2=64.\end{cases}$ 11. В четырехугольнике $ABCD$ $AB=AD=5$, $BC=CD=3\sqrt{2}$, $AC=7$. Используя метод координат, найдите расстояние между серединами противолежащих сторон четырехугольника. Ответы к тестовым задачам. 1. а) $\vec{x}=\overrightarrow{DA}$; б) $\vec{x}=\vec{0}$. 2. $\overrightarrow{EP}=\frac{1}{35}\vec{a}+\frac{3}{7}\vec{b}$. 3. $k=\frac{1}{3}$. 4. а) AB – диаметр; б) $\angle(\overrightarrow{OA},\overrightarrow{OB})=120°$, OC – биссектриса $\angle AOB$; в) $\angle AOB=60°$, C – любая точка окружности. 6. $S=8$. 7. $N(-3;\ 0)$. 8. $\sqrt{97}$. 9. а) $x=16$; б) $x=-\frac{11}{12}$. 10. (2,6; 3,2). 11. $\frac{\sqrt{85}}{2}$

Окончание табл.

III этап. Итоги урока. Рефлексия	
Деятельность учителя	Деятельность учащихся
(Ф/И) – Какие темы повторили на уроке? – Задайте три вопроса по уроку	(И) Домашнее задание: подготовиться к итоговой контрольной работе. Решить задачи: 1. Дан правильный шестиугольник $ABCDEF$ со стороной a. Найдите скалярное произведение векторов: 1) $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AF}$; 2) $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{DE}$; 3) $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{DC}$; 4) $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{BD}$. 2. Найдите косинусы углов треугольника ABC, если $A(1; 3)$, $B(8; 2)$, $C(5; -1)$. 3. В параллелограмме $ABCD$ диагональ BD равна стороне BC, точка M – середина стороны BC, отрезок DM перпендикулярен к диагонали AC. Найдите углы параллелограмма. 4. Две окружности радиуса r с центрами O_1 и O_2 касаются друг друга в точке M. На первой окружности отмечена точка A, а на второй – точка B так, что хорды AM и BM взаимно перпендикулярны. Докажите, что: 1) при параллельном переносе на вектор $\overrightarrow{O_1O_2}$ отрезок AC отображается на отрезок BM; 2) $AB = 2r$

Урок 69. Тема: ИТОГОВАЯ КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА

Цель деятельности учителя	Создать условия для проверки знаний, умений и навыков учащихся по усвоению и применению изученного материала геометрии 7–9 классов
Термины и понятия	Основные понятия, свойства, признаки, теоремы, изученные в курсе геометрии 7–9 классов
Планируемые результаты	
Предметные умения	**Универсальные учебные действия**
Умеют демонстрировать знание основных понятий, применять полученные знания для решения основных и качественных задач, контролировать процесс и результат учебной математической деятельности	*Познавательные:* проводят сравнение, сериацию и классификацию по заданным критериям. *Регулятивные:* вносят необходимые коррективы в действие после его завершения на основе учета характера сделанных ошибок; осуществляют самоанализ и самоконтроль. *Коммуникативные:* учитывают разные мнения и стремятся к координации различных позиций в сотрудничестве. *Личностные:* осознают важность и необходимость знаний в жизни человека

Окончание табл.

Организация пространства	
Формы работы	Индивидуальная (И)
Образовательные ресурсы	Задания для контрольной работы
I этап. Выполнение контрольной работы	
Цель деятельности	Задания для контрольной работы
Проверить знания, умения, навыки по изученному материалу	*См. Ресурсный материал.* Успешность выполнения теста можно оценить с помощью нижеперечисленных шкал: • удовлетворительно – 6–8 баллов; • хорошо – 9–11 баллов; • отлично – 12–14 баллов

Вариант I

Часть 1

1 В прямоугольнике диагонали пересекаются под углом 60°. Сумма диагонали меньшей стороны равна 24 см. Диагональ прямоугольника равна:

1) 12 см; 2) 16 см; 3) $12\sqrt{3}$ см; 4) $16\sqrt{3}$ см.

2 Вертикальный шест высотой 3 м дает тень длиной 1,5 м. Высота столба, тень от которого при таком же освещении составляет 6,5 м, равна:

1) 4,5 м; 2) 7,5 м; 3) 10 м; 4) 13 м.

3 Стороны четырехугольника относятся как 2 : 4 : 3 : 6. Периметр подобного четырехугольника равен 120 см. Бóльшая сторона второго четырехугольника равна:

1) 48 см; 2) 32 см; 3) 24 см; 4) 16 см.

4 В прямоугольной трапеции основания 4 см и 8 см, меньшая диагональ $2\sqrt{13}$ см. Площадь трапеции равна:

1) 72 см^2; 2) 36 см^2; 3) 24 см^2; 4) 12 см^2.

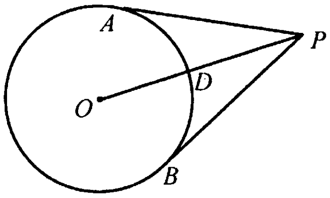
5 Сторона треугольника, равная 4 см, лежит против угла, синус которого равен $\sqrt{3}-1$. Радиус описанной окружности равен:

1) $\sqrt{3}$ см; 2) $\sqrt{3}+1$ см; 3) $\sqrt{3}+2$ см; 4) $1+2\sqrt{3}$ см.

6 В прямоугольном треугольнике катеты 5 см и 12 см. Длина окружности, вписанной в треугольник, равна:

1) 4π см; 2) 8π см; 3) 12π см; 4) 16π см.

7



Из точки *P*, отстоящей от окружности на 8 см, проведены касательные *PA* и *PB (см. рис.)*. Если *PA* + *PB* = 24 см, то площадь круга равна _______ см^2.

8 Площадь части круга радиусом R, расположенной вне вписанного в него квадрата, равна _______________.

Часть 2

9 Стороны треугольника 3 см, 6 см и 7 см. Найдите длину биссектрисы большего угла треугольника.

Запишите ход решения и ответ на отдельном листе.

10 В круговой сектор с центральным углом 120° вписана окружность радиуса *a*. Найдите длину радиуса кругового сектора.

Запишите ход решения и ответ на отдельном листе.

Ответы:

Часть 1

№ задания	1	2	3	4	5	6	7	8
Ответ:	2	4	1	2	2	1	25π	$R^2(\pi-2)$

Часть 2

9

Содержание верного ответа и указания по оцениванию (допускаются иные формулировки ответа, не искажающие его смысла)	Баллы
Проведена биссектриса и дано правильное решение	3
Ход решения верный, но допущены вычислительные ошибки	2
Записано свойство биссектрисы и теорема косинусов	1
Во всех остальных случаях	0

Ответ: $\frac{8}{3}$.

10*

Содержание верного ответа и указания по оцениванию (допускаются иные формулировки ответа, не искажающие его смысла)	Баллы
Сделан чертеж и верные вычисления, могут отсутствовать объяснения	3
Сделан чертеж, но в ходе решения допущены вычислительные ошибки и нет верного ответа	2
Верный чертеж	1
Во всех остальных случаях	0

Ответ: $a\left(1+\frac{2}{\sqrt{3}}\right)$.

Вариант II

Часть 1

1 Хорда делит окружность в отношении 13 : 5. Больший из вписанных в окружность углов, опирающихся на эту хорду, равен:

1) 100°; 2) 130°; 3) 140°; 4) 150°.

2 В трапеции со средней линией 20 см через одну из ее вершин проведена прямая, параллельная боковой стороне и пересекающая среднюю линию в ее середине. Большее основание трапеции равно:

1) 10 см; 2) 20 см; 3) 30 см; 4) 40 см.

3 Чтобы площадь круга увеличилась на 44 %, его радиус надо увеличить:

1) на 10 %; 2) 20 %; 3) 30 %; 4) 40 %.

4 В прямоугольном треугольнике катеты 10 см и 24 см, Длина описанной окружности равна:

1) 13π см; 2) 14π см; 3) 20π см; 4) 26π см.

5 Диагонали ромба относятся как 2 : 3 и образуют с каждой стороной ромба треугольник, площадь которого равна 12 см^2. Сторона ромба равна:

1) 10 см; 2) 16 см; 3) $2\sqrt{13}$ см; 4) $2\sqrt{14}$ см.

6 Если косинус угла, противолежащего стороне треугольника, равной 40 см, равен 0,6, то площадь описанного круга равна:

1) 25π см^2; 2) 100π см^2; 3) 125π см^2; 4) 625π см^2.

7 В прямоугольном треугольнике биссектриса острого угла делит катет на отрезки 4 см и 5 см. Площадь треугольника равна ________ см^2.

8 В треугольнике со сторонами 3 см, 5 см и 6 см медиана, проведенная к большей стороне, равна ______________.

Часть 2

9 В равнобедренной трапеции диагональ равна a и образует с основанием угол α. Найдите площадь трапеции.

Запишите ход решения и ответ на отдельном листе.

10 Высоты параллелограмма, проведенные из вершины тупого угла, равны 3 см и 5 см, а синус угла между ними равен 0,6. Найдите длину меньшей диагонали этого параллелограмма.

Запишите ход решения и ответ на отдельном листе.

Ответы:

Часть 1

№ задания	1	2	3	4	5	6	7	8
Ответ:	2	3	2	4	3	3	54	$2\sqrt{2}$

Часть 2

9

Содержание верного ответа и указания по оцениванию (допускаются иные формулировки ответа, не искажающие его смысла)	Баллы
Сделан чертеж и дано верное решение, (могут отсутствовать подробные объяснения)	3
Нет верного ответа, но сделан чертеж, выделен треугольник и найдены его катеты	2
Сделан чертеж и записана формула для вычисления площади трапеции	1
Во всех остальных случаях	0

Ответ: $a^2 \sin\alpha \cos\alpha$.

10*

Содержание верного ответа и указания по оцениванию (допускаются иные формулировки ответа, не искажающие его смысла)	Баллы
Сделан чертеж и дано верное решение	3
Ход решений верный, но допущены вычислительные ошибки, могут отсутствовать объяснения	2
Сделан чертеж и записана теорема косинусов для нахождения меньшей диагонали	1
Во всех остальных случаях	0

Ответ: $\frac{5\sqrt{10}}{3}$.

Вариант III

Часть 1

1 Если $\vec{a} = 2\vec{i} - 7\vec{j}$ и $\vec{b} = -5\vec{i} + 3\vec{j}$, то длина вектора $\vec{a} + \vec{b}$:

1) 3; 2) 4; 3) 5; 4) 6.

2 В квадрате $ABCD$ сторона равна $2\sqrt{2}$. Диагонали пересекаются в точке O. Скалярное произведение $\overrightarrow{CO} \cdot \overrightarrow{CD}$ равно:

1) 8; 2) 4; 3) 2; 4) 1.

3

Средняя линия равнобедренного треугольника, параллельная боковой стороне, равна 13 см, а медиана, проведенная к основанию, – 24 см.
Длина средней линии, параллельной основанию треугольника, равна:

1) 2; 2) 10; 3) 50; 4) 100.

4

Вершины треугольника *ABC* делят описанную окружность в отношении 2 : 3 : 4. Меньший угол треугольника равен:

1) 20°; 2) 40°; 3) 60°; 4) 80°.

5

В треугольнике *ABC* стороны *AB*, *BC* и *AC* соответственно равны 3 см, 4 см и 6 см. Длина медианы *BM* равна:

1) $2\sqrt{14}$; 2) $\sqrt{14}$; 3) $0{,}5\sqrt{14}$; 4) $0{,}5\sqrt{74}$.

6

Радиус вписанной в правильный треугольник окружности равен 3 см. Сторона треугольника равна:

1) 6; 2) 9; 3) $6\sqrt{3}$; 4) $6\sqrt{2}$.

7

В треугольнике *ABC* медиана *AM* перпендикулярна медиане *BN*. Найдите площадь треугольника *ABC*, если *AM* = 2 см, *BN* = 3 см.
Ответ: ___________.

8

Площадь параллелограмма со сторонами 5 см и 8 см равна 32 см^2. Найдите косинус бо́льшего угла параллелограмма.
Ответ: ___________.

Часть 2

9

ABCD – квадрат, длина его стороны равна 12 см. Точка *K* – середина стороны *BC*, точка *P* – точка пересечения прямых *AK* и *BD*. Найдите площадь треугольника *BKP*.
Запишите ход решения и ответ на отдельном листе.

10

Диагональ равнобедренной трапеции делит тупой угол пополам. Меньшее основание трапеции равно 3 см, а ее периметр трапеции равен 42 см. Найдите площадь трапеции.
Запишите ход решения и ответ на отдельном листе.

Ответы:

Часть 1

№ задания	1	2	3	4	5	6	7	8
Ответ:	3	2	2	2	3	3	4 см^2	–0,6

Часть 2

9

Содержание верного ответа и указания по оцениванию (допускаются иные формулировки ответа, не искажающие его смысла)	Баллы
Сделан чертеж и дано верное решение с объяснениями	3
Сделан чертеж, ход решения верный, но допущены вычислительные ошибки	2
Сделан чертеж, рассмотрены подобные треугольники, записано свойство площадей подобных треугольников	1
Во всех остальных случаях	0

Ответ: 12 см^2.

10*

Содержание верного ответа и указания по оцениванию (допускаются иные формулировки ответа, не искажающие его смысла)	Баллы
Сделан чертеж и дано верное решение с объяснениями	3
Сделан чертеж, ход решения верный, но допущены вычислительные ошибки	2
Сделан чертеж, найдено второе основание, но не вычислена высота трапеции	1
Во всех остальных случаях	0

Ответ: 96 см^2.

Вариант IV

Часть 1

1 Если $\vec{m} = 8\vec{i} - 3\vec{j}$ и $\vec{n} = 2\vec{i} + 5\vec{j}$, то длина вектора $\vec{m} - \vec{n}$ равна:

1) 6; 2) 8; 3) 10; 4) 100.

2 Сторона равностороннего треугольника ABC равна $4\sqrt{3}$, M – середина AB, N – середина BC. Скалярное произведение $\overrightarrow{NM} \cdot \overrightarrow{CB}$ равно:

1) $6\sqrt{3}$; 2) $8\sqrt{3}$; 3) 12; 4) 24.

3 Средняя линия равнобедренного треугольника, параллельная основанию, равна 16 см, а биссектриса, проведенная к основанию, – 30 см.

Средняя линия треугольника, параллельная боковой стороне, равна:

1) 34; 2) 17; 3) 15; 4) 10.

4 Вершины треугольника ABC делят описанную окружность в отношении 1 : 3 : 5. Больший угол треугольника равен:

1) 40°; 2) 60°; 3) 80°; 4) 100°.

5 В треугольнике ABC стороны AB, BC и AC соответственно равны 2 см, 3 см и 4 см. Длина биссектрисы AD равна:

1) $\sqrt{5}$; 2) $\sqrt{6}$; 3) 5; 4) 6.

6 Радиус окружности, вписанной в правильный четырехугольник, равен 4 см. Сторона четырехугольника равна:

1) 6; 2) 8; 3) $4\sqrt{2}$; 4) $8\sqrt{2}$.

7 Найдите площадь треугольника ABC, если $AB = 27$ см, $BC = 29$ см и медиана $BM = 26$ см.

Ответ: ___________.

8 Длины сторон параллелограмма относятся 2 : 1, а синус его большего угла равен 0,32. Найдите площадь параллелограмма, если его периметр равен 75 см.

Ответ: ___________.

Часть 2

9 $ABCD$ – квадрат со стороной 18 см. Точка M делит сторону CD в отношении 2 : 1, считая от вершины C, точка E – точка пересечения прямых AM и BD. Найдите площадь треугольника DEM.

Запишите ход решения и ответ на отдельном листе.

10 Диагональ равнобедренной трапеции равна 5 см, а ее средняя линия равна 4 см. Найдите площадь трапеции.

Запишите ход решения и ответ на отдельном листе.

Ответы:

Часть 1

№ задания	1	2	3	4	5	6	7	8
Ответ:	3	3	2	4	2	2	270 см^2	100 см^2

Часть 2

9

Содержание верного ответа и указания по оцениванию (допускаются иные формулировки ответа, не искажающие его смысла)	Баллы
Сделан чертеж и дано верное решение с объяснениями	3
Сделан чертеж, ход решения верный, но допущены вычислительные ошибки	2
Сделан чертеж, рассмотрены подобные треугольники, записано свойство площадей подобных треугольников	1
Во всех остальных случаях	0

Ответ: 13,5 см^2.

10*

Содержание верного ответа и указания по оцениванию (допускаются иные формулировки ответа, не искажающие его смысла)	Баллы
Сделан чертеж и дано верное решение с объяснениями	3
Сделан чертеж, ход решения верный, но допущены вычислительные ошибки	2
Сделан чертеж, найдено второе основание, но не вычислена высота трапеции	1
Во всех остальных случаях	0

Ответ: 12 см^2.

Урок 70. Тема: ИТОГОВЫЙ УРОК ПО КУРСУ «ПЛАНИМЕТРИЯ»

<table>
<tr><td>Цель деятельности учителя</td><td colspan="2">Создать условия для систематизации знаний по основным изученным определениям, свойствам, признакам, для подготовки к сдаче ГИА</td></tr>
<tr><td>Термины и понятия</td><td colspan="2">Основные понятия, свойства, признаки, теоремы, изученные в курсе геометрии 7–9 классов</td></tr>
<tr><td colspan="3">Планируемые результаты</td></tr>
<tr><td colspan="2">Предметные умения</td><td>Универсальные учебные действия</td></tr>
<tr><td colspan="2">Умеют работать с геометрическим текстом, точно и грамотно выражать свои мысли в устной и письменной речи с применением математической терминологии и символики, использовать различные языки математики, осуществлять классификации, логические обоснования, доказательства математических рассуждений</td><td><i>Познавательные:</i> умеют самостоятельно планировать альтернативные пути достижения целей, осознанно выбирать наиболее эффективные способы решения учебных и познавательных задач; владеют логическими действиями определения понятий, обобщения, установления аналогий.
<i>Регулятивные:</i> принимают и сохраняют цели и задачи учебной деятельности.
<i>Коммуникативные:</i> умеют формулировать, аргументировать и отстаивать свое мнение, работать в группе.
<i>Личностные:</i> проявляют ответственное отношение к учению, готовность и способности к саморазвитию и самообразованию на основе мотивации к обучению и познанию</td></tr>
<tr><td colspan="3">Организация пространства</td></tr>
<tr><td>Формы работы</td><td colspan="2">Фронтальная (Ф); парная (П); индивидуальная (И); групповая (Г)</td></tr>
<tr><td colspan="3">I этап. Актуализация опорных знаний учащихся</td></tr>
<tr><td>Цель деятельности</td><td colspan="2">Задания для самостоятельной работы</td></tr>
<tr><td>Выявить трудности, возникшие при выполнении контрольной работы</td><td colspan="2">(Ф/И)
1. Сообщить учащимся результаты контрольной работы.
2. Разобрать задания, в которых учащиеся допустили наибольшее количество ошибок</td></tr>
<tr><td colspan="3">II этап. Итоги урока. Рефлексия</td></tr>
<tr><td colspan="3">(Ф/И)
– Закончите фразу:
• Я узнал…
• Я научился…
• Я понял, что могу…
• Мне понравилось…
• Меня удивило…
• У меня получилось…
• Я приобрел…
• Мне захотелось…
• Меня воодушевило…</td></tr>
</table>

ЛИТЕРАТУРА

1. *Атанасян, Л. С.* Изучение геометрии в 7–9 классах. Пособие для учителей общеобразоват. учрежд. / Л. С. Атанасян, В. Ф. Бутузов, Ю. А. Глазков, В. Б. Некрасов, И. И. Юдина. – 7-е изд. – М. : Просвещение, 2009.

2. *Балаян, Э. Н.* Геометрия : задачи на готовых чертежах для подготовки к ГИА и ЕГЭ : 7–9 классы / Э. Н. Балаян. – 5-е изд., исп. и доп. – Ростов н/Д : Феникс, 2013.

3. *Геометрия.* 8 класс : поурочные планы по учебнику Л. С. Атанасяна [и др.] / авт.-сост. Т. Л. Афанасьева, Л. А. Тапилина. – 4-е изд., испр. – Волгоград : Учитель, 2013.

4. *Геометрия.* Сборник рабочих программ. 7–9 классы : пособие для учителей общеобразоват. учрежд. / сост. Т. А. Бурмистрова. – М. : Просвещение, 2011.

5. *Ершова, А. П.* Самостоятельные и контрольные работы по алгебре и геометрии для 8 класса / А. П. Ершова, В. В. Голобородько, А. С. Ершова. – М. : Илекса ; Харьков : Гимназия, 2001.

6. *Зив, Б. Г.* Задачи по геометрии : пособие для учащихся 7–11 классов / Б. Г. Зив, В. М. Мейлер, А. Г. Баханский. – М. : Просвещение, 2003.

7. *Примерные* программы по учебным предметам. Математика. 5–9 классы : проект. – 3-е изд., перераб. – М. : Просвещение, 2011.

8. *Рабинович, Е. М.* Геометрия. 7–9 классы. Задачи и упражнения на готовых чертежах / Е. М. Рабинович. – Харьков : Гимназия, 1998.

9. *Фарков, А. В.* Тесты по геометрии. 8 класс : к учебнику Л. С. Атанасяна и др. «Геометрия. 7–9 классы» (М.: Просвещение) / А. В. Фарков. – М. : Издательство «Экзамен», 2009.

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ 3
Урок 1. Тема: Повторение курса геометрии 8 класса 4
Урок 2. Тема: Повторение курса геометрии 8 класса 6
Глава IX. Векторы **8**
Урок 3. Тема: Понятие вектора 8
Урок 4. Тема: Откладывание вектора от данной точки 11
Урок 5. Тема: Сложение и вычитание векторов 13
Урок 6. Тема: Сумма нескольких векторов. Вычитание векторов 16
Урок 7. Тема: Умножение вектора на число 19
Урок 8. Тема: Применение векторов к решению задач 22
Урок 9. Тема: Средняя линия трапеции 24
Урок 10. Тема: Средняя линия трапеции 26
Глава X. Метод координат **28**
Урок 11. Тема: Разложение вектора по двум неколлинеарным векторам 28
Урок 12. Тема: Координаты вектора 30
Урок 13. Тема: Связь между координатами вектора и координатами его начала и конца. Простейшие задачи в координатах 32
Урок 14. Тема: Простейшие задачи в координатах. Решение задач 34
Урок 15. Тема: Уравнение окружности 36
Урок 16. Тема: Уравнение окружности. Решение задач 40
Урок 17. Тема: Уравнение прямой 41
Урок 18. Тема: Решение задач 44
Урок 19. Тема: Решение задач 46
Урок 20. Тема: Контрольная работа №1 51
Глава XI. Соотношения между сторонами и углами треугольника. Скалярное произведение векторов **52**
Урок 21. Тема: Синус, косинус, тангенс, котангенс 52
Урок 22. Тема: Синус, косинус, тангенс угла 56
Урок 23. Тема: Синус, косинус, тангенс угла 58
Урок 24. Тема: Теорема о площади треугольника 61
Урок 25. Тема: Теорема синусов и теорема косинусов 63
Урок 26. Тема: Решение треугольников 66
Урок 27. Тема: Решение треугольников. Измерительные работы 70
Урок 28. Тема: Скалярное произведение векторов 72
Урок 29. Тема: Скалярное произведение в координатах. Свойства скалярного произведения векторов 76
Урок 30. Тема: Решение задач 78
Урок 31. Тема: Контрольная работа № 2 82
Глава XII. Длина окружности и площадь круга **83**
Урок 32. Тема: Правильные многоугольники. Окружность, описанная около правильного многоугольника 83
Урок 33. Тема: Правильные многоугольники. Окружность, вписанная в правильный многоугольник 86
Урок 34. Тема: Формулы для вычисления площади правильного многоугольника, его стороны и радиуса вписанной окружности 88
Урок 35. Тема: Построение правильных многоугольников 90
Урок 36. Тема: Длина окружности 93
Урок 37. Тема: Длина окружности. Решение задач 96
Урок 38. Тема: Площадь круга 98
Урок 39. Тема: Площадь кругового сектора 102

Урок 40. Тема: Решение задач 105
Урок 41. Тема: Решение задач 107
Урок 42. Тема: Решение задач. Подготовка к контрольной работе 111
Урок 43. Тема: Контрольная работа №3 114
Глава XIII. Движения 115
Урок 44. Тема: Отображение плоскости на себя. Понятие движений 115
Урок 45. Тема: Свойства движения 118
Урок 46. Тема: Решение задач по теме «Понятие движения. Осевая и центральная симметрии» 120
Урок 47. Тема: Параллельный перенос 122
Урок 48. Тема: Поворот 123
Урок 49. Тема: Решение задач по теме «Параллельный перенос. Поворот» 125
Урок 50. Тема: Решение задач по теме «Движение» 128
Урок 51. Тема: Контрольная работа № 4 130
Глава XIV. Начальные сведения из стереометрии 131
Урок 52. Тема: Предмет стереометрии. Многогранник 131
Урок 53. Тема: Призма. Параллелепипед 133
Урок 54. Тема: Объем тела. Свойства прямоугольного параллелепипеда 137
Урок 55. Тема: Пирамида 142
Урок 56. Тема: Цилиндр 146
Урок 57. Тема: Конус 150
Урок 58. Тема: Сфера и шар 155
Урок 59. Тема: Решение задач по теме «Тела вращения» 159
Урок 60. Тема: Об аксиомах планиметрии 162
Урок 61. Тема: Об аксиомах планиметрии 165
Урок 62. Тема: Итоговое повторение по теме «Треугольник» 169
Урок 63. Тема: Итоговое повторение по теме «Треугольник» 173
Урок 64. Тема: Итоговое повторение по теме «Окружность» 176
Урок 65. Тема: Итоговое повторение по теме «Окружность» 179
Урок 66. Тема: Итоговое повторение по теме «Четырехугольники. Многоугольники» 183
Урок 67. Тема: Итоговое повторение по теме «Четырехугольники. Многоугольники» 188
Урок 68. Тема: Итоговое повторение по теме «Векторы. Метод координат. Движение» 191
Урок 69. Тема: Итоговая контрольная работа 194
Урок 70. Тема: Итоговый урок по курсу «Планиметрия» 202
Литература 203

ГЕОМЕТРИЯ
9 класс
Технологические карты уроков по учебнику
Л. С. Атанасяна, В. Ф. Бутузова, С. Б. Кадомцева,
Э. Г. Позняка, И. И. Юдиной

Автор-составитель
Галина Юрьевна Ковтун

Ответственные за выпуск
Л. Е. Гринин, Н. Е. Волкова-Алексеева
Редакторы-методисты **Г. П. Попова, Е. А. Виноградова**
Технический редактор **Н. М. Болдырева**
Редактор-корректор **М. И. Ромаданова**
Компьютерная верстка **С. А. Волобуевой**
Дизайн обложки **Н. А. Цибановой**

Издательство «Учитель»
400079, г. Волгоград, ул. Кирова, 143

Подписано в печать 26.06.14. Формат 60 × 84/8.
Бумага газетная. Гарнитура Тип Таймс. Печать офсетная.
Усл. печ. л. 24,20. Тираж 7 500 экз. (1-й з-д 1–2 500). Заказ № 641.

Отпечатано с оригинал-макета в ОАО «Калачевская типография».
404507, Волгоградская обл., г. Калач-на-Дону, ул. Кравченко, 7